

**MEDICIÓN Y DESCOMPOSICIÓN
DE LA EFICIENCIA TÉCNICA MEDIANTE
MÉTODOS NO PARAMÉTRICOS.**

APLICACIÓN A LA PRODUCCIÓN DE LECHE EN ASTURIAS

**Eduardo González Fidalgo
Universidad de Oviedo**

**Director de Tesina:
Antonio Álvarez Pinilla
Departamento de Economía
Universidad de Oviedo**

Deseo agradecer los comentarios y sugerencias realizados por los profesores Joaquín Millán Gómez (Universidad de Lleida) y Carlos Arias Sampedro (Universidad de Oviedo). Asimismo, me gustaría agradecer la labor de mi director de tesina, Antonio Álvarez Pinilla, en cuanto al seguimiento del trabajo y el constante apoyo que de él he recibido.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	3
---------------------------	----------

CAPÍTULO 1

CARACTERIZACIÓN DE LA TECNOLOGÍA EN LA TEORÍA DE LA PRODUCCIÓN

1.1.- La tecnología de producción.....	9
1.2.- El conjunto de posibilidades de producción.....	10
1.3.- Subconjuntos frontera.....	17

CAPÍTULO 2

LA EFICIENCIA TÉCNICA

2.1.- Los índices de eficiencia técnica.....	20
2.2.- Modelo de minimización de inputs.....	22
2.3.- Modelo de maximización del output.....	25
2.4.- La eficiencia en el corto plazo.....	27

CAPÍTULO 3

MÉTODOS PARA EL CÁLCULO DE LA EFICIENCIA TÉCNICA

3.1.- La aproximación paramétrica.....	29
3.2.- La aproximación no paramétrica.....	33
3.2.1.- Análisis DEA de orientación input.....	33
3.2.2.- Análisis DEA de orientación output.....	38
3.2.3.- Análisis DEA de corto plazo.....	39
3.3.- Reflexiones sobre la eficiencia de escala.....	41

CAPÍTULO 4

APLICACIÓN A LA PRODUCCIÓN DE LECHE EN ASTURIAS

4.1.- Presentación de los datos.....	46
4.2.- Resultados empíricos.....	47
4.2.1.- Orientación input.....	48
4.2.2.- Orientación output.....	57
4.2.3.- Análisis de corto plazo.....	61

CONCLUSIONES.....	65
--------------------------	-----------

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	69
--	-----------

INTRODUCCIÓN

El estudio de la eficiencia productiva de las explotaciones agrícolas y ganaderas constituye un campo de gran interés en el ámbito de la investigación económica. Los análisis de eficiencia tienen una enorme importancia para el conocimiento de la estructura del sector, así como para la toma de decisiones encaminadas a conseguir un mejor uso de los factores de producción.

El término *eficiencia productiva* hace referencia a la manera más adecuada de utilizar los recursos con la tecnología de producción existente. Según la clasificación establecida por Farrell (1957) la eficiencia productiva se puede dividir en dos componentes: eficiencia técnica y asignativa. Una unidad productiva es técnicamente eficiente cuando consigue el máximo output posible, dada su dotación de inputs. La eficiencia asignativa se consigue cuando la unidad escoge la combinación de inputs que utiliza de forma tal que el precio de cada input sea igual a su productividad marginal.

Färe, Grosskopf y Lovell (1985) realizan una subdivisión de la eficiencia técnica de Farrell, a la que llaman eficiencia técnica global, en tres componentes: eficiencia de escala, eficiencia de congestión y eficiencia técnica pura. La eficiencia de escala se alcanza cuando el empresario elige adecuadamente la escala de producción. Esta elección es relevante en los casos en

que la tecnología de producción subyacente presenta rendimientos a escala variables. Cuando los rendimientos a escala son constantes todas las empresas son eficientes, desde el punto de vista de la escala, con independencia del tamaño de las mismas. El concepto de eficiencia de congestión exige que la productividad marginal de todos los inputs sea no negativa. La ineficiencia de congestión aparece cuando al aumentar la cantidad utilizada de algún input (*ceteris paribus*) se produce una disminución en el output. Por su parte, el concepto de eficiencia técnica pura es análogo al de eficiencia técnica global una vez descontadas las ineficiencias de escala y de congestión¹.

Toda ineficiencia, con independencia de su carácter, implica una asignación subóptima de los recursos de una sociedad y, por consiguiente, un nivel de bienestar inferior al potencial. La importancia de esta pérdida de bienestar depende del grado de ineficiencia existente en las diferentes actividades, siendo necesario disponer de medidas que permitan identificar a las empresas menos eficientes. El análisis también debe dirigirse a indagar en las causas que originan la ineficiencia para tomar medidas que permitan aliviar el problema.

Para evaluar el grado de eficiencia con que actúa una explotación es necesario conocer la tecnología que caracteriza su actividad. En la mayoría

¹ Menos tratada en la literatura es la llamada eficiencia de alcance. Las economías de alcance surgen cuando resulta más barato producir varios bienes conjuntamente que por separado. En este sentido, Chavas y Aliber (1993) han encontrado evidencia sobre la existencia de sinergias entre la producción agrícola y ganadera de las explotaciones del estado de Wisconsin (Estados Unidos).

de los casos la tecnología no se conoce con exactitud, sino que debe estimarse a partir de los datos disponibles. Tradicionalmente se han utilizado dos aproximaciones para la estimación de la tecnología. Por un lado, la aproximación paramétrica se basa en la especificación de una forma funcional para la frontera de producción. Por otra parte, la aproximación no paramétrica no especifica ninguna forma funcional concreta sino que, a partir de ciertas propiedades que debe satisfacer el conjunto de posibilidades de producción, la frontera se calcula como una envolvente a los datos, determinándose para cada una de las observaciones si pertenece o no a dicha frontera. El uso de distintas aproximaciones puede conducir a resultados muy diferentes, como indican Elyassiani y Medhian (1993).

Los índices de eficiencia se obtienen como resultado de comparar la actuación de cada empresa con las mejores prácticas productivas observadas, que definen la frontera eficiente o *frontera de mejor práctica*. Se trata de una medida relativa, ya que la actuación de cada empresa se evalúa en relación al resto y no con una frontera ideal. Las unidades eficientes son las que definen los estándares de actuación relativa.

La principal ventaja de la aproximación no paramétrica sobre la paramétrica es su flexibilidad, en el sentido de que impone condiciones menos restrictivas sobre la tecnología de referencia y se adapta a contextos multiproducto y de ausencia de precios con relativa sencillez. Además, permite desagregar la medida de eficiencia técnica global en sus tres

componentes. Sin embargo, su gran flexibilidad es también su principal inconveniente, puesto que la frontera de referencia se muestra más sensible a problemas de *outliers* y de errores de medida que la frontera estimada a partir de una especificación de carácter paramétrico. Asimismo, la aproximación no paramétrica es determinística con lo que cualquier desviación respecto de la frontera es atribuida a comportamientos ineficientes, confundiendo la ineficiencia con los factores aleatorios que afectan a todo proceso productivo. Un análisis más amplio y pormenorizado sobre las ventajas e inconvenientes de las distintas aproximaciones puede verse en Pastor (1995).

Varios estudios anteriores, todos ellos desde la aproximación paramétrica, han encontrado evidencia empírica sobre la existencia de un importante grado de ineficiencia en las explotaciones lecheras asturianas. Álvarez, Belknap y Saupe (1988) y Álvarez (1991) estiman un nivel medio de eficiencia del 40% y 91%, respectivamente. Más recientemente, Álvarez y Arias (1993) utilizando un modelo de efectos fijos y otro de efectos aleatorios, con datos de panel, obtienen unos índices de eficiencia técnica media del 73% y 82% respectivamente. En ninguno de estos estudios se encontró relación entre tamaño y eficiencia técnica.

En este trabajo se pretende evaluar el grado de eficiencia técnica de 133 explotaciones lecheras asturianas utilizando la técnica no paramétrica de Análisis Envolvente de Datos (DEA). Las causas que motivan la elección son fundamentalmente tres: en primer lugar, evitar las rigideces propias de

los métodos paramétricos a la hora de estimar la frontera de referencia; en segundo lugar, permitir un estudio más detallado de las causas de la ineficiencia, mediante la descomposición de la eficiencia técnica global en sus tres componentes: eficiencia técnica pura, de escala y de congestión; por último, comparar los resultados con los obtenidos en estudios previos realizados desde la aproximación paramétrica. También se desea analizar la influencia de la ubicación geográfica de las explotaciones (Costa-Interior), así como la existencia de patrones de comportamiento que puedan caracterizar a las explotaciones más eficientes. Para ello, a lo largo del trabajo se analizan tres modelos diferentes basados en distintas hipótesis de partida:

a.- *Modelo de minimización de inputs (MMI)*: el objetivo del empresario es reducir al máximo su consumo de inputs, sin reducir el nivel de output.

b.- *Modelo de maximización del output (MMO)*: el objetivo es aumentar el output al máximo, sin incrementar la dotación de inputs.

c.- *Análisis de corto plazo (ACP)*: existen inputs fijos cuyo volumen no puede reducirse inmediatamente. En este caso el objetivo es reducir el consumo del resto de los inputs (variables), sin reducir el nivel de output.

En el caso de la producción de leche, el MMI parece más apropiado que el MMO, puesto que el output (leche) se encuentra parcialmente fijado por las cuotas lecheras impuestas por la CE, con lo que los ganaderos no pueden aumentar la cantidad de leche por encima de la que ya producen. Para el MMI se efectúan los análisis de corto y largo plazo, mientras que para el MMO sólo se realiza el de largo plazo².

El trabajo se estructura en cuatro capítulos. En el capítulo 1 se expone la representación de la tecnología en el marco de la teoría de la producción. En el capítulo 2 se definen los índices de eficiencia técnica que se calculan en la aplicación empírica. En el capítulo 3 se exponen los distintos métodos que se utilizan para el cálculo de los índices, con especial atención al Análisis Envolvente de Datos. En el capítulo 4 se presentan los datos y los principales resultados del análisis para los tres modelos. Por último, se resumen las conclusiones más importantes.

² En el MMO es irrelevante la distinción entre inputs fijos y variables, puesto que se persigue el aumento en el output cuando todos los inputs permanecen inalterados.

CAPÍTULO 1

CARACTERIZACIÓN DE LA TECNOLOGÍA EN LA TEORÍA DE LA PRODUCCIÓN

En este capítulo se expone el marco teórico que permite caracterizar la tecnología de producción. En el apartado 1.1 se define el concepto de tecnología como la relación entre inputs y outputs que determina el conjunto de procesos productivos factibles, conocido como conjunto de posibilidades de producción. En el apartado 1.2 se define formalmente este conjunto bajo diferentes supuestos sobre la tecnología. Por último, en el apartado 1.3 se introducen los conceptos de frontera de producción e isocuanta.

1.1.- La tecnología de producción

La tecnología es una de las restricciones más importantes a la producción de bienes y servicios, ya que divide el conjunto de procesos productivos potenciales en realizables y no realizables. Los avances tecnológicos permiten ampliar el conjunto de procesos productivos realizables, llamado conjunto de posibilidades de producción (CPP), al convertir en factibles procesos que antes no lo eran.

En la Teoría de la Producción, la tecnología se representa mediante la relación entre los inputs que se utilizan y los outputs que se obtienen. En

una actividad en la que n unidades productivas (UPs) utilizan m inputs $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)' \in \mathfrak{R}_+^m$ para producir s outputs $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_s)' \in \mathfrak{R}_+^s$, cada par de vectores (\mathbf{x}, \mathbf{y}) constituye un proceso productivo concreto. El CPP recoge todos los procesos productivos permitidos por la tecnología, tanto los eficientes como los ineficientes. Para evaluar el grado de eficiencia con que actúa una explotación, primero es necesario conocer cuál es el conjunto que recoge las alternativas posibles en su actividad productiva.

1.2.- El conjunto de posibilidades de producción

Para definir explícitamente el CPP es necesario formular una serie de supuestos acerca de qué procesos productivos se consideran realizables y cuáles no. Por ejemplo, podrían calificarse como realizables sólo aquellos procesos que se observan en las explotaciones objeto de análisis. Al grupo anterior podrían añadirse todos aquellos procesos que implicasen un mayor uso de inputs y/o un menor volumen de producción. Los distintos supuestos que se realicen sobre la tecnología darán lugar a distintas formulaciones del CPP y, por tanto, a distintas mediciones de la eficiencia.

Los supuestos más comunes sobre la naturaleza del CPP, que se denotará por T , son:

a.- *El CPP es no vacío*: existe algún proceso productivo factible. De hecho, los procesos observados se consideran factibles.

b.- *El CPP es un conjunto cerrado*: su frontera le pertenece¹.

c.- *Rendimientos a escala constantes (REC)*: este supuesto establece que es técnicamente posible aumentar o reducir la escala de cualquier proceso productivo observado; es decir si $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in T \Rightarrow \alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in T, \forall \alpha \geq 0$.

d.- *Convexidad*: las combinaciones lineales convexas de los procesos productivos observados, así como las combinaciones lineales convexas de aquéllas, pertenecen al CPP. La formulación matemática de este supuesto es: $(\mathbf{x}, \mathbf{y}), (\mathbf{x}', \mathbf{y}') \in T, \alpha \in [0, 1] \Rightarrow \alpha(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + (1 - \alpha)(\mathbf{x}', \mathbf{y}') \in T$.

