

Instalaciones de Fluidos

5º Curso - EPSIG

TEMA 4: FLUJO EN MEDIOS POROSOS Y FILTRACIÓN



Universidad de Oviedo

Área de Mecánica de Fluidos

TEMA 4: Flujo en Medios Porosos y Filtración.

ÍNDICE:

- 4.1. Introducción.
- 4.2. Descripción del medio poroso:
 - **Porosidad.**
 - **Diámetro hidráulico.**
 - **Factor de fricción del medio poroso.**
 - **Número de Reynolds del medio poroso.**
- 4.3. Pérdidas por fricción en medios porosos.
- 4.4. Permeabilidad.
- 4.5. Columnas empaquetadas.
- 4.6. Filtración:
 - **Ecuaciones de gobierno.**
 - **Operación a presión constante.**
 - **Operación a caudal constante.**
 - **Ciclo temporal.**
- 4.7. Filtros.



TEMA 4: Flujo en Medios Porosos y Filtración.

ÍNDICE:

4.1. Introducción.

4.2. Descripción del medio poroso:

- **Porosidad.**
- **Diámetro hidráulico.**
- **Factor de fricción del medio poroso.**
- **Número de Reynolds del medio poroso.**

4.3. Pérdidas por fricción en medios porosos.

4.4. Permeabilidad.

4.5. Columnas empaquetadas.

4.6. Filtración:

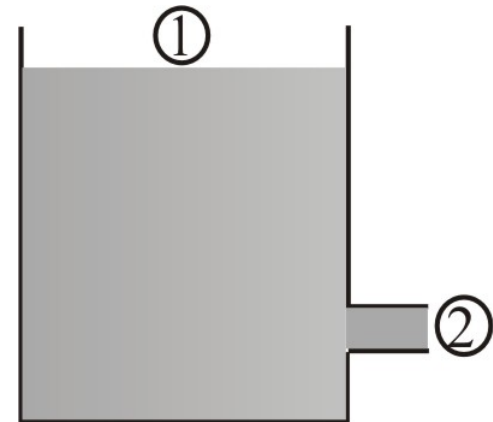
- **Ecuaciones de gobierno.**
- **Operación a presión constante.**
- **Operación a caudal constante.**
- **Ciclo temporal.**

4.7. Filtros.



4.1. Introducción.

- Un **medio poroso** es una fase sólida continua con muchos espacios vacíos o **poros**.
- Ejemplos de medios porosos: arena, gravilla, esponjas, lechos empaquetados.
- Los medios porosos pueden ser:
 - **Impermeables** → cuando los poros no están interconectados.
 - **Permeables** → cuando los poros están conectados.
- Las **principales características** de un flujo en medio poroso, son:
 - La fricción es mucho mayor de lo que sería en un flujo análogo sin medio poroso. El factor de fricción se calcula de manera diferente.
 - La variación de la velocidad del fluido a través de un medio poroso es despreciable comparada con la fricción.



TEMA 4: Flujo en Medios Porosos y Filtración.

ÍNDICE:

4.1. Introducción.

4.2. Descripción del medio poroso:

- **Porosidad.**
- **Diámetro hidráulico.**
- **Factor de fricción del medio poroso.**
- **Número de Reynolds del medio poroso.**

4.3. Pérdidas por fricción en medios porosos.

4.4. Permeabilidad.

4.5. Columnas empaquetadas.

4.6. Filtración:

- **Ecuaciones de gobierno.**
- **Operación a presión constante.**
- **Operación a caudal constante.**
- **Ciclo temporal.**

4.7. Filtros.



4.2. Descripción del Medio Poroso.

POROSIDAD:

- Estudio conceptual del medio poroso:

- Considerado como un sólido continuo con poros en su interior → **medio poroso consolidado** (permeable o impermeable).
- Considerado como una colección de partículas sólidas en un lecho empaquetado → **medio poroso no consolidado**.



