Conferenciantes Plenarios

Miguel Escobedo Martínez
Marco Antonio López Cerdá
Francisco Santos Leal
Xavier Tolsa Domènech

Premios JLRdF

Santiago Morales Domingo (2006)
Pablo Mira Carrillo (2007)

Comité Científico

J. L. Vázquez Suárez (Presidente)
Santos González Jiménez
Wenceslao González Manteiga
Daniel Hernandez Ruipérez
Marc Noy Serrano
Ana Vargas Rey

Comité Organizador

Consuelo Martínez López (Presidenta)
Pedro Alonso Velázquez
Carmen Corral Zapico
Ignacio Fernández Rúa
Mª Concepción Masa Noceda
Pablo Pérez Riera

www.uniovi.es/rsme09/

entidades colaboradoras

Universidad de Oviedo
Gobierno del Principado de Asturias
PCTI Asturias
Gobierno de España – Ministerio de Ciencia e Innovación
Ayuntamiento de Oviedo
Auditorio Palacio de Congresos Príncipe Felipe
cajAstur

Resúmenes del Congreso de la Real Sociedad Matemática Española

Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Sesión de Pósters

Índice

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Compact complete minimal immersions in $\mathbb{R}^3$ of finite topology*

Antonio Alarcón[1]

By a compact immersion we mean an immersion $X : M \to \mathbb{R}^3$, where M is an open region of a compact surface, and such that X extends to a continuous map $X : \overline{M} \to \mathbb{R}^3$. Compact complete minimal immersions are in the intersection of two long-standing problems in global theory of minimal surfaces in $\mathbb{R}^3$: Plateau's and Calabi-Yau's problems. The Plateau problem consists of finding a minimal surface spanning a prescribed Jordan curve, and it was solved by Douglas [3] and Radó [6]. The Calabi-Yau question is whether or not it is possible for a complete minimal surface to be bounded. Nadirashvili [5] gave a positive answer. The first example of compact complete minimal immersion in $\mathbb{R}^3$ is due to Martín and Nadirashvili [4], being M simply-connected. Examples of finite topology were constructed by the author [1, 2].

Keywords: Complete minimal surface, Plateau problem, Limit set,. . .

Mathematics Subject Classification 2000: 53A10, 53C42, 49Q10

Referencias

[1] A. Alarcón. Compact complete minimal immersions in $\mathbb{R}^3$. *Trans. Amer. Math. Soc.* In press.

[2] A. Alarcón. Compact complete proper minimal immersions in strictly convex bounded regular domains of $\mathbb{R}^3$. Preprint.

[3] J. Douglas. Solution of the problem of Plateau. *Trans. Amer. Math. Soc.* **33**(1), 263–321, 1931.

[4] F. Martín and N. Nadirashvili. A Jordan curve spanned by a complete minimal surface. *Arch. Ration. Mech. Anal.* **184**(2), 285–301, 2007.

[5] N. Nadirashvili. Hadamard's and Calabi-Yau's conjectures on negatively curved and minimal surfaces. *Invent. Math.* **126**(3), 457–465, 1996.

[6] T. Radó. On Plateau's problem. *Ann. of Math.* **31**(3), 457–469, 1930.

[1]Departamento de Matemática Aplicada
Universidad de Murcia
E-30100 Espinardo, Murcia, Spain
ant.alarcon@um.es

*Research partially supported by Spanish MEC-FEDER Grant MTM2007-61775 and Regional J. Andalucía Grant P06-FQM-01642.

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Geometría global y local de superficies maximales en espacios producto lorentzianos

Alma L. Albujer, **Luis J. Alías**[1]