Conjuntamente, los cuatro supuestos anteriores establecen que el CPP está compuesto por todas las combinaciones lineales de los procesos productivos observados.

e.- *Eliminación gratuita de inputs*: en su versión estricta establece que una unidad productiva es capaz de producir la misma cantidad de output utilizando una cantidad mayor de inputs. Es decir, puede desechar el exceso de inputs a coste cero: $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in T, \mathbf{x}' \geq \mathbf{x} \Rightarrow (\mathbf{x}', \mathbf{y}) \in T$.² La versión débil establece que es posible mantener el nivel de producción, siempre que se produce un incremento equiproporcional en la cantidad empleada de todos los inputs. Matemáticamente, si $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in T \Rightarrow (\alpha\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in T, \alpha \geq 1$.

¹ Formalmente, el límite de cualquier sucesión de procesos productivos factibles también es factible. Es decir, $\left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{y})^n \right\} \rightarrow (\mathbf{x}, \mathbf{y}), (\mathbf{x}, \mathbf{y})^n \in T, \forall n \Rightarrow (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in T$.

f.- *Eliminación gratuita de outputs*: es posible producir una cantidad menor de al menos uno de los outputs, utilizando las mismas cantidades de inputs. Si $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in T, \mathbf{y}' \leq \mathbf{y} \Rightarrow (\mathbf{x}, \mathbf{y}') \in T$.³

Las propiedades *a-f* (e en sentido estricto) proporcionan una primera definición del CPP, cuya expresión analítica viene dada por:

$$T = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) : \mathbf{y} \leq Y\lambda, \mathbf{x} \geq X\lambda, \lambda \in \mathfrak{R}_+^n\} \quad (1.1)$$

donde X es una matriz de dimensión (m,n) que recoge las cantidades de inputs empleadas por las n UPs, Y es una matriz de dimensión (s,n) que recoge las cantidades de outputs que obtienen y λ es el *vector de intensidad* $(n,1)$ que pondera la actividad de cada explotación. Así, la expresión $X\lambda$ representa una combinación lineal de los vectores de inputs utilizados por las n unidades, siendo $Y\lambda$ la combinación lineal de los vectores de outputs que se obtiene con ese vector de intensidad. De este modo, la expresión (1.1) define el CPP como el conjunto de procesos productivos que no implican mayor producción de outputs ni menor consumo de inputs que cualquier combinación lineal de los procesos observados.

² Se utiliza la notación $\mathbf{x}' \geq \mathbf{x}$ para indicar que al menos una de las componentes de \mathbf{x}' es mayor que la correspondiente en \mathbf{x} .

³ Este supuesto puede ser modificado en el caso de que alguno de los outputs sea indeseable (e.g.: contaminación). El supuesto de eliminación gratuita de outputs en sentido débil no se utiliza en la aplicación empírica, en la que se considera un único output (leche).

La relajación de los supuestos formulados sobre el CPP permite formular definiciones más flexibles del mismo. En particular, el supuesto de REC es altamente restrictivo, ya que implica que es tecnológicamente posible reescalar la actividad de cualquier unidad productiva sin límite alguno. La tecnología, en cambio, puede presentar rendimientos a escala variables (REV), de modo que al incrementar la dotación de inputs en una determinada proporción, el output lo hace en una proporción distinta. Afriat (1972) demuestra que es posible redefinir el CPP, de manera que permita la existencia de rendimientos a escala variables, mediante la inclusión en (1.1) de la siguiente restricción sobre las componentes del vector de intensidad:

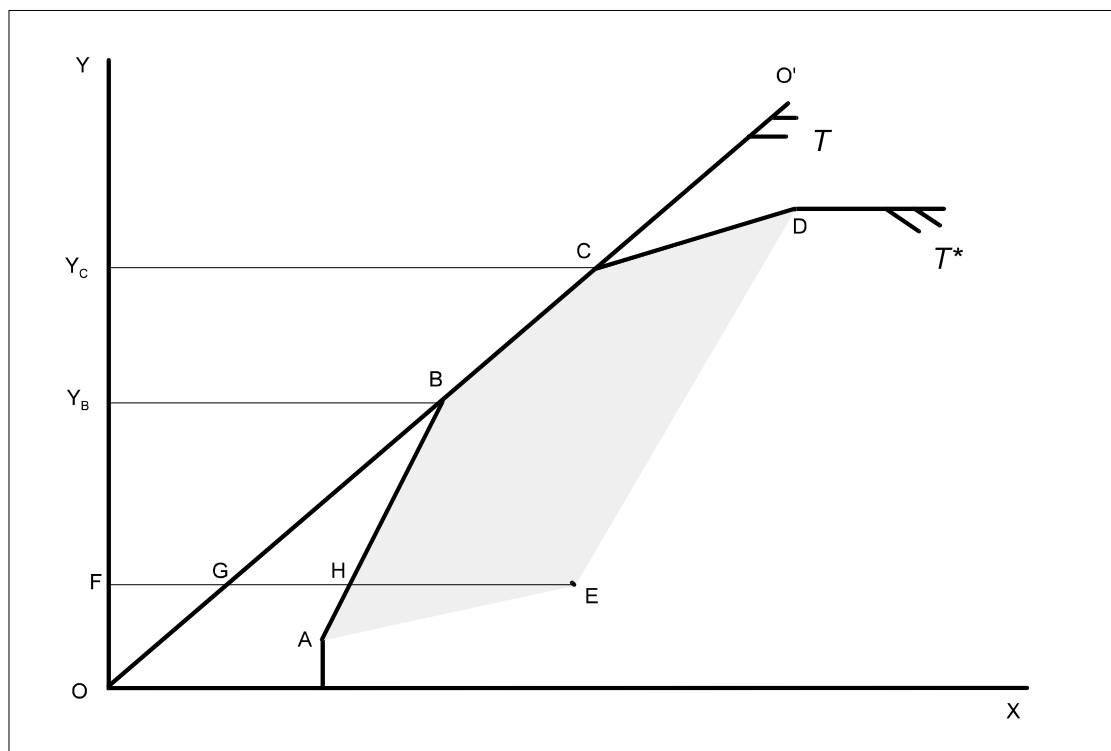
$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad (1.2)$$

De este modo, las condiciones impuestas sobre el CPP establecen que está compuesto por los procesos productivos observados y por sus combinaciones lineales convexas, llegando a una segunda definición:

$$T^* = \left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{y}) : \mathbf{y} \leq Y\lambda, \mathbf{x} \geq X\lambda, \lambda \in \mathfrak{R}_+^n, \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \right\} \quad (1.3)$$

En el gráfico (1.1) se representa la tecnología de producción, bajo los supuestos de rendimientos a escala constantes (T) y variables (T^*), de cinco unidades que producen un output Y , a partir de un input X , según los procesos productivos A, B, C, D y E.

Gráfico 1.1.- La tecnología bajo REC y REV



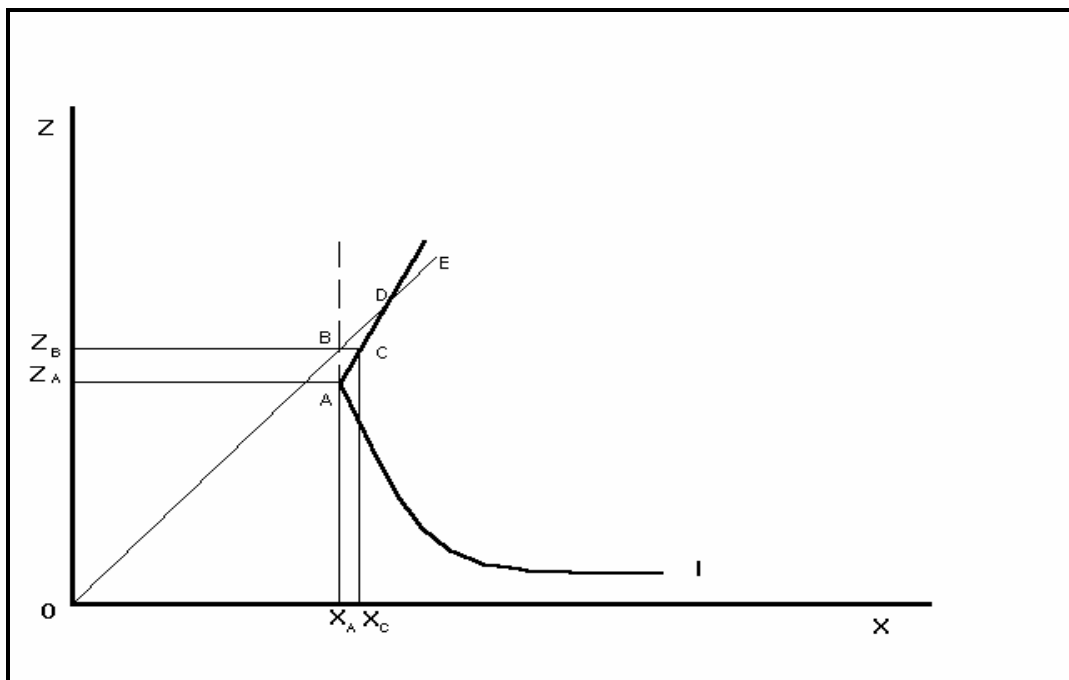
En el caso de REC, el CPP está constituido por todo el área a la derecha de la línea OO' . La línea OO' pertenece al CPP puesto que está integrada por combinaciones lineales del proceso B (o C) y el área a su derecha (por debajo) también pertenece al CPP debido al supuesto de eliminación gratuita de inputs (outputs). Bajo la hipótesis de REV no se permite que cualquier combinación lineal de los procesos observados pertenezca al CPP, sino sólo las convexas, recogidas en el área sombreada. Como en el caso de REC, el CPP se extiende hacia la derecha y hacia abajo debido a los supuestos de eliminación gratuita. Comparando ambos conjuntos se observa que para niveles de output inferiores a Y_B existen rendimientos crecientes, de Y_B a Y_C constantes y por encima de Y_C decrecientes.

La relajación de la propiedad de eliminación gratuita de inputs en sentido estricto da lugar a una nueva definición del CPP:

$$T^{**} = \left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{y}) : \mathbf{y} \leq Y\lambda, \phi\mathbf{x} = X\lambda, \lambda \in \mathfrak{R}_+^n, \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \phi \in (0,1] \right\} \quad (1.4)$$

La expresión (1.4) es análoga a la expresión (1.3), salvo en el hecho de que los vectores de inputs (\mathbf{x}) que pueden ser utilizados en los procesos productivos, para merecer la consideración de realizables, deben mantener cierta proporcionalidad (ϕ) entre sus componentes y las de las combinaciones lineales convexas de los procesos observados ($X\lambda$). La nueva definición del CPP permite detectar la existencia de fenómenos de congestión. Un input se encuentra congestionado cuando al incrementar su cantidad disminuye el output obtenido. Un ejemplo de congestión es el uso de pesticidas en la agricultura: existe un límite a partir del cual, si se sigue fumigando, las plantas se estropean y se pierde producción (esto no sucedería si se produjera un incremento de igual proporción en el input *plantas*). Si la tecnología se corresponde con la expresión (1.3), la congestión no es posible. En cambio, la expresión (1.4) no impone la condición de que las productividades marginales sean no negativas, permitiendo observar fenómenos de congestión.

Gráfico 1.2.- La tecnología con congestión



Gráficamente, la congestión se produce cuando la isocuanta se *dobra hacia atrás*, en cuyo caso existe un punto a partir del cual si aumenta la cantidad empleada de uno de los inputs el nivel de producción disminuye, a menos que también aumente la cantidad empleada del resto. En el gráfico (1.2) se representa la isocuanta I para el caso de 2 inputs X y Z, donde Z es el input responsable de la congestión. El problema aparece en el punto A, ya que a partir de ahí un incremento en la cantidad empleada del input Z (por ejemplo de Z_A a Z_B) conduce a una reducción de la producción, a menos que la cantidad del input X aumente hasta X_C .

1.3.- Subconjuntos frontera

En este apartado se aborda el estudio de la frontera del CPP para el caso de una tecnología que produce un sólo output a partir de m inputs. El supuesto de un sólo output simplifica la exposición, permitiendo enfocar la

aproximación teórica a la posterior aplicación empírica⁴. Pueden definirse varios subconjuntos frontera del CPP distintos, a partir de los cuales se formulan diferentes medidas de eficiencia. En este trabajo la atención se centra en las dos definiciones siguientes:

1.- *Frontera de producción*: recoge la máxima cantidad de output que es posible producir a partir de cada vector de inputs:

$$FP = \text{Max}\{y: (\mathbf{x}, y) \in C\} \quad (1.5)$$

donde $C = T$ en el caso de que la tecnología se hubiera definido bajo el supuesto de REC, $C = T^*$ en el caso de REV y $C = T^{**}$ en el caso de eliminación gratuita de inputs en sentido débil. En el gráfico (1.1) la frontera de producción viene representada por la línea OO', en el caso de REC, y por la línea quebrada ABCD, en el caso de REV.