- Propiedad clave del medio poroso → **Porosidad**:

$$\varepsilon = \frac{\text{Volumen total} - \text{Volumen de sólidos}}{\text{Volumen total}} = 1 - \frac{A_{\text{sólidos}}}{A} = \frac{A_{\text{vacíos}}}{A}$$

- Velocidad de **aproximación o superficial** del fluido: →

$$v_s = \frac{Q}{A}$$

- Velocidad **intersticial**: →

$$v_i = \frac{Q}{\varepsilon A} = \frac{v_s}{\varepsilon}$$

4.2. Descripción del Medio Poroso.

DIÁMETRO HIDRÁULICO:

- Se considera el camino del flujo en el medio poroso como flujo en un conducto no circular, definiendo apropiadamente el **diámetro hidráulico**:

$$D_H = 4 \frac{A}{P} = 4 \frac{\varepsilon \times \text{Volumen del lecho}}{\text{N}^\circ \text{ de partículas} \times \text{Área de cada partícula}}$$

- Considerando el medio como una colección de partículas individuales:

$$\text{N}^\circ \text{ de partículas} = \frac{\text{Volumen del lecho} \times (1 - \varepsilon)}{\text{Volumen de cada partícula}}$$

$$D_H = 4 \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \frac{1}{a_s}$$

$$a_s = \frac{\text{Área de cada partícula}}{\text{Volumen de cada partícula}}$$

• Partículas esféricas

$$D_H = \frac{2d\varepsilon}{3(1 - \varepsilon)}$$

• Partículas no esféricas → $d = \psi d_s = 6 / a_s$

$$\psi = \frac{\text{área de una esfera con el mismo volumen de la partícula}}{\text{área de una partícula}}$$

Factor de esfericidad



4.2. Descripción del Medio Poroso.

FACTOR DE FRICCIÓN:

- Para un medio poroso el **factor de fricción** viene dado por:

$$f = \frac{\tau_w}{(4L/D_H)(v_i^2/2)} = \frac{\tau_w d \varepsilon^2}{3L(1-\varepsilon)v_s^2} \Rightarrow f_{MP} = \frac{\tau_w d \varepsilon^2}{L(1-\varepsilon)v_s^2}$$

donde el factor numérico 3 se suprime en los análisis teóricos.

NÚMERO DE REYNOLDS:

- Para un medio poroso el **número de Reynolds** viene dado por:

$$\text{Re} = \frac{D_H v_i \rho}{\mu} = \frac{2dv_s \rho}{3(1-\varepsilon)\mu} \Rightarrow \text{Re}_{MP} = \frac{dv_s \rho}{(1-\varepsilon)\mu}$$

donde el factor numérico 2/3 se suprime en los análisis teóricos.



TEMA 4: Flujo en Medios Porosos y Filtración.

ÍNDICE:

4.1. Introducción.

4.2. Descripción del medio poroso:

➤ **Porosidad.**

➤ **Diámetro hidráulico.**

➤ **Factor de fricción del medio poroso.**

➤ **Número de Reynolds del medio poroso.**

4.3. Pérdidas por fricción en medios porosos.

4.4. Permeabilidad.

4.5. Columnas empaquetadas.

4.6. Filtración:

➤ **Ecuaciones de gobierno.**

➤ **Operación a presión constante.**

➤ **Operación a caudal constante.**

➤ **Ciclo temporal.**

4.7. Filtros.



4.3. Pérdidas por fricción en Medios Porosos.

FLUJO LAMINAR:

- Por analogía con el flujo laminar en un tubo, el factor de fricción en flujo laminar es:

$$f = \frac{16}{\text{Re}} \rightarrow f_{MP} = \frac{72}{\text{Re}_{MP}}$$

- Si se tiene en cuenta también la deformación por dilatación:

$$f_{MP} = \frac{180}{\text{Re}_{MP}}$$

que es la ecuación de **Blake-Kozeny**, válida para $\text{Re}_{MP} < 10$.

FLUJO TURBULENTO:

- A números de Reynolds elevados el medio poroso puede considerarse como un conducto extremadamente rugoso, por lo que el flujo es totalmente turbulento y el factor de fricción es constante:

$$f_{MP} = 1.75$$

que es la ecuación de **Burke-Plummer**, válida para $\text{Re}_{MP} > 1000$.



4.3. Pérdidas por fricción en Medios Porosos.

TODOS LOS REGÍMENES DE FLUJO:

- Para todos los regímenes de flujo, una expresión adecuada del factor de fricción viene dada por:

$$f_{MP} = 1.75 + \frac{180}{\text{Re}_{MP}}$$

que es la ecuación de **Ergun**.