Presentamos nuevos resultados de tipo Calabi-Bernstein para superficies maximales inmersas en un espacio producto lorentziano de la forma $M^2 \times \mathbb{R}_1$, donde M^2 es una superficie riemanniana conexa y $M^2 \times \mathbb{R}_1$ está dotado de la métrica lorentziana $\langle , \rangle = \langle , \rangle_M - dt^2$. En particular, cuando M es una superficie riemanniana (necesariamente completa) con curvatura de Gauss no negativa K_M demostramos que toda superficie maximal completa en $M^2 \times \mathbb{R}_1$ es totalmente geodésica. Además, si M es no llana concluimos que tiene que ser un *slice* $M \times \{t_0\}$, $t_0 \in \mathbb{R}$ (por *completa* nos referimos, como es usual, a que la métrica riemanniana inducida sobre la superficie maximal de la métrica lorentziana del espacio ambiente es completa). Probamos que lo mismo ocurre si la superficie maximal es completa con respecto a la métrica inducida del producto riemanniano $M^2 \times \mathbb{R}$. Esto nos permite dar una versión no paramétrica del teorema de Calabi-Bernstein para grafos enteros maximales en $M^2 \times \mathbb{R}_1$ bajo las mismas hipótesis sobre K_M. Además, también construimos ejemplos que muestran que nuestros resultados de tipo Calabi-Bernstein dejan de ser ciertos sin la hipótesis $K_M \geq 0$. Finalmente, también introducimos dos aproximaciones locales a nuestros resultados de tipo Calabi-Bernstein. La primera de ellas se basa en un criterio de parabolicidad relativa para superficies maximales con frontera diferenciable no vacía en $M^2 \times \mathbb{R}_1$. La segunda aproximación local se basa en una desigualdad integral local para el cuadrado de la norma de la segunda forma fundamental de la superficie.

Keywords: superficie maximal, espacio producto lorentziano, teorema de Calabi-Bernstein, parabolicidad.

Mathematics Subject Classification 2000: 53C42, 53C50

Referencias

[1] A. L. Albujer y L. J. Alías. Calabi-Bernstein results for maximal surfaces in Lorentzian product spaces. Pendiente de publicación.

[2] A. L. Albujer y L. J. Alías. Parabolicity of maximal surfaces in Lorentzian product spaces. Pendiente de publicación.

[3] A. L. Albujer y L. J. Alías. A local estimate for maximal surfaces in Lorentzian product spaces. Pendiente de publicación.

[1]Departamento de Matemáticas
Universidad de Murcia
Campus de Espinardo s/n, 30100 - Espinardo, Murcia
albujer@um.es, ljalias@um.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Sobre la curvatura de Gauss de superficies de curvatura media constante en espacios forma

Luis J. Alías, **S. Carolina García-Martínez**[1]

En un artículo clásico, Klotz y Osserman [3] caracterizaron las esferas totalmente umbilicales y los cilindros circulares como las únicas superficies completas inmersas en el espacio euclídeo $\mathbb{R}^3$ con curvatura media constante $H \neq 0$ y cuya curvatura de Gauss no cambia de signo (véase también [2] para una extensión de este resultado dada por Hoffman al caso de superficies inmersas en un espacio forma de dimensión 4 con curvatura media paralela, incluyendo el caso de superficies de curvatura media constante en la esfera $\mathbb{S}^3 \subset \mathbb{R}^4$). Motivados por estos resultados, en este trabajo estudiamos el comportamiento de la curvatura de Gauss K de una superficie completa inmersa con curvatura media constante en un espacio forma tridimensional de curvatura constante, obteniendo ciertas estimaciones para el ínfimo y el supremo de K. Así mismo, utilizando un enfoque alternativo extendemos también nuestro estudio al caso de hipersuperficies n-dimensionales en espacios forma. Nuestros resultados se obtienen como aplicación de una versión generalizada del conocido principio del máximo de Omori y Yau, debida a Pigola, Rigoli y Setti [4]. Los resultados de este póster están recogidos en el artículo [1].

Keywords: curvatura media constante, curvatura de Gauss, principio del máximo, parabolicidad, completitud estocástica.

Mathematics Subject Classification 2000: 53C40,53C42

Referencias

[1] L.J. Alías and S.C. García-Martínez. On the Gaussian curvature of constant mean curvature surfaces in space forms. Preprint 2008.

[2] D.A. Hoffman. Surfaces of constant mean curvature in manifolds of constant curvature. *J. Differential Geometry* **8**(1), 161–176, 1973.

[3] T. Klotz and R. Osserman. Complete surfaces in E^3 with constant mean curvature. *Comment. Math. Helv.* **41**, 313–318, 1966/1967.

[4] S. Pigola, M. Rigoli and A.G. Setti. Maximum principles on Riemannian manifolds and applications. *Memoirs Amer. Math. Soc.* **174**(822), 2005.