2.- *Isocuanta*: se define como el conjunto de vectores de inputs a partir de los cuales es posible producir, como máximo, una cantidad de output (l) determinada. Su expresión analítica es:

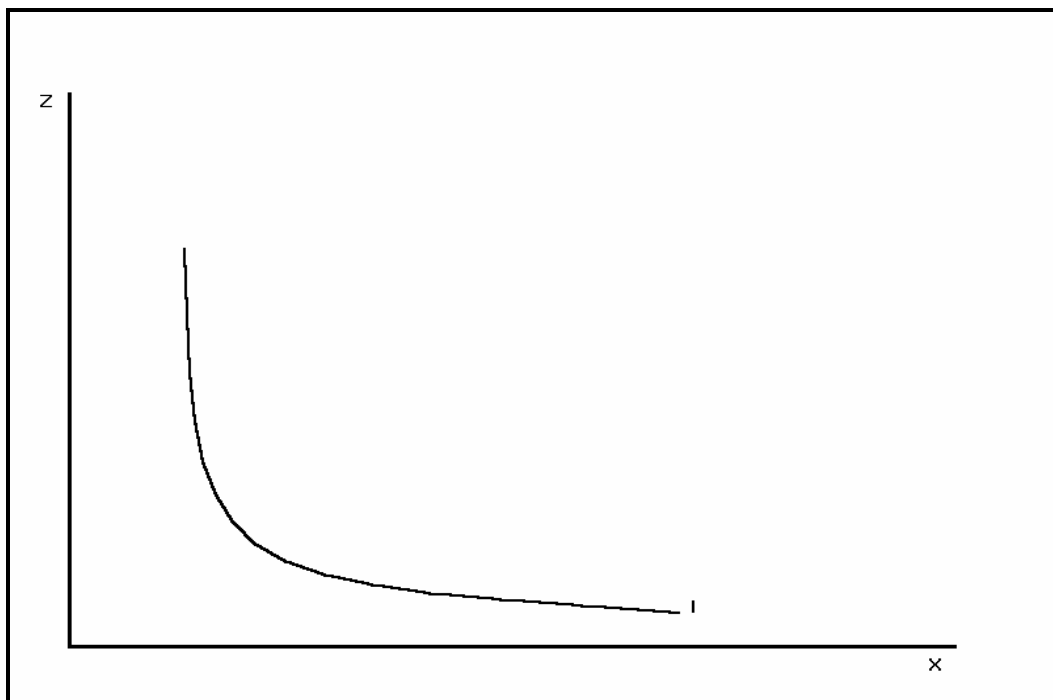
$$I(l) = \{\mathbf{x}: (\mathbf{x}, l) \in C, (\lambda \mathbf{x}, l) \notin C, \lambda \in [0, 1)\} \quad (1.6)$$

donde, nuevamente, $C = T$ en el caso de REC y $C = T^*$ en el caso de REV. En el gráfico (1.3) se representa la isocuanta (l) para el caso de dos inputs (X,Z). Todas las combinaciones de inputs representadas por la línea l

⁴ La simplificación al caso de un sólo output se mantendrá hasta el final del trabajo.

permiten alcanzar, como máximo, la cantidad de output $y=l$. Por supuesto, existe una isocuanta para cada nivel de producción.

Gráfico 1.3.- Representación gráfica de la isocuanta



Estableciendo $C = T^{**}$ en (1.6) se permite la existencia de congestión en el uso de inputs. La representación gráfica de la isocuanta en una tecnología congestionada se ofrece en el gráfico (1.2).

En algunos estudios se define una tercera frontera denominada *subconjunto eficiente*. Un proceso productivo pertenece a la isocuanta (I) si no es posible mantener el volumen de producción ($y=l$) cuando se reducen las cantidades empleadas de todos los inputs en igual proporción (λ). El concepto de subconjunto eficiente es más estricto. Un proceso productivo

pertenece al subconjunto eficiente si no es posible mantener el nivel de producción al reducir la cantidad de al menos uno de los inputs.

CAPÍTULO 2

LA EFICIENCIA TÉCNICA

En este capítulo se definen los índices de eficiencia técnica según tres modelos diferentes. En el apartado 2.1 se realiza una breve clasificación de los modelos y se expone el concepto de medida radial de eficiencia técnica introducido por Debreu (1951) y Farrell (1957). En los apartados 2.2, 2.3 y 2.4 se definen formalmente los índices para los modelos de minimización de inputs, maximización del output y el análisis de corto plazo, respectivamente.

2.1.- Los índices de eficiencia técnica

La eficiencia de una empresa se calcula comparando su actuación con la del grupo de empresas que realizan la misma actividad productiva. Si ninguna de éstas utiliza un proceso productivo estrictamente preferible al suyo, su índice de eficiencia toma el valor uno (máximo). En caso contrario, el índice toma valores inferiores a la unidad, delatando la existencia de cierto grado de ineficiencia. Los dos subconjuntos frontera definidos en el capítulo 1 sirven como referencia para realizar las comparaciones.

Para formular una medida de eficiencia es necesario definir la relación de preferencia entre los procesos productivos factibles. Esta relación puede pensarse en términos del objetivo del productor: maximizar el output o

minimizar los inputs¹. Si el productor está interesado en reducir el consumo de inputs preferirá aquellos procesos que permitan obtener la misma cantidad de output con una cantidad de inputs menor. Si lo que le interesa es aumentar la producción preferirá los procesos que, con su misma dotación de inputs, alcanzan un nivel de output mayor. Según este criterio, se distinguen dos modelos:

- Modelo de minimización de inputs (MMI)
- Modelo de maximización del output (MMO)

Otra distinción importante hace referencia a la naturaleza de cada input, fijo o variable, según la prontitud con la que el productor puede modificar su consumo. La cantidad utilizada de los inputs variables puede alterarse dentro del periodo considerado en el modelo, mientras que para modificar el consumo de un input fijo debe transcurrir un periodo de tiempo superior. En un modelo de largo plazo todos los inputs se consideran variables, mientras que en un modelo de corto plazo existen inputs fijos, recayendo el interés del productor en la reducción del resto². En función del periodo considerado, se distingue entre dos tipos de análisis:

- Análisis de largo plazo (ALP)

¹ Aunque no se trata el caso en este trabajo, podría suponerse un objetivo mixto. Véase Färe, Grosskopf y Lovell (1994), cap. 8, para un estudio amplio y detallado de este tipo de modelos.

² El periodo temporal que define el largo plazo es aquel necesario para poder alterar la cantidad empleada de todos los inputs.

- Análisis de corto plazo (ACP)

Debreu (1951) y Farrell (1957) introdujeron una medida radial de eficiencia técnica, que es aplicable en los diferentes modelos señalados. La idea detrás de esta medida es calcular la máxima reducción equiproporcional en todos los inputs que permite seguir produciendo la misma cantidad de output (MMI) o, el máximo incremento alcanzable en el output para una dotación de inputs determinada (MMO)³. Conviene señalar que esta medida es generalmente distinta para el MMI y el MMO. Sólo coinciden en el caso de REC, como señala Farrell (1957) y demuestran Färe y Lovell (1978).

2.2.- Modelo de minimización de inputs

En este apartado se define el índice de Farrell en un contexto en que el objetivo es reducir al máximo los consumos de inputs (MMI), cuando el horizonte temporal es suficientemente amplio (ALP), no existiendo inputs fijos. Este índice se denotará por F_i^I , donde el subíndice hace referencia a la unidad que se evalúa y el superíndice (I:Input) al modelo que se emplea (MMI). La definición formal del índice viene dada por la siguiente expresión:

$$F_i^I = \min\{\theta : (y_i, \theta \mathbf{x}_i) \in C\} \quad (2.1)$$

³ La característica fundamental de las medidas radiales es que implican el mantenimiento de la relación de inputs de la unidad evaluada en el punto sobre la frontera con el que es comparada.

donde θ es un escalar y C representa el CPP. Se trata de buscar la mínima proporción (F_i^I) a la que se puede reducir el vector de inputs (\mathbf{x}_i), manteniendo inalterado el nivel de output (y_i). De otra forma, $(1-F_i^I)$ puede interpretarse como la máxima reducción equiproporcional posible en todos los inputs que permitiría seguir obteniendo el nivel de producción y_i .

En este modelo, el subconjunto frontera con el que son comparadas las unidades es la isocuanta. La proyección del proceso productivo de la unidad analizada sobre la isocuanta, $(y_i, F_i^I \mathbf{x}_i)$, se interpreta como el proceso productivo eficiente con el que se compara la unidad. Si $F_i^I=1$ la proyección sobre la frontera coincide con el proceso que se evalúa, por lo que la comparación se realiza con respecto a este mismo proceso. Por tanto, el índice F_i^I está acotado entre 0 y 1; si $F_i^I=1$ no es posible reducir las cantidades de inputs empleadas y la unidad es técnicamente eficiente, mientras que si $F_i^I < 1$ existe ineficiencia técnica.

Si $C=T$ el índice está definido bajo el supuesto de rendimientos a escala constantes y recibe el nombre de índice de eficiencia técnica global (ETG). Si $C=T^*$ el índice está definido bajo el supuesto de rendimientos a escala variables y se conoce como índice de eficiencia técnica (ET). Este índice descuenta el efecto de no operar en la escala óptima de producción, que se recoge en una medida residual de eficiencia de escala, $ES=ETG/ET$. La eficiencia de escala hace referencia a la reducción adi-

cional en el uso de los inputs que sería posible conseguir si la tecnología presentara REC en el punto en que produce la unidad.

El gráfico (1.1) permite ilustrar los tres índices anteriores. En un contexto de REC, la máxima reducción posible que puede alcanzarse en la cantidad del input X utilizada por el proceso productivo E viene dada por $(1-ETG)$, donde $ETG=FG/FE$. Si la tecnología presenta rendimientos variables, el índice de eficiencia técnica es $ET=FH/FE$. La diferencia entre estos dos índices se debe al efecto de la escala productiva, que queda recogido en el índice $ES=ETG/ET=FG/FH$.

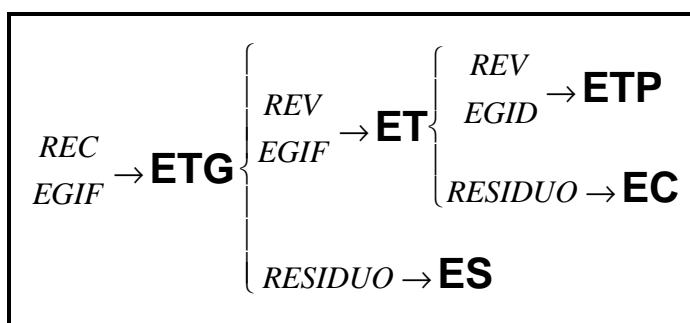
Para definir un cuarto índice que recoja el efecto de la congestión, es necesario relajar el supuesto de eliminación gratuita de inputs en sentido estricto; es decir, $C=T^{**}$ en (2.1). El índice así calculado recibe el nombre de eficiencia técnica pura (ETP). La diferencia entre los índices ET y ETP se debe al efecto de la congestión, con lo que el índice de eficiencia de congestión se define como $EC=ET/ETP$. En el caso de que no haya posibilidades de congestión para ningún input debe verificarse la identidad $T^* \equiv T^{**} \Rightarrow ET \equiv ETP \Rightarrow EC \equiv 1$.

En el gráfico (1.2) se ilustra la definición del índice de eficiencia de congestión para la unidad E . El índice de Farrell calculado con respecto a la tecnología congestionada es $ETP=OD/OE$. La tecnología no congestionada más próxima se representa por la línea punteada, proporcionando el

índice $ET=OB/OE$. Por tanto, la eficiencia de congestión viene dada por el ratio $EC=ET/ETP=OB/OD$.

El siguiente esquema resume la forma en que se descompone el índice de eficiencia técnica global en sus diferentes conceptos⁴:

Cuadro 2.1.- Descomposición de la eficiencia



2.3.- Modelo de maximización del output

La manera de calcular los índices en el MMO es análoga a la expuesta para el MMI. El índice de Farrell se denotará por F_i^O , indicando el subíndice la unidad que se evalúa y el superíndice (O:Output) el modelo que se utiliza (MMO). Formalmente, el índice se define como:

$$F_i^O = \max\{\theta : (\theta y_i, \mathbf{x}_i) \in C\} \tag{2.2}$$

⁴ Se emplean las abreviaturas EGIF y EGID para denotar las propiedades de Eliminación Gratuita de Inputs en sentido Fuerte y Débil, respectivamente.

Se trata de buscar la máxima proporción (F_i^o) hasta la que es posible aumentar el nivel de output (y_i) sin variar el consumo de inputs (x_i)⁵. De otra forma, ($F_i^o - 1$) puede interpretarse como el máximo incremento posible en el output que puede obtenerse con el mejor uso de la dotación actual de inputs. En este caso, el subconjunto frontera que sustenta la comparación es la frontera de producción, siendo el proceso definido por $(F_i^o y_i, x_i)$ la proyección del proceso utilizado por la unidad i -ésima sobre dicho subconjunto.