- Si en la ecuación de Ergun se introduce el valor del factor de fricción para el medio poroso, y el valor del número de Reynolds para el medio poroso, se obtiene una expresión para la **pérdida por fricción y por unidad de masa del fluido en el medio poroso**:

$$\tau_w = 1.75 \frac{v_s^2}{d} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) L + 180 \frac{v_s \mu (1-\varepsilon)^2 L}{d^2 \varepsilon^2 \rho}$$

TEMA 4: Flujo en Medios Porosos y Filtración.

ÍNDICE:

4.1. Introducción.

4.2. Descripción del medio poroso:

➤ **Porosidad.**

➤ **Diámetro hidráulico.**

➤ **Factor de fricción del medio poroso.**

➤ **Número de Reynolds del medio poroso.**

4.3. Pérdidas por fricción en medios porosos.

4.4. Permeabilidad.

4.5. Columnas empaquetadas.

4.6. Filtración:

➤ **Ecuaciones de gobierno.**

➤ **Operación a presión constante.**

➤ **Operación a caudal constante.**

➤ **Ciclo temporal.**

4.7. Filtros.



4.4. Permeabilidad.

- La **permeabilidad K** de un medio poroso, cuya unidad es el **darcy**, se define como la constante de proporcionalidad que relaciona el caudal a través del medio con la caída de presión, el área transversal, la viscosidad del fluido y la longitud neta del flujo a través del medio:

$$Q = K \frac{-\Delta p \cdot A}{\mu \cdot L}$$

expresión conocida como **Ley de Darcy**.

- Empleando la ecuación de Blake-Kozeny para describir las pérdidas por fricción, e igualando el resultado con la ecuación de Bernouilli:

$$Q = \frac{-\Delta p \cdot A}{\mu \cdot L} \left(\frac{d^2 \varepsilon^3}{180(1-\varepsilon)^2} \right)$$

De forma que la permeabilidad se relaciona con el tamaño de la partícula y la porosidad del medio:

$$K = \frac{d^2 \varepsilon^3}{180(1-\varepsilon)^2}$$



TEMA 4: Flujo en Medios Porosos y Filtración.

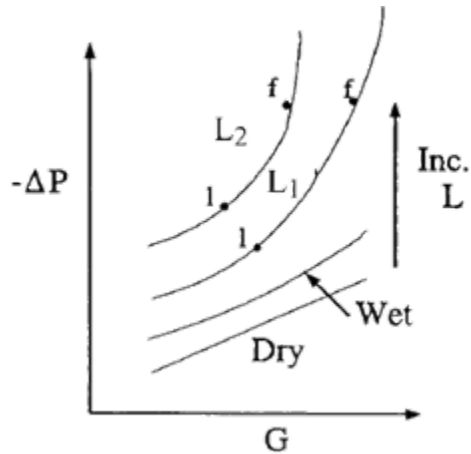
ÍNDICE:

- 4.1. Introducción.
- 4.2. Descripción del medio poroso:
 - **Porosidad.**
 - **Diámetro hidráulico.**
 - **Factor de fricción del medio poroso.**
 - **Número de Reynolds del medio poroso.**
- 4.3. Pérdidas por fricción en medios porosos.
- 4.4. Permeabilidad.
- 4.5. Columnas empaquetadas.**
- 4.6. Filtración:
 - **Ecuaciones de gobierno.**
 - **Operación a presión constante.**
 - **Operación a caudal constante.**
 - **Ciclo temporal.**
- 4.7. Filtros.

