

Superficies de curvatura media constante en espacios homogéneos

Pablo Mira

La teoría global de superficies de curvatura media constante (CMC) parte de tres resultados clásicos fundamentales:

Teorema 1 (Bernstein, 1909) *Todo grafo mínimo (esto es, de curvatura media cero) en \mathbb{R}^3 globalmente definido sobre todo \mathbb{R}^2 es un plano.*

Teorema 2 (Hopf, 1951) *Toda esfera topológica inmersa en \mathbb{R}^3 , \mathbb{H}^3 o \mathbb{S}^3 de CMC es una esfera redonda.*

Teorema 3 (Alexandrov, 1956) *Toda superficie compacta y embebida en \mathbb{R}^3 , \mathbb{H}^3 o \mathbb{S}_+^3 de CMC es una esfera redonda.*

En esta conferencia analizaremos el problema de la extensión de dichos teoremas clásicos al caso en que el espacio ambiente es otra 3-variedad homogénea, y más específicamente una las restantes cinco geometrías 3-dimensionales de Thurston:

$$\mathbb{H}^2 \times \mathbb{R}, \mathbb{S}^2 \times \mathbb{R}, \widetilde{\text{Nil}}_3, \widetilde{\text{PSL}}(2, \mathbb{R}) \text{ y } \text{Sol}_3.$$

En particular, haremos especial énfasis en los siguientes resultados fundamentales, obtenidos en colaboración con Isabel Fernández y Benoît Daniel, respectivamente:

1. La resolución del problema de Bernstein en el espacio de Heisenberg Nil_3 , esto es, la clasificación de los grafos enteros mínimos en Nil_3 , [1, 2].
2. La resolución para todo $H > 1/\sqrt{3}$ de los problemas de Hopf y Alexandrov en Sol_3 , esto es, la clasificación de las esferas inmersas y las superficies compactas embebidas de CMC H en Sol_3 , [3].

Keywords: curvatura media constante, geometrías de Thurston, problema de Bernstein, problema isoperimétrico

Mathematics Subject Classification 2000: 53A10

Referencias

- [1] I. FERNÁNDEZ, P. MIRA. Harmonic maps and constant mean curvature surfaces in $\mathbb{H}^2 \times \mathbb{R}$. *Amer. J. Math.* **129**, 1145-1181, 2007.
- [2] I. FERNÁNDEZ, P. MIRA. Holomorphic quadratic differentials and the Bernstein problem in Heisenberg space. *Trans. Amer. Math. Soc.*, aparecerá, 2008.

- [3] B. DANIEL, P. MIRA. Existence and uniqueness of constant mean curvature spheres in Sol_3 , *preprint* 2008.

¹Departamento de Matemática Aplicada y Estadística
Universidad Politécnica de Cartagena
Paseo Alfonso XIII, 52. 30203 Cartagena (Murcia), SPAIN
`pablo.mira@upct.es`