Por conveniencia, la anterior medida suele transformarse en un índice acotado entre 0 y 1, definido como $\tilde{F}_i^o = 1/F_i^o$. Este nuevo índice se interpreta como la proporción del output potencial que realmente produce la unidad evaluada.

Al igual que en el apartado 2.2, cuando $C=T \Rightarrow \tilde{F}_i^o = \text{ETG}$, mientras que si $C=T^* \Rightarrow \tilde{F}_i^o = \text{ET}$. La medida residual de eficiencia de escala queda definida como $\text{ES} = \text{ETG}/\text{ET}$. Si $C=T^{**} \Rightarrow \tilde{F}_i^o = \text{ETP}$, definiéndose el índice de eficiencia de congestión como $\text{EC} = \text{ET}/\text{ETP}$ ⁶. La interpretación de estos índices es simétrica a la estudiada en el apartado anterior.

2.4.- La eficiencia en el corto plazo

⁵ Nótese que $F_i^o \geq 1$.

⁶ Este índice hace referencia a la congestión en el uso de inputs. La congestión de outputs no se considera en este trabajo al limitarse el estudio al caso de un único output (en que el problema de la congestión de *outputs* carece de sentido).

El índice de eficiencia técnica definido en el apartado 2.1 mide la máxima reducción equiproporcional posible en las cantidades empleadas de todos los inputs. Para ser eficiente, el empresario debería adoptar el proceso productivo que le permitiera conseguir dicha reducción. Sin embargo, a corto plazo existen inputs cuya cantidad no puede modificarse inmediatamente (mediante una mejor gestión). Por ejemplo, si una unidad utiliza un número de máquinas mayor del necesario para producir su nivel de output, no podrá reducir dicho número hasta que encuentre un comprador o las máquinas sobrantes se deprecien por completo. Es evidente sin embargo que el empresario siempre puede reducir inmediatamente el consumo de otros inputs, como por ejemplo la electricidad con que funcionan las máquinas.

En el análisis de corto plazo, la cantidad empleada de los inputs fijos debe ser tratada como si estuviera determinada exógenamente a la actuación del empresario. El índice de eficiencia en el ACP se denota por F_i^{CP} y se define como⁷:

$$F_i^{cp} = \min\{\theta: (y_i, \theta \mathbf{x}_i, \mathbf{z}_i) \in C\} \quad (2.3)$$

donde \mathbf{z}_i es el vector de inputs fijos utilizado por la unidad i -ésima. La inclusión de inputs fijos fue propuesta originalmente por Banker y Morey (1986a), quienes generalizaron el método para incluir factores exógenos que

⁷ La discusión sobre los distintos componentes del índice es similar a la llevada a cabo en el apartado 2.1.

afectan a la eficiencia (Banker y Morey, 1986b). Una interesante aplicación en la que se compara la eficiencia en el corto y el largo plazo, para las explotaciones lecheras de Nueva York, se encuentra en Tauer (1993).

Nótese que el hecho de tratar el problema desde el punto de vista de el corto o el largo plazo no afecta al índice de eficiencia en términos de output, ya que para su cálculo es irrelevante la distinción entre inputs fijos y variables. Otro aspecto que conviene destacar es que los índices de eficiencia en el ACP toman siempre valores menores o iguales que los correspondientes en el ALP. En el corto plazo sólo un subvector de los inputs ha de ser reducido a la proporción θ , mientras que en el largo plazo es necesario que dicha reducción se pueda llevar a cabo en todos los inputs, lo que supone una restricción mayor.

CAPÍTULO 3

MÉTODOS PARA EL CÁLCULO DE LA EFICIENCIA TÉCNICA

En este capítulo se exponen algunas de las herramientas disponibles para el cálculo de los índices de eficiencia definidos en el capítulo 2. En el apartado 3.1 se repasan brevemente las líneas generales de la aproximación paramétrica. La aproximación no paramétrica se estudia con mayor detalle en el apartado 3.2. Finalmente, en el apartado 3.3, se realiza una breve discusión sobre la correcta interpretación del índice de eficiencia de escala.

3.1.- La aproximación paramétrica¹

En la aproximación paramétrica se parte de la especificación de una forma funcional para la frontera de producción, que recibe el nombre de *función de producción*. El principal problema de los métodos paramétricos consiste precisamente en elegir la forma funcional concreta que se impone sobre los datos. Existe una amplia gama de propuestas sobre la forma de la función de producción, unas más restrictivas (eg. Cobb-Douglas) y otras más flexibles (eg. Translog). Todas imponen cierta estructura sobre la tecnología. Por ello, en los estudios en que se aplican

¹ Una amplia descripción de esta aproximación se encuentra en Lovell y Schmidt (1988).

métodos paramétricos se tiene especial cuidado en comprobar si los resultados obtenidos provienen de las características de la muestra que se analiza o si, por el contrario, son impuestos a priori por la forma funcional escogida.

La especificación econométrica general para estimar la tecnología de referencia es²:

$$y_i = f(\mathbf{x}_i) - u_i \quad , \quad u_i \geq 0 \quad (3.1)$$

El término $f(\mathbf{x}_i)$ representa la función de producción e indica el máximo nivel de producción que la empresa i -ésima puede llegar a alcanzar a partir de la dotación de inputs \mathbf{x}_i . El término y_i representa su nivel de producción real. La diferencia entre estas dos expresiones se recoge en un término de error aleatorio o residuo (u_i), para el que se especifica una distribución de probabilidad. La ineficiencia técnica es un concepto que hace referencia a la distancia (diferencia) entre la producción real y la función de producción, por lo que la información relevante para el cálculo de los índices proviene del término de error. Se distinguen tres grandes bloques de fronteras de producción, según los supuestos formulados sobre el término de error:

² Se expone la especificación más sencilla en la que el término de error es aditivo. En el caso de que se especificara $f(\mathbf{x}) \cdot e^{-u}$, tomando logaritmos se llega a una especificación similar.

a.- *Fronteras determinísticas*: en este tipo de fronteras la única imposición consiste en que los residuos en (3.1) han de ser no negativos, lo que asegura que todas las observaciones se encuentran por debajo de la frontera. El carácter determinista se debe al hecho de que las *posibilidades de producción* de la empresa se encuentran completamente determinadas por $f(\mathbf{x}_i)$. La primera estimación de una frontera determinística fue realizada por Aigner y Chu (1968). El índice de eficiencia técnica viene dado por la siguiente expresión:

$$F_i = 1 - \frac{u_i}{f(\mathbf{x}_i)} \quad (3.2)$$

El gran inconveniente de este tipo de fronteras es que toda la desviación respecto de $f(\mathbf{x}_i)$ se considera causada por comportamientos ineficientes. Como consecuencia los resultados se muestran altamente sensibles a la presencia de *outliers*.

b.- *Fronteras probabilísticas*: con el fin de evitar los problemas de las fronteras determinísticas puede utilizarse un procedimiento, sugerido por Timmer (1971), que consiste en estimar el modelo (3.1) permitiendo que un determinado porcentaje de las observaciones se sitúe por encima de la frontera. El problema de este método radica en establecer un criterio objetivo para determinar adecuadamente tal porcentaje.

c.- *Fronteras estocásticas*: son las únicas que tienen en cuenta la naturaleza estocástica de la actividad productiva. La característica fundamental de estos modelos consiste en que emplean un término de error compuesto: $u_i = e_i - v_i$. La novedad es el término v_i ; una perturbación aleatoria simétrica, que se supone idéntica e independientemente distribuida como una $N(0, \sigma_v^2)$. La frontera estocástica se define como:

$$y_i^* = f(\mathbf{x}_i) + v_i \quad (3.3)$$

Ahora, las posibilidades de producción no están enteramente determinadas por $f(\mathbf{x}_i)$, sino que el término v_i permite cierta flexibilidad. La desviación de la observación respecto de la frontera estocástica se recoge en el componente no simétrico del error (e_i), con lo que el índice de eficiencia técnica se obtiene como:

$$F_i = 1 - \frac{e_i}{f(\mathbf{x}_i) + v_i} \quad (3.4)$$

La primera especificación de un modelo con término de error compuesto se debe a Aigner, Amemiya y Poirier (1976).

3.2.- La aproximación no paramétrica

La principal ventaja de la aproximación no paramétrica consiste en que no necesita la especificación de una forma funcional concreta para la frontera de producción. En cambio, los métodos no paramétricos se caracterizan por establecer ciertas propiedades sobre la tecnología para, a partir de ellas, calcular la frontera como una envolvente a los datos.

Charnes, Cooper y Rhodes (1978) introdujeron la técnica de Análisis Envolvente de Datos (DEA), que permite calcular los índices de eficiencia mediante la resolución de programas de optimización. Esta técnica permite calcular todos los índices definidos en el capítulo 2, para los tres modelos: MMI, MMO y ACP.

3.2.1.- Análisis DEA de orientación input

Para calcular los índices de eficiencia cada unidad es secuencialmente comparada con el resto con el fin de encontrar su *grupo de comparación eficiente* (GCE). Éste se define como la combinación lineal de procesos productivos que minimiza los consumos de inputs sujeta a la restricción de producir, al menos, tanto output como la unidad analizada.

El índice de eficiencia técnica global (ETG) a largo plazo, para la unidad productiva i -ésima, se calcula resolviendo el siguiente programa:

$$\begin{aligned}
& \min_{\theta, \lambda} \theta_i \\
& \text{s.a.:} \quad \sum_{j=1}^n x_{qj} \lambda_j \leq \theta_i x_{qi} \quad , \quad q = 1, 2, \dots, m \\
& \quad \quad \sum_{j=1}^n y_j \lambda_j \geq y_i \\
& \quad \quad \lambda_j \geq 0 \quad , \quad j = 1, 2, \dots, n
\end{aligned} \tag{3.5}$$

En el programa (3.5), λ_j es la componente j -ésima del vector de intensidad y se interpreta como la ponderación que se asigna al proceso productivo de la unidad j -ésima como componente del GCE, de forma que si $\lambda_j > 0$ dicha unidad forma parte del mismo. El GCE determina un θ_i^* óptimo que es el índice de eficiencia técnica global de la unidad que se evalúa, puesto que indica la proporción mínima de todos los inputs utilizados por la unidad (x_{qi}), con la que cierta combinación lineal de los procesos productivos observados podría alcanzar (al menos) la misma cantidad de output (y_i).

La proyección del proceso de la unidad analizada sobre la frontera, $(y_i^*, \mathbf{x}_i^*) = \left(\sum y_j \lambda_j, \theta_i^* \mathbf{x}_i \right)$, es el proceso productivo utilizado por el GCE. Para cada observación se resuelve el programa (3.5), obteniéndose su índice de eficiencia. Calculando el GCE de todas las unidades puede representarse la frontera de mejor práctica o frontera eficiente. Las unidades cuyos procesos se sitúan sobre dicha frontera son declaradas técnicamente eficientes y

tienen un $\theta^*=1$.³ Para estas unidades el GCE está compuesto exclusivamente por ellas mismas.

El supuesto de REC permite que cualquier valor positivo de λ_j sea posible y, por tanto, que unidades de gran escala sean comparadas con unidades hipotéticas de pequeña escala y viceversa. En efecto, si $\sum \lambda_j > 1$ se está comparando la unidad con otras que operan en una escala más reducida, mientras que si $\sum \lambda_j < 1$ se la está comparando con unidades de escala mayor⁴. En el caso de que los rendimientos a escala sean variables, al comparar unidades de escala diferente no se puede distinguir entre ineficiencias técnicas en sentido estricto e ineficiencias derivadas de no operar en la escala óptima. Para calcular el índice de eficiencia técnica (ET) es necesario realizar la comparación respecto a la frontera con REV, es decir imponiendo la restricción de que el GCE opere a una escala similar a la de la unidad analizada. El índice calculado de este modo descuenta el efecto de operar en una escala distinta de la que sería óptima.

³ Sin embargo, tener un índice $\theta^*=1$ no garantiza que no sea posible reducir la cantidad empleada de algún input sino solamente que no es posible reducirlos todos. Una unidad no puede reducir el consumo de ninguno de sus inputs cuando, además de tener un $\theta^*=1$, las variables de holgura en el programa (3.5) son cero. Este problema puede solucionarse mediante la consideración de las variables de holgura, de modo que el valor 1 sólo se asigne a las empresas *eficientes* con variables de holgura cero.

⁴ Por ejemplo, si $\sum \lambda_j=0.33$ el GCE con el que se compara la UP_i está compuesto por unidades que operan conjuntamente en una escala tres veces mayor y, por tanto, pueden producir y_i con una fracción de un tercio de los inputs que utilizan. El razonamiento es simétrico si $\sum \lambda_j > 1$.