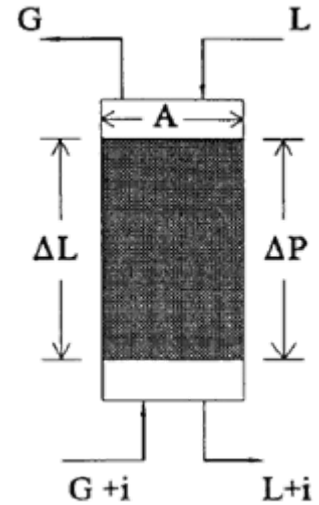
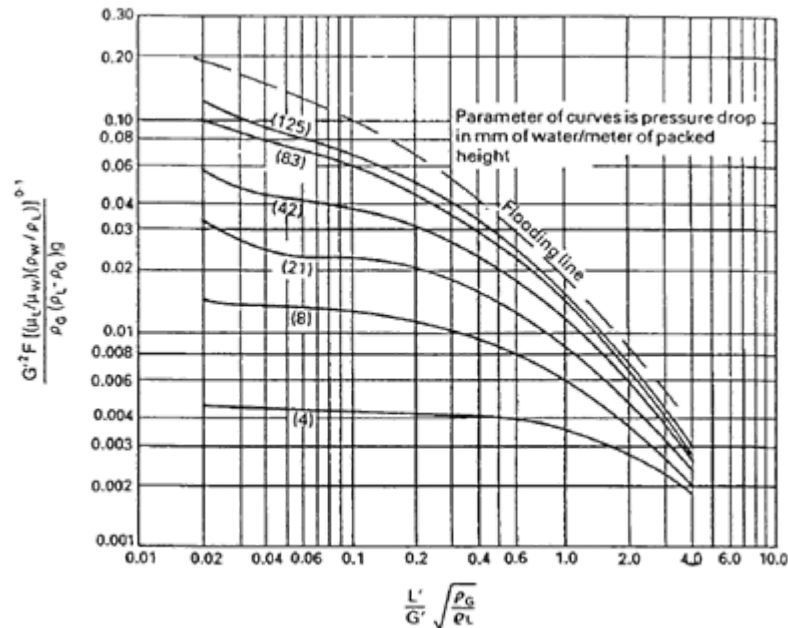


4.5. Columnas empaquetadas.

- Una **columna empaquetada** es un medio poroso no consolidado compuesto de lechos de elementos empaquetados relativamente grandes.
- **Aplicación típica** → eliminación de una impureza de una corriente de gas por absorción selectiva en una columna empaquetada.
- Para flujo monofase la caída de presión en una columna empaquetada se predice con la ecuación de Ergun. **En flujo bifásico:**



CORRELACIÓN DE LEVA →



TEMA 4: Flujo en Medios Porosos y Filtración.

ÍNDICE:

- 4.1. Introducción.
- 4.2. Descripción del medio poroso:
 - **Porosidad.**
 - **Diámetro hidráulico.**
 - **Factor de fricción del medio poroso.**
 - **Número de Reynolds del medio poroso.**
- 4.3. Pérdidas por fricción en medios porosos.
- 4.4. Permeabilidad.
- 4.5. Columnas empaquetadas.
- 4.6. Filtración:**
 - **Ecuaciones de gobierno.**
 - **Operación a presión constante.**
 - **Operación a caudal constante.**
 - **Ciclo temporal.**
- 4.7. Filtros.

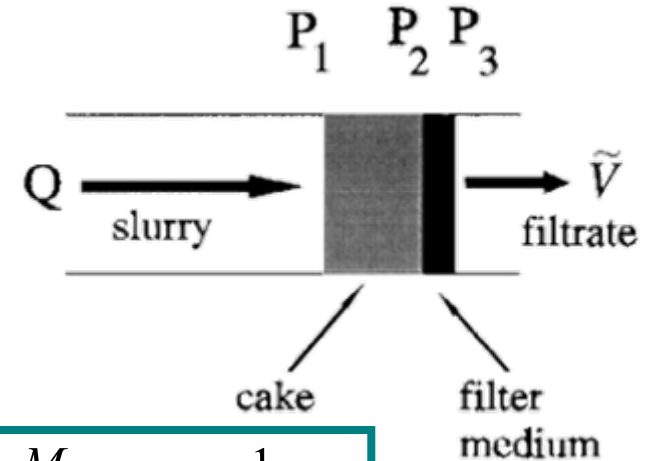


4.6. Filtración.

ECUACIONES DE GOBIERNO:

- El flujo a través de la torta y el filtro es inevitablemente laminar. **La caída de presión total** es:

$$p_1 - p_3 = \frac{Q\mu}{A} \left[\left(\frac{L}{K} \right)_{torta} + \left(\frac{L}{K} \right)_{filtro} \right]$$



- El **espesor de la torta** viene dado por:

$$L_{torta} = \left(\frac{M_{solidos}}{\tilde{V}} \right) \left(\frac{\tilde{V}}{A} \right) \frac{1}{\rho_s (1 - \varepsilon)} = W \frac{\tilde{V}}{A}$$

$$W = \frac{M_{solidos}}{\tilde{V}} \frac{1}{\rho_s (1 - \varepsilon)}$$

- **Densidad de la torta:** →
- **Ecuación básica de gobierno** del filtro:

$$\rho_c = \rho_s (1 - \varepsilon) + \varepsilon \rho_{liquido}$$

$$\frac{Q}{A} = \frac{1}{A} \frac{d\tilde{V}}{dt} = \frac{p_1 - p_3}{\mu (\tilde{V}W / AK + a)}$$

donde a es la **resistencia del filtro**.