[1]Departamento de Matemáticas
Universidad de Murcia
Campus de Espinardo, 30100, Espinardo, Murcia
ljalias@um.es,sandracarolina.garcia@alu.um.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Estimación de parámetros en modelos epidemiológicos definidos por sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias*

Miguel Atencia[1], Esther García-Garaluz[2], Francisco Palomo[1], Hector de Arazoza[3], Gonzalo Joya[2]

Se presenta la aplicación de un método de estimación de parámetros [2] a la identificación de un modelo de la epidemia de VIH/SIDA en Cuba [1]. Una característica fundamental del método es su capacidad de estimar parámetros variables en el tiempo, ya que permite evaluar la evolución de los parámetros. Los resultados de las simulaciones corroboran la validez del modelo. Se ha comprobado el método en una secuencia de datos reales de población infectada en Cuba en el periodo 1988-2004, confirmando los resultados teóricos sobre convergencia de la estimación.

Keywords: Estimación de parámetros, redes neuronales de Hopfield, sistemas dinámicos, modelos epidemiológicos.

Mathematics Subject Classification 2000: 34D20, 37M05, 93B30

Referencias

[1] H. Arazoza and R. Lounes. A non-linear model for a sexually transmitted disease with contact tracing. *Mathematical Medicine and Biology: A Journal of the IMA* **19**(3), 221–234, 2002.

[2] M. Atencia, G. Joya and F. Sandoval. Hopfield Neural Networks for Parametric Identification of Dynamical Systems. *Neural Processing Letters* **21**(2), 143–152, 2005.

[1]Departamento de Matemática Aplicada. Universidad de Málaga
E.T.S.I.Informática, 29.071 - Málaga
`matencia@ctima.uma.es`

[2]Departamento de Tecnología Electrónica. Universidad de Málaga
E.T.S.I.Telecomunicación, 29.071 - Málaga
`gjoya@uma.es`

[3]Departamento de Ecuaciones Diferenciales. Universidad de La Habana
San Lázaro y L, Vedado CP 10400 C.Habana Cuba.
`arazoza@matcom.uh.cu`

*Este trabajo ha sido parcialmente apoyado por la Agencia Española de Cooperación Internacional, proyecto nº D/09842/07.

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Identidades de un algebra ternaria cuaterniónica

* P. D. Beites[1], Alejandro P. Nicolás[2], A. P. Pozhidaev[3]

Consideremos el algebra ternaria de Filippov A_1 de un producto vectorial sobre un cuerpo de característica cero, dotada con una forma bilineal, simétrica y no degenerada. Si la base ortonormal canónica es $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, la tabla de multiplicación de A_1 es: $[e_1, ..., e_{i-1}, \widehat{e_i}, e_{i+1}, ..., e_4] = (-1)^i e_i$, $i \in \{1, ..., 4\}$, donde $\widehat{e_i}$ significa que e_i se ha omitido, [1]. Definimos una nueva multiplicación en el espacio vectorial subyacente a A_1 del siguiente modo: $\{x, y, z\} = \frac{1}{6}(-(y, z)x + (x, z)y - (x, y)z + [x, y, z])$. Esta nueva algebra, A, surge de forma análoga a la construcción de los cuaternios desde el algebra de Lie sl_2. Es más, A es un algebra simple, de la variedad dada por la identidad $\{\{a, b, c\}, d, e\} = \{a, b, \{c, d, e\}\}$ y un algebra envolvente para A_1, [2]. Concluimos que: todas las identidades de grado 1 de A son consecuencias de

$$\{a, a, b\} = \{b, a, a\};$$

esta identidad de grado 1, la anteriormente citada identidad de grado 2 de A y

$$\{a, \{b, b, c\}, d\} = \{\{a, b, b\}, c, d\}$$

implican todas las identidades de grado 2 de A.

Keywords: Filippov algebra, Triple system, Polynomial identities, Computational linear algebra

Mathematics Subject Classification 2000: 17A30, 17B99, 17-08

Referencias

[1] V. T. Filippov. $n-$Lie Algebras. *Siberian Mathematical Journal* **26** (6), 879–891, 1985 (translation of *Sib. Mat. Zh.* **26** (6), 126–140, 1985 (russian)).