El modelo DEA original fue modificado por Banker, Charnes y Cooper (1984) para permitir la existencia de REV mediante la inclusión de la restricción (1.2) en el programa (3.5):

$$\begin{aligned}
 \min_{\theta, \lambda} \quad & \theta_i \\
 \text{s.a.:} \quad & \sum_{j=1}^n x_{qj} \lambda_j \leq \theta_i x_{qi} \quad , \quad q = 1, 2, \dots, m \\
 & \sum_{j=1}^n y_j \lambda_j \geq y_i \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\
 & \lambda_j \geq 0 \quad , \quad j = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

El nuevo valor óptimo del objetivo (θ_i^v) proporciona el índice ET, que siempre es mayor o igual que el índice ETG, ya que para su cálculo se reduce el número de grupos de comparación que pueden tomarse como referencia⁵. A partir de los índices ETG y ET la eficiencia de escala se calcula como:

$$ES_i = \frac{\theta_i^*}{\theta_i^v} \tag{3.7}$$

En el caso de que existan ineficiencias de escala interesa averiguar si se deben a rendimientos crecientes o decrecientes. Sustituyendo en el programa (3.6) la restricción (1.2) por una restricción que no permita la existencia de rendimientos crecientes:

⁵ Debido a la restricción adicional que deben satisfacer.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \leq 1 \quad (3.8)$$

se obtiene un nuevo índice de eficiencia ϕ_i . En el caso de que $\phi_i < \theta_i^v$ la unidad se encuentra situada en la zona de rendimientos a escala crecientes, mientras que si ambos índices coinciden la ineficiencia de escala se deberá a rendimientos decrecientes⁶.

Para dividir el índice ET en sus dos componentes, eficiencia técnica pura (ETP) y eficiencia de congestión (EC), se resuelve el siguiente programa, cuya función objetivo proporciona el índice ETP:

$$\begin{aligned} \min_{\theta, \lambda} \quad & \theta_i \\ \text{s.a.:} \quad & \sum_{j=1}^n x_{qj} \lambda_j = \theta_i x_{qi} \quad , \quad q = 1, 2, \dots, m \\ & \sum_{j=1}^n y_j \lambda_j \geq y_i \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\ & \lambda_j \geq 0 \quad , \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (3.9)$$

La igualdad en la restricción de los inputs permite el cumplimiento de la propiedad de eliminación gratuita de inputs sólo en sentido débil, por lo que el programa está más restringido. Si alguna de las restricciones de los

⁶ El tipo de rendimientos a escala también puede comprobarse a partir del vector de intensidad resultante de resolver el programa (3.5). Si $\sum \lambda_j < 1$ hay rendimientos a escala crecientes en el punto ajustado sobre la frontera con REV. Por el contrario, si $\sum \lambda_j > 1$ los rendimientos a escala en dicho punto son decrecientes. En el caso de $\sum \lambda_j = 1$ hay REC en la frontera con REV.

inputs en el programa (3.6) no se satura en el óptimo, existe un problema de congestión y el índice ETP toma un valor mayor que el índice ET. A partir del índice ETP, el índice EC se calcula mediante el cociente ET/ETP.

3.2.2.- Análisis DEA de orientación output

En líneas generales es idéntico al modelo DEA presentado en la sección anterior. El índice ETG se obtiene resolviendo el siguiente programa matemático:

$$\begin{aligned}
 \min_{\theta, \lambda} \quad & \theta_i \\
 \text{s.a.:} \quad & \sum_{j=1}^n x_{qj} \lambda_j \leq x_{qi} \quad , \quad q = 1, 2, \dots, m \\
 & \sum_{j=1}^n y_j \lambda_j \geq \frac{1}{\theta_i} y_i \\
 & \lambda_j \geq 0 \quad , \quad j = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Minimizar θ_i equivale a maximizar $1/\theta_i$ con lo que el GCE es aquel que obtiene la mayor producción a partir de una dotación de inputs no superior a la de la unidad evaluada⁷.

Al igual que en modelo de minimización de los inputs, la inclusión en el programa (3.10) de la restricción (1.2) permite calcular los índices de eficiencia técnica y de escala. Los índices de eficiencia técnica pura y de

⁷ Resolviendo el programa (3.10) se obtiene directamente el índice \tilde{F}_i^o , definido en el capítulo 2.

congestión se calculan modificando convenientemente las restricciones de los inputs del siguiente modo:

$$\sum_{j=1}^n x_{qj} \cdot \lambda_j = \gamma \cdot x_{qi} \quad , \gamma \leq 1, \quad q = 1, 2, \dots, m \quad (3.11)$$

La restricción (3.11) impone la condición de que el GCE utilice *exactamente* una determinada proporción (γ) de todos los inputs empleados por la unidad que se analiza.

3.2.3.- Análisis DEA de corto plazo

Para calcular el índice de ETG en un contexto de corto plazo, con v inputs fijos, es preciso modificar el programa (3.5) de manera que se persiga la máxima reducción equiproporcional posible únicamente en los $m-v$ inputs variables. El programa a resolver es:

$$\begin{aligned} \min_{\theta, \lambda} \quad & \theta_i \\ \text{s.a.:} \quad & \sum_{j=1}^n x_{qj} \lambda_j \leq \theta_i x_{qi} \quad , \quad q = 1, 2, \dots, m-v \\ & \sum_{j=1}^n z_{hj} \lambda_j \leq z_{hi} \quad , \quad h = 1, 2, \dots, v \\ & \sum_{j=1}^n y_j \lambda_j \geq y_i \\ & \lambda_j \geq 0 \quad , \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (3.12)$$

donde z_{hi} es la cantidad del input fijo h -ésimo utilizada por la unidad evaluada. En este caso, la restricción que se impone sobre cada input depende de la calificación del mismo como fijo o variable. Es decir, se

impone la condición de que el grupo de comparación eficiente no disponga de mayores dotaciones de inputs fijos que la unidad evaluada, pero no se exige su reducción. El procedimiento para el cálculo del resto de los índices es análogo al indicado en los apartados anteriores.

Al comparar los programas (3.12) y (3.5) resulta evidente que el índice de eficiencia en el ACP es menor que el que se obtiene en el ALP. En el programa (3.12) las restricciones sobre el vector de inputs son más débiles, permitiendo alcanzar un valor óptimo (θ^{cp}) al menos tan pequeño como el óptimo (θ^*) obtenido con (3.5):

$$\theta^{cp} \leq \theta^* \quad (3.13)$$

Aunque los índices de ETG, ET y ETP han de tomar valores inferiores en el ACP, nada puede decirse sobre los índices de eficiencia de escala y de congestión, que se obtienen como cocientes de aquéllos.

3.3.- Reflexiones sobre la eficiencia de escala⁸

El índice de eficiencia de escala se interpreta como la proporción adicional a la que se podría reducir el consumo de inputs si existieran rendimientos a escala constantes en la zona en la que opera la unidad

⁸ En este apartado se hace referencia a la eficiencia de escala en el MMI. Las mismas conclusiones son válidas para el MMO.

que se evalúa. La técnica DEA permite distinguir el tipo de rendimientos bajo los que opera cada unidad. En el gráfico (1.1) se observa un patrón de escala perfectamente definido en el que pueden distinguirse tres zonas según el tipo de rendimientos a escala: crecientes hasta Y_B , constantes de Y_B a Y_C y decrecientes a partir de Y_C . En este caso la escala de producción óptima está claramente acotada entre Y_B e Y_C .

En casos más complejos, cuando se considera más de un input en el análisis, no es posible encontrar un único patrón de escala. Es decir, no es posible distinguir tres intervalos de tamaño en cada uno de los cuales exista un único tipo de rendimientos a escala. En contextos multi-input es posible encontrar dos unidades produciendo la misma cantidad de output, una con rendimientos decrecientes y la otra con rendimientos crecientes.

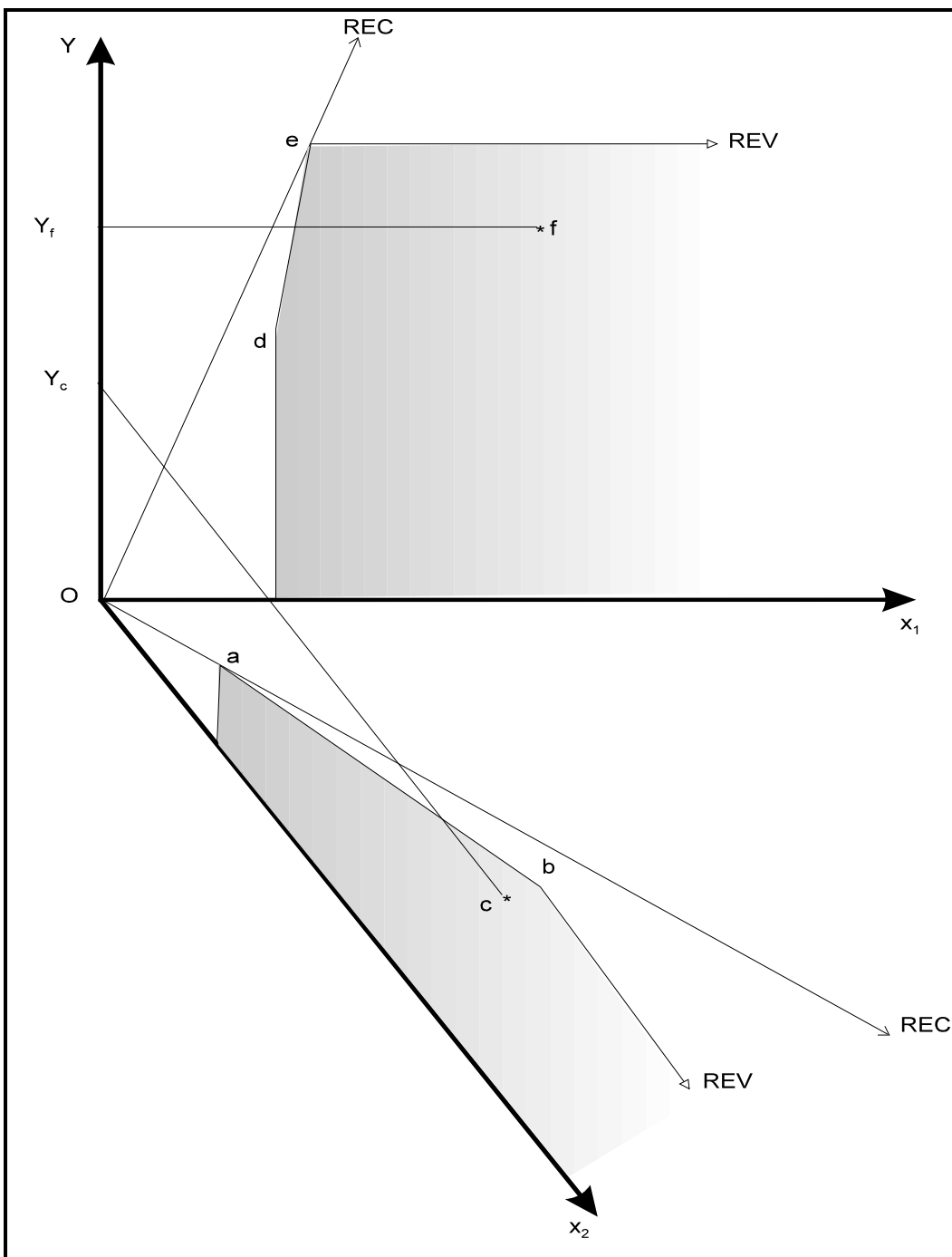
El gráfico (3.1) permite ilustrar este problema para el caso en que se produce un output (Y) a partir de dos inputs x_1 y x_2 . En la actividad productiva se observan 6 unidades, tres de las cuales (a, b y c) únicamente utilizan el input x_2 , mientras que el resto (d, e y f) sólo utilizan el input x_1 . Para cada grupo de unidades es posible dibujar un CPP, análogo al representado en el gráfico (1.1), que recoja las posibilidades de producción existentes cuando sólo se utiliza uno de los inputs. En el gráfico (3.1) se han dibujado estos dos conjuntos de producción⁹. Los patrones de escala son claramente distintos para cada uno de los grupos. Por ejemplo,

⁹ No se ha dibujado la parte del CPP en que se utilizan ambos inputs para mejorar la claridad del gráfico.

la unidad f produce en la zona de rendimientos crecientes, mientras que la unidad c lo hace en la zona de rendimientos decrecientes. Sin embargo, la unidad f produce una cantidad de output sensible-mente mayor, por lo que no es posible señalar cuál es el tamaño óptimo.