4.6. Filtración.

OPERACIÓN A PRESIÓN CONSTANTE:

- Si la **caída de presión** permanece **constante** y varía el caudal, la ecuación de gobierno del filtro es:

$$C_1 \left(\frac{\tilde{V}}{A} \right)^2 + C_2 \left(\frac{\tilde{V}}{A} \right) = (-\Delta p) t$$

$$C_1 = \frac{\mu W}{2K}$$

$$C_2 = \mu a$$

OPERACIÓN A CAUDAL CONSTANTE:

- Si el **caudal** permanece **constante** y varía la caída de presión, la ecuación de gobierno del filtro es:

$$-\Delta p = 2C_1 \left(\frac{Q}{A} \right)^2 t + C_2 \left(\frac{Q}{A} \right)$$

EL COMPORTAMIENTO DEL FILTRO ESTÁ GOBERNADO POR LAS CONSTANTES C_1 Y C_2 , INDEPENDIENTEMENTE DE QUE LA OPERACIÓN SEA A PRESIÓN CONSTANTE O A CAUDAL CONSTANTE.



4.6. Filtración.

CICLO TEMPORAL:

- La **operación de un filtro es cíclica**. El proceso de filtración avanza hasta que o bien la torta se ha formado hasta el punto de que llena todo el espacio disponible para ella, o bien la caída de presión alcanza el límite de operación.
- La variable t es el **tiempo real** (t_{filtro}) que se necesita para pasar un volumen de filtrado a través del medio, y es sólo parte del **tiempo total** del ciclo (t_{ciclo}). El resto del ciclo se denomina **tiempo muerto** (t_{muerto}):

$$t_{\text{ciclo}} = t_{\text{filtro}} + t_{\text{muerto}}$$

- La **capacidad neta del filtro** se determina por la cantidad de lechada procesada durante el tiempo de ciclo total, y representa el caudal promedio:

$$\tilde{Q} = \left(\frac{\tilde{V}_{\text{ciclo}}}{t_{\text{ciclo}}} \right)_{\Delta p \text{ constante}} = \left(\frac{Qt_{\text{filtro}}}{t_{\text{ciclo}}} \right)_{Q \text{ constante}}$$



TEMA 4: Flujo en Medios Porosos y Filtración.

ÍNDICE:

- 4.1. Introducción.
- 4.2. Descripción del medio poroso:
 - **Porosidad.**
 - **Diámetro hidráulico.**
 - **Factor de fricción del medio poroso.**
 - **Número de Reynolds del medio poroso.**
- 4.3. Pérdidas por fricción en medios porosos.
- 4.4. Permeabilidad.
- 4.5. Columnas empaquetadas.
- 4.6. Filtración:
 - **Ecuaciones de gobierno.**
 - **Operación a presión constante.**
 - **Operación a caudal constante.**
 - **Ciclo temporal.**

4.7. Filtros.



4.7. Filtros.

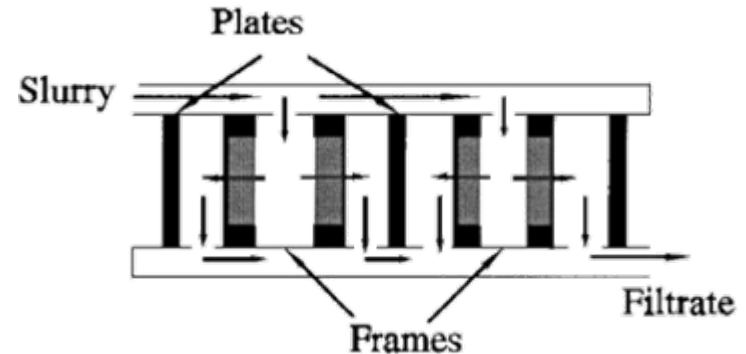
FILTROS SÓLIDO-HUECO:

- Consiste de placas sólidas y huecos vacíos alternativamente. La lechada penetra a través de los huecos y deposita la torta sobre el filtro.