[2] A. P. Pojidaev. Enveloping algebras of Filippov algebras. *Communications in Algebra* **31** (2), 883–900, 2003.

[1]Departamento de Matemática
Universidade da Beira Interior
Rua Marquês d'Ávila e Bolama, 6201-001 Covilhã, Portugal
pbeites@mat.ubi.pt

[2]Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación
Universidad de Cantabria
Avenida de los Castros s/n, 39005 Santander, España
alejandro.p.nicolas@unican.es

[3]Sobolev Institute of Mathematics and Novosibirsk State University
Novosibirsk, Russia
app@math.nsc.ru

*Financiada por FCT - Fundação para a Ciência e a Tecnologia, beca SFRH/BD/37907/2007.

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Módulos irreducibles para sistemas triples de Lie simples

Pilar Benito, **S. Madariaga**, **J. M. Pérez-Izquierdo**[1]

En 1961 B. Harris introduce una noción de módulo para sistemas triples de Lie basada en la idea de construcción de extensiones split de álgebras de Lie mediante módulos. Usando la envuelta de Lie universal $(L_u(T), \sigma)$ de un triple T, donde σ es una involución y T se identifica con el subespacio de valor propio -1, en [Ha] se define un functor, *functor de Harris* en adelante, entre las categorías de $T - \texttt{módulos}$ y $(L_u(T), \sigma) - \texttt{módulos}$, esto es, módulos para el álgebra de Lie $L_u(T)$ cuya acción es compatible con σ. En [Ho-Pa], se prueba que la categoría de $T - \texttt{módulos}$ es una categoría cociente de la de $(L_u(T), \sigma) - \texttt{módulos}$ que conserva irreducibilidad. El objetivo de este trabajo es describir los módulos irreducibles para sistemas triples de Lie simples finito-dimensionales sobre cuerpos algebraicamente cerrados y característica cero, usando el functor de Harris y módulos irreducibles de álgebras de Lie simples.

Keywords: Lie triple system, simple Lie algebra, irreducible module

Mathematics Subject Classification 2000: 17A30, 17B10, 17B20

Referencias

[1] B. Harris. Cohomology of Lie triple systems and Lie algebras with involution. *Trans. Amer. Math. Soc.* **98**(1), 148–162, 1961.

[2] T.L. Hodge, B.J. Parshall. On the representation theory of Lie triple systems *Trans. Amer. Math. Soc.* **354**(11), 4359–4391, 2002.

[1]Departmento de Matemáticas y Computación
Universidad de La Rioja
C/ Luis de Ulloa s/n, 26004, Logroño
`pilar.benito@unirioja.es`
`sara.madariaga@unirioja.es`
`jm.perez@unirioja.es`

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Compartición de secretos y computación multiparte sobre cuerpos pequeños

Ignacio Cascudo Pueyo[1],

Los esquemas lineales de compartición de secretos son una herramienta criptográfica que permite la distribución de un secreto, que es un elemento de un cuerpo finito, entre una serie de participantes. Para ello el repartidor, que conoce el secreto, envía un cierto número de elementos del cuerpo a cada participante, de forma que el secreto se puede recuperar sólo si cierto número de participantes colaboran, poniendo en común la información que han recibido. Los esquemas lineales de compartición de secretos tienen importantes aplicaciones. Una de ellas está en la construcción de protocolos eficientes de computación multiparte, que permiten a un conjunto de personas computar conjuntamente funciones que dependen de los datos privados de varias de estas personas, sin que ninguna de ellas tenga que revelar sus datos al resto de participantes en el protocolo.

Cuando el número de participantes en el esquema de compartición de secretos es menor que el tamaño del cuerpo, existe un esquema, basado en el problema de la interpolación de polinomios sobre cuerpos finitos, que cumple las condiciones óptimas para su aplicación al problema de la computación multiparte. Para el caso en el que el número de participantes es mayor que el tamaño del cuerpo, se ha propuesto recientemente la utilización de torres de curvas algebraicas. Sin embargo, en este caso existen aún importantes problemas que permanecen abiertos.

En el póster se explicarán estos conceptos y los problemas en los que se está trabajando, junto con distintas aportaciones a este tema.