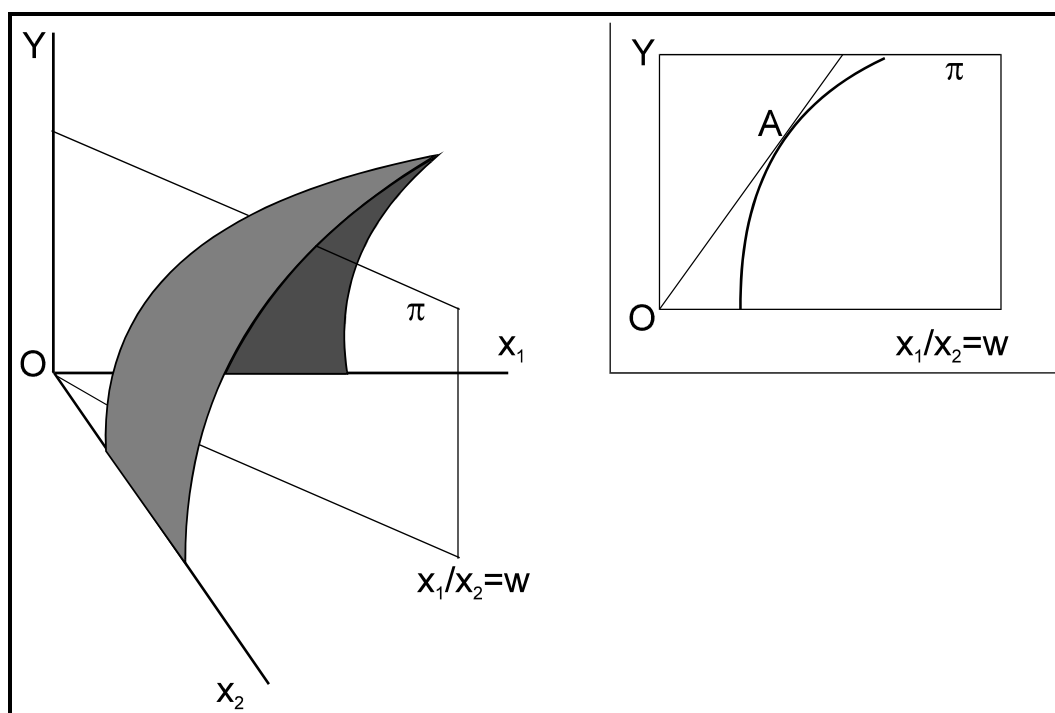
El ejemplo anterior muestra que no existe un único patrón de escala que pueda aplicarse por igual a toda las unidades. Cada unidad tiene su propio patrón de referencia, que depende de la combinación de inputs que utiliza. En el caso anterior, la unidad f toma como referencia el patrón de escala de las unidades que únicamente utilizan cantidades positivas del input x_1 , cuyo tamaño óptimo viene dado por el punto e . Para las unidades que solamente utilizan el input x_2 , el tamaño óptimo viene definido por el punto a .

Gráfico 3.1.- Multiplicidad de patrones de escala



Generalmente se observan unidades que producen con distintas combinaciones de ambos inputs. El tamaño óptimo de cada una de estas unidades viene definido por el patrón de escala de las unidades que emplean su misma combinación de inputs.

Gráfico 3.2.- La frontera de producción con dos inputs



En el gráfico (3.2) se representa la frontera del CPP que recoge todas los posibles procesos productivos que pueden llevarse a cabo con distintas combinaciones de los inputs. El plano π recoge el conjunto de procesos productivos que emplean la combinación de inputs w . El corte del CPP con el plano π se ofrece en la esquina superior-derecha. El eje de ordenadas mide la cantidad de output, mientras que el de abscisas mide la cantidad empleada de la combinación de inputs (w). El tamaño óptimo

de producción viene dado por la cantidad de output producido con el proceso A, que divide la frontera en dos zonas, una con rendimientos crecientes y otra con rendimientos decrecientes. Dado que pueden efectuarse tantos cortes como posibles proporciones de x_1/x_2 , es posible encontrar otros tantos patrones de escala, que no tienen porqué coincidir para las distintas combinaciones de inputs.

Para que los patrones de escala no dependan de la relación de inputs es necesario que las isocuantas sean homotéticas¹⁰. Lo anterior sucede cuando la pendiente de cualquier plano tangente a la frontera del CPP sólo depende del nivel de output y no de la relación de factores. Es difícil que esta condición se cumpla en una muestra real (a menos que se imponga con una función paramétrica) por lo que en las aplicaciones empíricas (no paramétricas) nunca se encuentra un único tamaño óptimo.

Por tanto, al interpretar los valores de los índices de eficiencia de escala debe tenerse en cuenta que se refieren a patrones de escala diferentes; es decir el objetivo de aumentar o disminuir la escala debe entenderse como *ceteris paribus* la combinación de inputs.

¹⁰ Es decir, $a, b \in I(1), \alpha b \in I(\alpha) \Rightarrow \alpha a \in I(\alpha)$.

CAPÍTULO 4

APLICACIÓN A LA PRODUCCIÓN DE LECHE EN ASTURIAS

4.1.- Presentación de los datos

La muestra utilizada en el análisis procede de un programa de gestión de vacuno lechero de la Consejería de Medio Rural y Pesca del Principado de Asturias, en el año 1991. Los datos disponibles engloban un total de 133 explotaciones lecheras que participan voluntariamente en el programa, por lo que la muestra no es aleatoria (exigiendo cierta precaución en la extrapolación de los resultados al resto de explotaciones asturianas)¹. La muestra incluye explotaciones de tamaños diversos ubicadas en distintas zonas de la geografía asturiana. En la tabla 1 se presentan algunas estadísticas descriptivas de las variables incluidas, que son:

OUTPUT

- **Leche:** producción anual de leche en miles de litros.

INPUTS

- **Trabajo:** unidades de trabajo humano. Es un índice que tiene en cuenta la dedicación de cada miembro de la explotación.

¹ De la muestra original, compuesta por 138 observaciones, se suprimieron 5 por contener valores en alguna de sus variables que hacían sospechar de algún error en la toma de datos. Dada la gran sensibilidad de las técnicas no paramétricas a la presencia de

- **Tierra:** hectáreas de superficie agrícola útiles ocupadas por pradera natural, pradera sembrada y cultivos forrajeros.
- **Vacas:** número de vacas el último día de cada mes.
- **Pienso:** concentrados consumidos por las vacas, en miles de kilogramos.
- **Maquinaria:** depreciación de la maquinaria e instalaciones de la explotación, en miles de pesetas.

Tabla 1.- Estadísticas descriptivas de las variables incluidas

	Inputs					Output
	Trabajo	Tierra	Vacas	Pienso	Maquinaria	Leche
Máximo.....	4.0	36.0	67	163	3637	386
Mínimo.....	1.0	4.2	12	10	88	40
Media.....	1.9	13.3	24	37	794	120
Coef. var.....	0.2	0.4	0.4	0.7	0.7	0.6

4.2.- Resultados empíricos

En los apartados siguientes se resumen los resultados obtenidos con los tres modelos expuestos en el capítulo 3. El principal interés del estudio se centra en el modelo de minimización de inputs, por lo que será analizado en primer lugar y en mayor profundidad.

outliers y errores de medida, es conveniente suprimir estas observaciones atípicas que podrían distorsionar los resultados del análisis.

4.2.1.- Orientación input²

En este apartado se ofrecen los resultados obtenidos con el modelo de minimización de inputs en un contexto de largo plazo. En la tabla 2 se muestra la distribución de frecuencias de los distintos índices, junto con sus medias y coeficientes de variación.

Tabla 2.- Distribución de frecuencias de los índices de eficiencia

Intervalo de eficiencia	Índices de eficiencia (%)				
	ETG	ES	ET	ETP	EC
100.....	5	6	20	53	21
95-99.....	5	41	13	10	40
90-94.....	9	12	18	11	22
85-89.....	14	5	14	4	9
80-84.....	11	11	8	6	4
75-79.....	12	9	12	7	2
70-74.....	13	7	9	8	1
65-69.....	17	5	5	0	1
menos de 65.....	14	4	1	1	0
Total.....	100	100	100	100	100
Eficiencia media.....	78	89	88	93	95
Coefficiente de variación.....	0.16	0.13	0.12	0.10	0.07

Como resultado del análisis se obtuvo un índice de eficiencia técnica global medio del 78%. Esto significa que, por término medio, sería técnicamente posible producir la misma cantidad de leche con un 78% de los inputs empleados, por lo que existe un margen para el ahorro de recursos del 22%. Sólo el 5% de las explotaciones son globalmente

² Para calcular los índices se utilizó el programa GAMS.

eficientes, mientras que esta cifra asciende al 20% cuando no se consideran ineficiencias de escala (ET) y al 53% cuando tampoco se consideran ineficiencias de congestión (ETP). Cabe destacar que si bien sólo el 6% de las explotaciones opera con rendimientos a escala constantes (ES=100%), el índice de eficiencia de escala supera el 95% en la mitad de los casos. Los coeficientes de variación toman valores en torno a 0.1 para todos los índices, lo que indica una baja variabilidad entre las explotaciones. La menor dispersión corresponde al índice de eficiencia de congestión y la mayor al de eficiencia técnica global³.

Los principales esfuerzos deberían dirigirse a alcanzar la escala de producción óptima, puesto que la ineficiencia de escala (11%) supone la principal contribución a la ineficiencia técnica global. Por su parte, las ineficiencias *puramente técnicas* y las de congestión suponen conjuntamente una pérdida de recursos del 12%. El índice de eficiencia de congestión indica que, por término medio, sería posible ahorrar un 5% en el consumo de inputs no utilizando ese 5%⁴. El índice de eficiencia técnica pura sugiere que sería posible reducir el consumo de inputs en un 7% si se *gestionara mejor* su uso en el proceso de producción.

³ Este último resultado está impuesto a priori por construcción. Recuérdese que $ETG=ES \cdot ET=ES \cdot ETP \cdot EC$.

⁴ Aunque no se menciona explícitamente, al establecer conclusiones de este tipo, se está suponiendo implícitamente que el resto de los índices toman el valor uno. En efecto, el hecho de que el índice EC tome un valor medio de 0.95 significa que, si ésta fuera la única fuente de ineficiencia, habría un margen de ahorro del 5%. Esta circunstancia se debe al carácter multiplicativo de los índices: $ETG=ETP \cdot EC \cdot ES$.

Tabla 3.- Eficiencia media según el tipo de rendimientos a escala

Tipo de Rendimientos a Escala*		Índices de eficiencia (%)				
		ETG	ES	ET	ETP	EC
Constantes	(8)	99	100	99	100	99
Decrecientes	(15)	84	96	87	92	95
Crecientes	(110)	75	87	87	93	94

* La cifra entre paréntesis indica el número de unidades que contiene cada grupo.

La tabla 3 recoge los valores medios de los índices de eficiencia según el tipo de rendimientos a escala. Sólo 8 explotaciones operan en la escala óptima, mientras que 110 se encuentran en la zona con rendimientos crecientes y el resto (15) en la de rendimientos decrecientes. La mayor eficiencia técnica global, por término medio, corresponde a las unidades que operan en la escala óptima. Este índice es, en promedio, inferior para el caso de rendimientos crecientes (75%) que para el de rendimientos decrecientes (84%), debido a la gran diferencia en la eficiencia de escala. En efecto, el aumento medio en eficiencia que puede conseguirse modificando la escala de producción es tan sólo del 4% para las unidades que operan con rendimientos decrecientes, siendo del 13% en el caso de rendimientos crecientes. La eficiencia técnica (ET) y sus componentes (ETP y EC) toman valores similares en ambos tipos de explotaciones.

En la tabla 4 se presentan las medias de los índices de eficiencia calculadas para cinco intervalos de tamaño, medido por la producción de leche (en miles de litros), junto con el número de unidades que presentan rendimientos crecientes, decrecientes y constantes dentro de cada inter-

valo. El volumen de producción se obtiene como resultado de utilizar conjuntamente la totalidad de los inputs en el proceso de producción. Éste es el motivo por el que en este trabajo se considera la cantidad producida como la aproximación más adecuada del tamaño. Por otra parte, si en un contexto de minimización de inputs se utiliza uno de ellos como medida del tamaño, éste se confunde con la ineficiencia, por lo que es más aconsejable utilizar el output.

Tabla 4.- Distribución de la eficiencia por grupos de tamaño

Producción de leche (000 l)	Nº de UPs	ETG	ES	ET (%)	ETP	EC	Rdtos. crec.	Rdtos. decr.	Rdtos. const.
40-67.....	27	67	73	92	97	95	27	0	0
67-94.....	27	75	84	89	93	96	26	0	1
94-125.....	27	80	92	87	91	95	27	0	0
125-155.....	26	81	98	82	90	92	21	2	3
más de 155..	26	88	97	90	96	94	9	13	4
ANOVA	Test F	13.9***	64.3***	3.8***	2.5**	1.28	110	15	8

** Nivel de significación 0.05

*** Nivel de significación 0.01

Nótese que no todas las unidades siguen un mismo patrón de escala. La posibilidad de este resultado se advirtió en el capítulo 3 (apartado 3.3), ilustrándose la relación entre el patrón de escala y la combinación de inputs utilizada por cada unidad. En los tres primeros intervalos de tamaño todas las unidades menos una presentan rendimientos crecientes, lo que indica que, pese a que existen diferentes patrones de escala, todos (menos uno) implican rendimientos crecientes para tamaños inferiores a 125.000 litros. La unidad que presenta rendimientos constantes es un tanto atípica en cuanto a su combinación de inputs, ya

que utiliza menos maquinaria que cualquier otra: 88.000 pts (tabla 1). El hecho de que esta unidad utilice una cantidad tan pequeña de maquinaria la convierte en eficiente (desde todos los puntos de vista) porque su GCE esta compuesto exclusivamente por ella misma. Esta unidad no distorsiona excesivamente las consideraciones de escala, puesto que se trata de una combinación de inputs muy alejada de lo normal.

