Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, Febrero 4–7, 2009

Rectificabilidad, densidades y valores principales de integrales singulares

Xavier Tolsa

Sea H^1 la medida de Hausdorff 1-dimensional (o medida de longitud). Se dice que un subconjunto $E \subset \mathbb{R}^d$ es rectificable si está contenido H^1-a.e. en una unión numerable de curvas rectificables (i.e. de longitud finita). Un conocido resultado de Besicovitch afirma que la densidad

$$D(x,E) = \lim_{r\to 0} \frac{H^1(x \cap B(x,r))}{2r}$$

existe para H^1-a.e. $x \in E$ si y sólo si E es rectificable. Preiss demostró en 1987 que la generalización de este resultado a conjuntos n-dimensionales de $\mathbb{R}^d$ también es cierta, substituyendo la medida de longitud por la medida de Hausdorff n-dimensional H^n.

Recientemente se ha demostrado que se obtienen resultados análogos en relación a la existencia de valores principales para las transformadas de Riesz. Más concretamente, $E \subset \mathbb{R}^d$ es n-rectificable si y sólo si

$$\lim_{\varepsilon\to 0} \int_{y\in E:|x-y|>\varepsilon} \frac{x-y}{|x-y|^{n+1}}\, dH^n(y)$$

existe para H^n-a.e. $x \in E$.

En esta charla explicaremos con más detalle estos resultados y describiremos algunas de las técnicas que se han usado en su demostración.

Keywords: Rectificabilidad, medida uniforme, densidad, transformada de Cauchy, transformada de Riesz, valor principal

Mathematics Subject Classification 2000: 28A75, 42B20

ICREA / Departament de Matemàtiques
Universitat Autònoma de Barcelona
Bellaterra 08193 (Barcelona)
xtolsa@mat.uab.cat