Keywords: criptografía, compartición de secretos, computación multiparte, cuerpos de funciones algebraicas, códigos Goppa

Mathematics Subject Classification 2000: 94A60, 11T71, 14G50

[1]Departmento de Matemáticas
Universidad de Oviedo
Calvo Sotelo sn, 33007 Oviedo
icascudo@orion.ciencias.uniovi.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Flujo Lagrangiano de la curvatura media en el plano Euclídeo complejo

Ildefonso Castro, **Ana María Lerma**

Las subvariedades *Lagrangianas* de $\mathbb{R}^{2n} \equiv \mathbb{C}^n$ se caracterizan porque la estructura compleja J de $\mathbb{C}^n$ define un isomorfismo entre los fibrados tangente y normal a la subvariedad. Constituyen (en codimensión mayor que uno) un contexto adecuado para el estudio del *flujo Lagrangiano de la curvatura media* (FCM), debido a que el carácter Lagrangiano se preserva a lo largo del flujo y se tiene garantizado la existencia del mismo en un intervalo de tiempo finito, sin necesidad de imponer la compacidad de la subvariedad. En flujos geométricos tales como el flujo de Ricci o el FCM, las singularidades que se producen suelen modelarse sobre soluciones tipo soliton.

El objetivo del poster es presentar de manera esquemática las recientes contribuciones de los autores al estudio del FCM Lagrangiano en el plano Euclídeo complejo $\mathbb{C}^2$. En una primera parte, se rescata de [1] tres tipos de construcciones de solitones (las llamadas *soluciones autosemejantes*) para el FCM Lagrangiano en términos de curvas planas, esféricas e hiperbólicas. De este modo no sólo se describen los ejemplos hasta ahora conocidos en la literatura sino que se descubren *nuevos* ejemplos de soluciones. En una segunda parte se procede a la clasificación de todas las superficies Lagrangianas que además de ser soluciones autosemejantes del FCM son puntos críticos del funcional área para variaciones Hamiltonianas. Nuestro resultado caracteriza dos familias uniparamétricas construidas con ciertas geodésicas y ciertas curvas con curvatura constante en la esfera y en el plano hiperbólico. Como caso particular, una de estas familias incluyen y generalizan los ejemplos descritos recientemente en [2].

Keywords: Flujo de la curvatura media, superficies Lagrangianas Hamiltonianamente estacionarias

Mathematics Subject Classification 2000: 53C42, 53D12, 53B25

Referencias

[1] A. M. Lerma Fernández. *Soluciones autosemejantes del flujo Lagrangiano de la curvatura media en el plano Euclídeo complejo*. Trabajo Fin de Máster, Universidad de Granada, 2008.

[2] Y.-I. Lee and M.-T. Wang. Hamiltonian stationary shrinkers and expanders for Lagrangian mean curvature flows *Preprint arXiv:0707.0239*, 2007

Departmento de Matemáticas
Universidad de Jaén
Campus Las Lagunillas, Edificio B3
`icastro@ujaen.es`, `alerma@correo.ugr.es`

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Grupos finitos cuyos subgrupos subnormales permutan con los subgrupos de Sylow y grupos que cumplen un recíproco del teorema de Lagrange

A. Ballester-Bolinches[1], **J. C. Beidleman**[2], **R. Esteban-Romero**[3]

Los grupos cuyos subgrupos subnormales permutan con todos los subgrupos de Sylow reciben el nombre de *PST-grupos*. Estos grupos son exactamente los grupos en los que la permutabilidad con los subgrupos de Sylow es transitiva y pueden verse como una generalización de los T-grupos o grupos en los que la normalidad es transitiva.

Por otra parte, los grupos finitos G para los cuales dado un subgrupo H y un primo q divisor de $|G : H|$ siempre existe un subgrupo K de G de manera que H está contenido en K y $|K : H| = q$ reciben el nombre de $\mathcal{Y}$*-grupos*. Podemos entender que estos grupos satisfacen una versión fuerte del conocido teorema de Lagrange.

En este póster presentamos una versión local de la propiedad $\mathcal{Y}$ que nos permite caracterizar localmente los $\mathcal{Y}$-grupos. Observamos el paralelismo de estas caracterizaciones con otras conocidas para PST-grupos. Analizamos también la relación entre $\mathcal{Y}$-grupos y PST-grupos (un grupo es un PST-grupo resoluble si, y solo si, G es un $\mathcal{Y}$-grupo y el residual nilpotente de G es abeliano) y entre las caracterizaciones locales.