En los dos últimos intervalos se observan unidades con todos los tipos de rendimientos, evidenciando una situación parecida a la representada en el gráfico (3.1). En el primero de estos intervalos se observa una mayoría de unidades con rendimientos crecientes, acompañadas por 2 unidades con rendimientos decrecientes (en la parte superior del intervalo) y 3 con rendimientos constantes. En el último intervalo predominan las unidades con rendimientos decrecientes, si bien sigue observándose un número considerablemente alto de unidades con rendimientos crecientes y constantes. Lo único que puede afirmarse con carácter general es que el tamaño óptimo para los diferentes patrones no se alcanza por debajo del cuarto intervalo. Aunque no tiene sentido hablar de un tamaño óptimo general para todas las unidades, el siguiente dato puede resultar orientativo en cuanto a la tendencia media: las unidades que presentan un índice de eficiencia de escala superior al 98% (32% del total) producen por término medio 156.000 litros. De cualquier forma, para cada unidad concreta sería posible identificar su tamaño óptimo en función de su combinación de inputs.

Los distribución de la eficiencia por tamaños revela que el grado de eficiencia técnica global aumenta con el tamaño de la explotación, debido a las mejoras que se consiguen en la eficiencia de escala, que es especialmente baja en los tres primeros intervalos caracterizados por la existencia de rendimientos crecientes⁵. Es destacable el hecho de que las unidades englobadas en el intervalo más eficiente desde el punto de vista de la escala son las que menor grado de eficiencia técnica presentan. Este índice es superior para las unidades más grandes y para las más pequeñas, lo cual sugiere que no existe una relación lineal entre eficiencia técnica y tamaño. Sí puede observarse sin embargo que tanto la eficiencia técnica como la eficiencia técnica pura disminuyen al aumentar el tamaño, para aumentar bruscamente al superar los 155.000 litros. Este resultado puede deberse a que la dotación del *input gestión* sólo se aumenta para niveles de producción suficientemente grandes. Para niveles inferiores, al aumentar la producción aparecen rendimientos decrecientes en la gestión, al ser éste un input cuasifijo (fijo para esos niveles), provocando una disminución en los índices ET y ETP. En cuanto a la eficiencia de congestión, no se observan diferencias importantes entre los distintos tamaños.

A efectos de comprobar la significatividad de las diferencias entre los distintos grupos se contrastó la hipótesis de igualdad de medias

⁵ Obsérvese que la eficiencia de escala ronda el 100% en los dos últimos intervalos, donde más difieren los patrones de escala. Es decir, aunque existen unidades con rendimientos crecientes y decrecientes, la mayoría se encuentran próximas a una zona de rendimientos constantes.

mediante la técnica de análisis de varianza (ANOVA)⁶. El estadístico F (que sigue una distribución $F_{4,128}$) permite detectar diferencias significativas en los cuatro primeros índices, si bien las diferencias en la eficiencia técnica y en la eficiencia técnica pura no se producen en un único sentido, debido (probablemente) a las circunstancias indicadas anteriormente. En la tabla se observa que la congestión no es un fenómeno que dependa del tamaño. Este resultado era de esperar ya que el problema tiene su raíz en la utilización de cantidades muy grandes de algún input (combinación inadecuada) y no en la utilización de grandes cantidades de todos los inputs (tamaño grande).

Tabla 5.- Comparación entre costa e interior

		Eficiencia media (%)					Producción media de LECHE
		ETG	ES	ET	ETP	EC	
Costa	(96) ¹	79	91	87	92	95	130.000
-REC	(8)	99	-	-	100	99	205.000
-RECr	(77)	76	89	86	92	94	110.000
-RED	(11)	84	97	86	91	95	200.000
Interior	(37)	75	83	90	96	94	95.000
-RECr	(33)	74	82	90	97	93	80.000
-RED	(4)	83	93	90	94	95	210.000
Test t		1.88*	3.82***	1.58	2.35**	0.94	2.69***

¹ Entre paréntesis el número de unidades que corresponde a cada categoría.

REC=Rendimientos a escala constantes; RECr=Rendimientos crecientes; RED=Rendimientos decrecientes.

* Nivel de significación 0.1

** Nivel de significación 0.05

*** Nivel de significación 0.01

⁶ Banker (1993) demuestra que los estimadores DEA son consistentes y sugiere un test para contrastar la significatividad de las diferencias en la ineficiencia media de dos grupos. El test se basa en la consistencia de los estimadores, que implica que la distribución muestral de la ineficiencia tiende asintóticamente a la distribución teórica. El test de Banker, se realizó suponiendo dos distribuciones de probabilidad distintas para la ineficiencia (seminormal y exponencial), no observándose cambios cualitativamente importantes en los resultados. En las tablas se ofrecen únicamente los resultados del análisis de varianza.

La comparación entre las explotaciones de la costa y las del interior es de gran interés, al tratarse de zonas que responden a distintos patrones estructurales. Las explotaciones del interior producen 95.000 litros, por término medio, y en general operan en una escala más reducida que las situadas en la costa, cuya producción media es de 130.000 litros. En la tabla 5 se resumen los resultados de la comparación entre costa e interior. La eficiencia técnica global es ligeramente superior en las explotaciones costeras, debido a su mayor eficiencia de escala. Sin embargo, las explotaciones del interior presentan unos índices de eficiencia técnica pura más elevados que los de la costa, siendo estas diferencias estadísticamente significativas⁷. Este resultado puede deberse a que el limitado tamaño de las explotaciones del interior reduce el problema de los rendimientos decrecientes en la gestión.

Tabla 6.- Ratios de productividad en relación con la eficiencia técnica

Intervalo de eficiencia	Nº de unidades	Ratios de Productividad ¹				
		Litros/vaca	Pienso/litro	Litros/Hect	Litros/Trab	Maq/litro
98-100.....	33	5130	280	10171	70671	6.9
90-98.....	33	5000	311	10589	64294	6.1
80-90.....	33	4835	298	8661	57307	6.7
menos de 80...	34	4420	350	7995	55082	7.4
ANOVA.....	Test F	3.67**	4.33***	3.63**	1.85	0.98

¹ La variable Pienso/Litro viene expresada en gramos y Maq/Litro en pesetas, mientras que el resto se expresan en litros.
 ** Nivel de significación 0.05 *** Nivel de significación 0.01

⁷ El contraste se efectúa entre la media de las explotaciones costeras y la de las explotaciones de interior, por lo que no se realiza un análisis de varianza, sino un contraste de medias entre dos grupos. El estadístico t sigue una distribución t_{131} .

Por último, en la tabla 6 se muestra la relación entre el índice de eficiencia técnica (ET) y los ratios de productividad de los inputs (o su inversa). La comparación de los ratios permite detectar cuáles son los más importantes a la hora de predecir el grado de eficiencia técnica. El análisis de varianza revela diferencias significativas en la productividad por vaca (Litros/Vaca) y por hectárea (Litros/Hect.), así como en la utilización de concentrados (Pienso/Litro). Las empresas más eficientes se caracterizan por producir un mayor volumen de leche por vaca, y por hectárea, y por utilizar menos gramos de pienso por cada litro producido. Estos resultados coinciden con los obtenidos por Álvarez (1991). No se perciben, en cambio, diferencias significativas en la productividad del trabajo ni en la (inversa) del capital.

4.2.2.- Orientación output

En este apartado se presentan los resultados del análisis de eficiencia bajo la hipótesis de que el objetivo del productor es obtener el mayor output posible, dadas las cantidades de inputs de que dispone. Aunque, como se señaló en la introducción, esta hipótesis de comportamiento no parece muy realista (teniendo en cuenta las restricciones comunitarias a la producción de leche) es interesante comparar estos resultados con los del apartado anterior.

La aproximación del tamaño por la producción de leche deja de ser válida en este contexto, ya que para muchas explotaciones no podría distin-

guirse entre ineficiencia y tamaño. En este caso parece que lo más adecuado es aproximar el tamaño por el número de vacas, al ser éste el input más importante en la producción de leche. En la tabla 7 se recogen las medias de los índices de eficiencia para cinco grupos de tamaño y para el conjunto de las 133 explotaciones, así como el número de unidades operando con rendimientos a escala crecientes, decrecientes y constantes. Nótese que, como se advirtió en el capítulo 2, el índice de eficiencia técnica global toma el mismo valor que en la orientación input (78%), al calcularse bajo la hipótesis de rendimientos constantes. Los tres componentes del índice (ES, ETP y EC) presentan medias similares, por lo que no se aprecia una fuente de ineficiencia de especial importancia. La mayor diferencia respecto del análisis de orientación input es que ahora la congestión parece ser un problema más importante y la escala lo es en menor medida.

Tabla 7.- Índices de eficiencia por grupos de tamaño

Nº de Vacas	Nº de UPs	ETG	ES	ET (%)	ETP	EC	Rdtos. crec.	Rdtos. decrec.	Rdtos. const.
11-16.....	27	73	83	88	98	90	27	0	0
16-19.....	27	76	93	82	93	89	25	0	2
19-24.....	27	77	98	79	87	92	20	7	0
24-31.....	26	78	98	79	89	90	11	14	1
más de 31.....	26	87	96	91	96	95	6	16	4
Total.....	133	78	93	84	92	91	89	37	7
ANOVA	Test F	5.2***	25.9***	5.1***	5.3***	1.6			

*** Nivel de significación 0.01

Los patrones de escala son parecidos a los del MMI, aunque se observa una mayor dispersión entre los intervalos. Hay que señalar que los resultados dependen del input escogido como medida de tamaño y que podrían diferir si se eligiera cualquier otro. Los dos intervalos de mayor tamaño están claramente dominados por los rendimientos decrecientes, observándose una caída en la eficiencia de escala en el último intervalo. La distribución de la eficiencia de escala sugiere la conveniencia de operar con un tamaño superior a las 20 vacas. De todos modos, la mayor eficiencia global se consigue con tamaños superiores a 30 vacas, debido al gran aumento que obtiene en la eficiencia técnica. Nótese que la distribución de los índices ET y ETP es similar a la observada en el MMI; disminuyen con el tamaño para aumentar bruscamente al alcanzarse el último intervalo, reforzando la hipótesis de rendimientos decrecientes en la gestión. Del análisis de varianza se desprende que las diferencias son estadísticamente significativas para todos los índices, salvo para el de eficiencia de congestión.

En la tabla 8 se resumen los resultados de la comparación entre las explotaciones costeras y las del interior. Los resultados son muy similares a los obtenidos con el MMI. Las explotaciones costeras cuentan con un mayor número de vacas y alcanzan unos índices de eficiencia técnica global y de escala superiores. Nuevamente, la eficiencia técnica pura es mayor en las explotaciones del interior (más pequeñas). La única diferencia es que ahora la diferencia en la eficiencia de congestión, mayor en las explotaciones costeras, es estadísticamente significativa.

Tabla 8.- Comparación entre costa e interior

		Eficiencia media (%)					Producción media de LECHE
		ETG	ES	ET	ETP	EC	
Costa	(96) ¹	79	95	84	91	92	26
-REC	(7)	100	100	100	100	100	35
-RECr	(59)	78	93	83	92	91	21
-RED	(30)	78	96	81	87	92	32
Interior	(37)	75	89	84	95	88	20
-RECr	(30)	73	88	83	95	88	17
-RED	(7)	84	95	89	97	92	33
Test t		1.88*	3.55***	0.17	1.68*	1.9*	3.02***

¹ Entre paréntesis el número de unidades que corresponde a cada categoría.

REC=Rendimientos a escala constantes; RECr=Rendimientos crecientes; RED=Rendimientos decrecientes.

* Nivel de significación 0.1 *** Nivel de significación 0.01

En la tabla 9 se recoge la relación entre la eficiencia técnica (ET) y los ratios de productividad de los inputs. Hay que señalar que aunque los intervalos de eficiencia contienen el mismo número de unidades que los de la tabla 6 su amplitud es mayor. En este caso las diferencias son significativas para todos los ratios, por lo que no puede señalarse cuáles son los más relevantes.

Tabla 9.- Ratios de productividad en relación con la eficiencia técnica

Intervalo de eficiencia	Nº de unidades	Ratios de Productividad ¹				
		Litros/vaca	Pienso/litro	Litros/Hect	Litros/Trab	Maq/litro
95-100.....	33	5319	274	10960	77316	6.2
86-95.....	33	5322	292	10533	65825	6.1
75-86.....	33	4691	331	8815	56561	6.8
menos de 75...	34	4062	341	7134	47872	7.9
ANOVA.....	Test F	18.5***	4.9***	8.1***	6.5***	2.8**

¹ La variable Pienso/Litro viene expresada en gramos, Maq/Litro en pesetas y el resto se expresan en litros.

** Nivel de significación 0.05 *** Nivel de significación 0.01

Como conclusión del análisis del MMO se puede señalar que los resultados no difieren prácticamente de los que se obtienen con el MMI. Aunque el interés del estudio se centra en el MMI, por los motivos señalados anteriormente, hay que destacar el hecho de que las conclusiones no dependen del modelo escogido.