- El **caudal total por unidad de área de filtro** es:

$n \rightarrow n^{\circ}$ de huecos

$$\frac{Q}{A} = \frac{Q}{2nA_{\text{filtro}}}$$



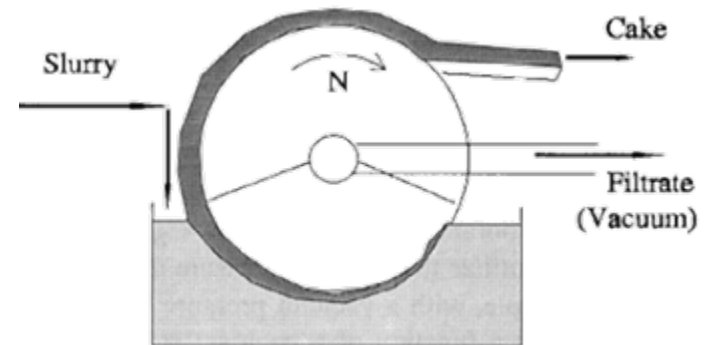
FILTRO DE CILINDRO GIRATORIO:

- Es un dispositivo de filtración continuo que gira a N rpm, y cuyo área de filtro es el área total del cilindro.

- Si f es la fracción del cilindro que está en contacto con la lechada, el **tiempo durante el que cualquier punto sobre la superficie está filtrando**, es:

$$t_{\text{ciclo}} = \frac{1}{N}$$

$$t_{\text{filtro}} = \frac{f}{N}$$



4.7. Filtros.

TORTA COMPRESIBLE:

- Cuando las propiedades de la torta varían con la presión, la **ecuación de gobierno del filtro** es:

$$\frac{Q}{A} = \frac{(-\Delta p)^{1-s}}{\mu \left[\alpha (\tilde{V} / A) (M_s / \tilde{V}) + a \right]} = \frac{1}{A} \frac{d\tilde{V}}{dt}$$

donde el parámetro s caracteriza la dependencia de la presión y los parámetros a y α son propiedades de la torta.

- El filtro puede funcionar de varios modos dependiendo del valor de s :
 - Si $s = 0 \rightarrow$ **la torta es incompresible.**
 - Si $s < 1 \rightarrow$ el caudal se incrementa cuando se incrementa la caída de presión y **la torta es ligeramente compresible.**
 - Si $s = 1 \rightarrow$ el caudal es independiente de la presión y la **torta es compresible.**
 - Si $s > 1 \rightarrow$ el caudal disminuye cuando aumenta la caída de presión y **la torta es muy compresible.**



4.7. Filtros.

TORTA COMPRESIBLE:

- Las **ecuaciones** que se aplican a una torta compresible, son:

➤ **Caída de presión constante:**

$$C_1 \left(\frac{\tilde{V}}{A} \right)^2 + C_2 \left(\frac{\tilde{V}}{A} \right) = t (-\Delta p)^{1-s}$$

➤ **Caudal constante:**

$$2C_1 \left(\frac{Q}{A} \right)^2 t + C_2 \left(\frac{Q}{A} \right) = (-\Delta p)^{1-s}$$

$$C_1 = \frac{\mu \alpha M_s}{2 \tilde{V}}$$

$$C_2 = \mu a$$

- Ahora es necesario determinar empíricamente tres parámetros: **s**, **C₁** y **C₂**.



TEMA 4: Flujo en Medios Porosos y Filtración.

ÍNDICE:

- 4.1. Introducción.
- 4.2. Descripción del medio poroso:
 - **Porosidad.**
 - **Diámetro hidráulico.**
 - **Factor de fricción del medio poroso.**
 - **Número de Reynolds del medio poroso.**
- 4.3. Pérdidas por fricción en medios porosos.
- 4.4. Permeabilidad.
- 4.5. Columnas empaquetadas.
- 4.6. Filtración:
 - **Ecuaciones de gobierno.**
 - **Operación a presión constante.**
 - **Operación a caudal constante.**
 - **Ciclo temporal.**
- 4.7. Filtros.