Keywords: grupo finito, permutabilidad, recíproco del teorema de Lagrange

Mathematics Subject Classification 2000: 20D10, 20D40, 20D20

Referencias

[1] A. Ballester-Bolinches, J. C. Beidleman, R. Esteban-Romero. On some classes of supersoluble groups. *J. Algebra* **312**(1), 445–454, 2007.

[1]Departament d'Àlgebra
Universitat de València
Dr. Moliner, 50; 46100 Burjassot (València), Spain
`Adolfo.Ballester@uv.es`

[2]Department of Mathematics
University of Kentucky
Lexington, Kentucky 40506-0027, USA
`clark@ms.uky.edu`

[3]Institut Universitari de Matemàtica Pura i Aplicada
Universitat Politècnica de València
Camí de Vera, s/n; 46022 València, Spain
`resteban@mat.upv.es`

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Clasificación de semicuerpos finitos de orden 64*

I.F. Rúa[1], E.F. Combarro, J. Ranilla[2]

Un semicuerpo finito D es un anillo no necesariamente asociativo con identidad tal que el conjunto $D^* = D \setminus \{0\}$ es cerrado para el producto [1]. Presentamos una descripción de todos los semicuerpos finitos con 64 elementos [2]. Esta descripción, obtenida mediante métodos computacionales, completa la clasificación de todos los semicuerpos finitos de orden 125 ó menos y es un nuevo paso hacia la deseada clasificación de semicuerpos finitos de menos de 256 elementos [3]. Los resultados obtenidos muestran que sólo una décima parte de los planos proyectivos asociados eran conocidos con anterioridad.

Keywords: Semicuerpo finito; anillo de división finito; plano proyectivo

Mathematics Subject Classification 2000: 17D99, 17-04, 17-08

Referencias

[1] D.E. Knuth. Finite semifields and projective planes. *Journal of Algebra* **2**, 182–217, 1965.

[2] I.F. Rúa, E.F. Combarro, J. Ranilla. Classification of Semifields of Order 64 (submitted), 2008.

[3] W.M. Kantor. Finite semifields. In *Finite Geometries, Groups, and Computation (Proc. of Conf. at Pingree Park, CO Sept. 2005).* De Gruyter, Berlin-New York, 2006.

[1]Departmento de Matemáticas
Universidad de Oviedo
C/ Calvo Sotelo s/n, 33007, Oviedo
`rua@uniovi.es`

[2]Centro de Inteligencia Artificial
Universidad de Oviedo en Gijón
Campus de Viesques, 33271, Gijón
`{elias,ranilla}@aic.uniovi.es`

*Con el apoyo de MEC MTM2007 - 67884 D C04 - 01, IB08-147, MEC TIN2007 - 61273 y MEC TIN2007 - 29664 - E

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Desarrollo de Taylor de la Aplicación Exponencial y Aplicaciones Geométricas

Ángel Montesinos[1], **María G. Monera**[2]

En este trabajo se calcula hasta el término de quinto orden del desarrollo de Taylor de la aplicación exponencial de una variedad inmersa en $\mathbb{R}^n$. También se interpretan geométricamente algunos de los resultados obtenidos en el caso particular de una superficie en $\mathbb{R}^n$, lo que da origen a las definiciones de *dirección de desviación normal y lateral*. Se calculan las direcciones extremales de éstas en un punto cualquiera de la superficie, identificando de modo explícito las extremales de desviación normal para el caso de superficies en $\mathbb{R}^3$ como las direcciones principales y asintóticas de la superficie. Finalmente, se presentan algunos ejemplos en superficies inmersas en $\mathbb{R}^5$ de las líneas integrales de esas direcciones extremales utilizando el programa Parametricas 5.

Keywords: Aplic. exponencial, geodésica, desviación normal, desviación lateral.

Mathematics Subject Classification 2000: 53B20, 53A05, 53A04, 53C42, 53C22

Referencias

[1] J.M. Lee. *Riemannian Manifolds.* Springer-Verlag, New York, 1997.

[2] S. Kobayashi and K. Nomizu, *Foundations of Differential Geometry.* Intersc. Publ., New York-London-Sidney 1963, 1969.