4.2.3.- Análisis de corto plazo

En este apartado se realiza un análisis de corto plazo en el que se consideran las variables *tierra* y *maquinaria* como inputs fijos. El resto de los inputs (*vacas*, *trabajo* y *pienso*) conservan la consideración de inputs variables, al poder ejercer el ganadero un control más inmediato sobre ellos. En este contexto, los índices de eficiencia hacen referencia a la reducción técnicamente posible en estos tres inputs, es decir, con carácter inmediato. Como se indicó en los capítulos 2 y 3, los índices ETG, ET y ETP han de tomar valores menores que en el ALP.

En la tabla 10 se ofrecen los índices de eficiencia por tamaños en el ACP. Todos los índices excepto el de eficiencia de congestión disminuyen, en relación con el ALP, situándose el nivel de eficiencia global en el 76%, con lo que el margen para el ahorro de recursos se incrementa en dos puntos porcentuales. Por lo demás no se producen grandes cambios con respecto a la situación de largo plazo, siendo el aumento en la eficiencia de congestión y la caída en la eficiencia técnica pura las variaciones más impor-

tantes. La distribución de los índices por tamaños sigue los mismos patrones que en el ALP (tabla 4), poniendo una vez más de manifiesto la importancia de la escala productiva y el problema de los rendimientos decrecientes en la gestión. Por otro lado, la eficiencia de congestión continúa presentando una distribución independiente del tamaño.

Tabla 10.- Eficiencia por grupos de tamaño en el análisis de corto plazo

Producción de leche (000 l)	Nº de UPs	ETG	ES	ET (%)	ETP	EC	Rdtos. crec.	Rdtos. decrec.	Rdtos. const.
40-67.....	27	64	70	92	94	98	27	0	0
67-94.....	27	73	83	88	91	97	26	0	1
94-125.....	27	77	91	84	89	96	27	0	0
125-155.....	26	80	99	81	84	97	20	4	2
más de 155.....	26	87	97	89	94	96	10	12	4
Total.....	133	76	88	87	90	97	110	16	7
..									
ANOVA	Test F	14.9***	67.3***	4.3***	3.4**	0.76			

** Nivel de significación 0.05 *** Nivel de significación 0.01

Los patrones de escala siguen una distribución idéntica a la observada en el ALP, evidenciando el problema de los rendimientos crecientes para tamaños inferiores a 125.000 litros. Las unidades cuyo índice de eficiencia de escala supera el 98% (31% del total) producen una media de 160.000 litros, resultado similar al obtenido anteriormente y que puede ofrecer una orientación sobre el patrón de escala en torno al que se sitúan las unidades más eficientes (desde el punto de vista de la escala).

Tabla 11.- Comparación entre costa e interior

		Eficiencia media (%)					Producción media de LECHE
		ETG	ES	ET	ETP	EC	
Costa	(96) ¹	77	90	86	89	97	130.000
Interior	(37)	73	82	89	92	97	95.000
Test t		3.17*	11.6***	2.06	1.59	0.03	7.25***

¹ Número de unidades correspondiente a cada categoría

* Nivel de significación 0.1 *** Nivel de significación 0.01

La tabla 11 recoge la comparación entre las explotaciones de la costa y las del interior. Nuevamente, las diferencias siguen las mismas pautas que en el ALP. La eficiencia de escala es mayor en la costa, mientras que la eficiencia técnica pura lo es en el interior. Las diferencias en la eficiencia de escala siguen siendo muy amplias, provocando que exista una diferencia significativa en la eficiencia global. Las diferencias en el resto de los índices no son estadísticamente significativas, resultado que reafirma la importancia que tiene la escala productiva como elemento distintivo entre ambas zonas geográficas.

Tabla 12.- Ratios de productividad en relación con la eficiencia técnica

Intervalo de eficiencia	Nº de unidades	Ratios de Productividad ¹				
		Litros/vaca	Pienso/litro	Litros/Hect	Litros/Trab	Maq/litro
97-100.....	33	5130	279	10171	70671	6.9
89-97.....	33	5006	284	9370	61851	6.3
79-89.....	33	4798	307	9141	59764	6.7
menos de 79....	34	4448	367	8712	55070	7.2
ANOVA.....	F(3,129)	3.4**	8.6***	0.85	1.57	0.53

¹ La variable Pienso/Litro viene expresada en gramos, Maq/Litro en pesetas y el resto se expresan en litros.

** Nivel de significación 0.05 *** Nivel de significación 0.01

Para finalizar, en la tabla 12 se muestran las medias de los ratios de productividad por grupos de eficiencia técnica (ET). Los resultados varían poco con respecto al ALP (tabla 6). Sólo se detectan diferencias significativas en la productividad por vaca y en la utilización de piensos. La relación entre estas variables y la eficiencia técnica aparece con mayor claridad en el análisis de corto plazo⁸: el uso de pienso por litro es menor en las explotaciones más eficientes, que son las que consiguen un mayor número de litros por vaca. Como en el ALP, no se observan diferencias estadísticamente significativas en las productividades del trabajo y del capital.

⁸ Nótese que ahora las diferencias siempre ocurren en el mismo sentido, al contrario que en el ALP, donde esto no sucedía para los ratios Pienso/litro y Litros/hectárea.

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha expuesto una técnica que permite evaluar la eficiencia relativa de un conjunto de unidades productivas, sin necesidad de formular fuertes supuestos sobre la tecnología de referencia. La técnica DEA se adapta fácilmente a distintos contextos, según los objetivos que se persigan y la disponibilidad de datos. De este modo, el análisis de eficiencia se puede modelizar bajo los supuestos de minimización de inputs o maximización del output, corto y largo plazo, rendimientos a escala constantes o variables, permitiendo la existencia de congestión, etc... Todas estas combinaciones permiten analizar los resultados con mayor detalle.

En la aplicación de esta técnica al caso de las explotaciones lecheras asturianas se ha encontrado evidencia suficiente sobre la existencia de cierto grado de ineficiencia en la producción de leche. Los resultados apenas difieren entre los distintos modelos analizados; con los modelos de largo plazo (orientación input y orientación output) la eficiencia técnica global media alcanza el 78%, mientras que en el modelo de corto plazo, donde los inputs tierra y maquinaria se consideran fijos, este índice toma un valor del 76%.

El interés no sólo recae en la medición del índice ETG, sino que es especialmente relevante la descomposición del mismo así como el estu-

dio de las causas de la ineficiencia. Aunque los resultados son análogos en todos los modelos, el modelo de minimización de inputs parece más adecuado, puesto que el output se encuentra parcialmente fijado por las cuotas lecheras impuestas por la CE. A continuación se resumen los principales resultados de este modelo, si bien todas las conclusiones son extensibles al modelo de maximización del output.

Uno de los principales problemas que se desprenden del análisis de los índices es la inadecuada escala con la que actúan las explotaciones. La ineficiencia de escala supone la principal contribución a la ineficiencia global, alcanzando un 11% en el análisis de largo plazo y un 12% en el de corto plazo. El problema de la escala se debe mayoritariamente al reducido tamaño de las explotaciones, ya que más del 80% operan bajo rendimientos a escala crecientes. Aunque no es posible identificar un tamaño óptimo, ya que éste depende de la combinación de inputs de cada unidad, sí puede decirse que el problema de los rendimientos crecientes es general en las explotaciones con un volumen de producción inferior a 125.000 litros. El problema de la escala es más acusado en las explotaciones del interior (más pequeñas) que en las costeras (más grandes).

También se observa cierto grado de ineficiencia relacionado con una inadecuada gestión de los recursos, como indica el índice ETP que alcanza el 93% en el análisis de largo plazo y el 90% en el de corto plazo.

La distribución de este índice por tamaños sigue un patrón similar en todos los modelos; la ETP es mayor en las explotaciones más grandes y en las más pequeñas, disminuyendo significativamente en las de tamaño intermedio. Este resultado sugiere la posible existencia de un input no considerado en el análisis que podría interpretarse como la capacidad de gestión. El problema puede deberse a la existencia de rendimientos decrecientes debidos a indivisibilidades en el input gestión. Parece como si sólo resultara rentable incorporar unidades adicionales de este input cuando se alcanza un volumen de producción considerable, mientras que a las explotaciones de tamaño intermedio les es imposible contratar la cantidad adicional que necesitan. Este problema afecta más a las explotaciones costeras, de tamaño medio-alto.

Menos importantes son las ineficiencias de congestión. El índice de eficiencia de congestión es del 95% en el análisis de largo plazo, aumentando hasta el 97% en el de corto plazo. Este índice se distribuye con independencia del tamaño de las explotaciones y del tipo de rendimientos a escala.

Existe una relación clara entre el grado de eficiencia técnica y los ratios de productividad de los inputs, resultado que no debe extrañar si se tiene en cuenta que la eficiencia es en cierto modo una medida de la productividad global. Lo interesante es que son los ratios Litros/vaca y Pienso/litro los que mayor relación parecen tener con la eficiencia técnica.

ca. Las explotaciones que mejor gestionan sus recursos se caracterizan por tener una mayor productividad por vaca y utilizar menores cantidades de pienso por cada litro que producen. Es posible que también exista una relación significativa con la productividad por hectárea (variable relacionada con la intensificación de la producción). No se aprecian sin embargo diferencias importantes en las productividades del trabajo y del capital.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Afriat S. N., (1972). "Efficiency estimation of production functions".
International Economic Review. Vol. 13, nº 3, 568-98.

- Aigner D. J., Amemiya T. y Poirier D. J., (1976). "On the estimation of production frontiers: maximum likelihood estimation of the parameters of a discontinuous density function". International Economic Review. nº 17, 377-96.

- Aigner D. J. y Chu S. F., (1968). "On estimating the industry production function". American Economic Review. nº 58, 826-39

- Álvarez A., (1991). "Análisis económico de la eficiencia de las explotaciones lecheras en Asturias". Tesis Doctoral no publicada. Departamento de Economía, Universidad de Oviedo.

- Álvarez A., Belknap J. y Saupe W., (1988). "Eficiencia técnica de explotaciones lecheras". Revista de Estudios Agro-Sociales. nº 145, 143-56.

- Álvarez A. y Arias C., (1993). "Estimación de eficiencia técnica en explotaciones lecheras con datos de panel". Investigación Agraria: Economía. Vol. 8, nº1, 101-9.

- Banker R.D., (1993). "Maximum likelihood consistency and Data Envelopment Analysis: A statistical foundation". *Management Science*. Vol. 39, nº 10, 1265-73.

- Banker R. D., Charnes A. y Cooper W. W., (1984). "Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis". *Management Science*. Vol 30, nº 9, 1078-92.

- Banker R. D. y Morey R. C., (1986a). "Efficiency analysis for exogenously fixed inputs and outputs". *Operations Research*. Vol. 34, nº 4, 513-21.

- Banker R. D. y Morey R. C., (1986b). "The use of categorical variables in Data Envelopment Analysis". *Management Science*. Vol. 32, 1613-27.

- Charnes A., Cooper W. W. y Rhodes E., (1978). "Measuring the efficiency of decision making units". *European Journal of Operational Research*. Vol. 2, 429-44.

- Chavas J.P. y Aliber M., (1993). "An analysis of economic efficiency in agriculture: a nonparametric approach". *Journal of Agricultural and Resource Economics*. vol. 18, nº 1, 1-16.

- Debreu G., (1951). "The coefficient of resource utilization". *Econometrica*. Vol.19, 273-292.

- Elyasiani E. y Mehdian S., (1993). "Measuring technical and scale inefficiencies in the beer industry: Nonparametric and parametric evidence". *The Quarterly Review of Economics and Finance*. Vol. 33,4, 383-408.

- Färe R., Grosskopf S. y Lovell C.A.K., (1985). "The measurement of efficiency of production". Boston-Dordrecht-Lancaster: Kluwer-Nijhoff Publishing.

- Färe R., Grosskopf S. y Lovell C.A.K., (1994). "Production frontiers" Capítulo 8. Cambridge University Press.

- Färe R. y Lovell C.A.K., (1978). "Measuring the technical efficiency of production". *Journal of Economic Theory*. Vol.19, nº 1, 150-62.

- Farrell M., (1957). "The measurement of productive efficiency". *Journal of the Royal Statistical Society (Series A)*. 120, Part. III, 253-290.

- Lovell C.A.K. y Schmidt P., (1988). "A comparison of alternative approaches to the measurement of productive efficiency", en A. Dogramaci y R. Färe, (eds.), *Applications of modern production theory: efficiency and productivity*. Boston : Kluwer Academic Publishers.

- Pastor J.M., (1995). "Eficiencia, cambio productivo y cambio técnico en los bancos y cajas de ahorro españolas: un análisis de la frontera no paramétrico". *Revista española de economía*. Vol. 12, nº 1, 35-73.

- Tauer L.W., (1993). "Short-run and long-run efficiencies of New York dairy farms". *Agricultural and Resource Economic Review*. April, 1-9.

- Timmer C.P., (1971). "Using a probabilistic frontier production function to measure technical efficiency". *Journal of Political Economics*. Vol. 79. 776-94.