[3] F. Tari. On pairs of geometric foliations on a cross-cap. *Tohoku Math. J.* **volumen**(59), 233-258 ,Número 2 (2007).

[4] R. García and J. Sotomayor. Geometric mean curvature lines on surfaces immersed in $\mathbb{R}^n$. *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 6ª serie, tomo 11, nº 3 (2002), 377-401.

[5] A. Montesinos-Amilibia, *Parametricas5*, programa de ordenador accesible libremente en http://www.uv.es/montesin.

[1]Departamento Geometría y Topología
Universidad de Valencia
Universidad de Valencia, 46100, Burjassot
montesin@uv.es

[2]Universidad de Valencia
Universidad de Valencia, 46100, Burjassot
magarmo2@alumni.uv.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Estudio dinámico del método de Chebyshev para polinomios cúbicos

M. García Olivo[1], **J. M. Gutiérrez Jiménez**[2]

Este documento trata sobre el estudio dinámico del histórico algoritmo iterativo por el que el joven matemático Ruso, Pafnuty Lvóvich Chebyshev, estudiante del departamento filosófico de física y matemáticas de la Universidad de Moscú, ganara una medalla de plata en un concurso que llevara a cabo el citado departamento durante el año lectivo $1840 - 1841$. En ese concurso, el joven investigador participó con un trabajo titulado "Cálculo de las raíces de ecuaciones", en el cual presentó el siguiente método iterativo para resolver una ecuación no lineal $f(x) = 0$ (véase [1, 3]): $x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}\left[1 + \frac{1}{2}L_f(x_{n-1})\right], \quad n \geq 0, \quad L_f(x_n) = \frac{f(x_n)f''(x_n)}{f'(x_n)^2}$. Mediante una transformación afín adecuada, cualquier polinomio cúbico $p(z)$, puede transformarse en el polinomio $p_\lambda(z) = (z-1)(z+1)(z-\lambda)$, $\lambda \in \mathbb{C}$. Estudiamos el comportamiento dinámico del método de Chebyshev en función del parámetro λ y, en concreto, buscamos la existencia de "polinomios malos", para los cuales el método de Chebyshev contiene ciclos atractores distintos de las raíces, de forma similar a lo que se hace en [2] para los métodos de Halley y Newton.

Keywords: Método de Chebyshev; convergencia global; sistemas dinámicos.

Mathematics Subject Classification 2000: 37F10, 37D20

Referencias

[1] P.L. Chebyshev. *Complete Collected Works,* Vol. V. Izdatel'stvo Akad. Nauk SSR, Moscú, 1951.

[2] G. E. Roberts y J. Horgan-Kobelski, *Newton's versus Halley's methods: A dynamical systems approach*, International Journal of Bifurcation and chaos, Vol. 14, No. 10 (2004) 3459-3475.

[3] J. F. Traub, *Iterative methods for the solution of equations.* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1964.

[1]Instituto Politécnico San Miguel Arcángel
11200, Santo Domingo Norte, República Dominicana
martin1matdr@hotmail.com

[2]Departamento de matemáticas y computación
Universidad La Rioja
26004, Logroño
jmguti@unirioja.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Symbolic–Numerical Techniques in Computer Aided Geometric Design

CAGD@UC: Computer Aided Geometric Design at UC[1],

Computing the intersection between two surfaces is a central problem in computer animation, CAD, NC machining, solid modelling, etc. The main goal is to develop robust, accurate and fast algorithms solving such a problem. We present several solutions to different instances of the surface–to–surface intersection problem characterized either by involving real algebraic curves or surfaces presented implicitly, or by reducing the considered problem to determine the topology in $\mathbb{R}^2$ of $f(x, y) = 0$ ([1]). Problems considered include: computing the intersection between two surfaces (when presented parametrically or implicitly, when one of them is a ruled, revolution or canal surface ([2]), when sectioning offsets, ...), checking the interference between ellipses or ellipsoids parametrically dependent ([3]), computing the topology of curve arrangements ([4]), dealing with cubic surfaces, with curves and surfaces represented through support functions or through a evaluation based scheme, etc.

Current members of CAGD@UC are J. Caravantes, G. Coral, G. Diaz Toca, F. Etayo, M. Fioravanti, J. González, L. González Vega, E. Mainar, A. Piñera, I. Polo, J. Puig-Pey, G. R. Quintana, T. Recio, I. F. Rua and L. F. Tabera.

Keywords: Intersection Problems, Curves & Surfaces, Symbolic/Numerical.

Mathematics Subject Classification 2000: 65D17, 68W30, 68U07

Referencias

[1] L. Gonzalez–Vega and I. Necula. Efficient Topology Determination of Implicitly Defined Algebraic Plane Curves. *Comp. Aid. Geo. Des.* **19**, 719–743, 2002.

[2] M. Fioravanti, L. Gonzalez–Vega and I. Necula. Computing the intersection of two ruled surfaces by using a new algebraic approach. *J. Symbolic Comput.* **41**, 1187–1205, 2006.

[3] F. Etayo, L. Gonzalez–Vega and N. del Rio. A new approach to characterizing the relative position of two ellipses depending on one parameter. *Comp. Aided Geom. Design* **23**, 324–350, 2006.

[4] J. Caravantes and L. Gonzalez–Vega. Improving the topology computation of an arrangement of cubics. *Computational Geometry* **41**, 206–218, 2008.

[1]Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación
Universidad de Cantabria
Avenidad de los Castros, 39005 Santander, España
`laureano.gonzalez@unican.es`

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Estructura Lie de álgebras asociativas graduadas

Hannes Bierwirth[1], **Mercedes Siles Molina**[2]

En este trabajo estudiamos la estructura de Lie de las álgebras asociativas graduadas. Concretamente probamos cuándo una subálgebra no nula de un álgebra asociativa graduada contiene un ideal graduado no trivial del álgebra. Una pieza clave para obtenerlo serán los anuladores (el estándar y el cuadrático) de los ideales de Lie graduados del algebra. Como consecuencia de estos resultados y usando la noción de álgebra de cocientes de un álgebra de Lie graduada, obtenemos condiciones para que el álgebra de Lie de las derivaciones asociativas graduadas sea fuertemente graduada no degenerada.

Keywords: Álgebra de Lie, álgebra graduada, álgebra de cocientes, derivación

Referencias

[1] M. Siles Molina. Algebras of quotients of Lie algebras, *J. Pure and Applied Algebra 188* (2004), 175-188.

[2] J. Sánchez Orgeta, M. Siles Molina. Algebras of quotients of graded Lie algebras. (Preprint 2008)

[3] I. N. Herstein. On the Lie structure of an associative algebra, *J. Algebra 14* (1970), 561-571.

[1]Departmento de Álgebra, Geometría y Topología
Universidad de Málaga
29071 Campus de Teatinos
hannes@agt.cie.uma.es

[2]Departmento de Álgebra, Geometría y Topología
Universidad de Málaga
29071 Campus de Teatinos
msilesm@uma.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Area-stationary surfaces inside the sub-Riemannian three-sphere

Ana Hurtado, **César Rosales**[1]

We consider the sub-Riemannian metric g_h on $\mathbb{S}^3$ provided by the restriction of the Riemannian metric of curvature 1 to the plane distribution orthogonal to the Hopf vector field. We compute the geodesics associated to the Carnot-Carathédory distance and we show that, depending on their curvature, they are closed or dense subsets of a Clifford torus.

We study area-stationary surfaces with or without a volume constraint in $(\mathbb{S}^3, g_h)$. By following the ideas and techniques in [1] we introduce a variational notion of mean curvature, characterize stationary surfaces, and prove classification results for complete volume-preserving area-stationary surfaces with non-empty singular set. We also use the behaviour of the Carnot-Carathéodory geodesics and the ruling property of constant mean curvature surfaces to show that the Clifford tori are the only C^2 compact, connected, embedded surfaces in $(\mathbb{S}^3, g_h)$ with empty singular set and constant mean curvature H such that $H/\sqrt{1+H^2}$ is an irrational number.

Keywords: Sub-Riemannian geometry, Carnot-Carathéodory distance, area-stationary surfaces, constant mean curvature surface,...

Mathematics Subject Classification 2000: 53C17, 49Q20

Referencias

[1] M. Ritoré, C. Rosales. Area-stationary surfaces in the Heissenberg group $\mathbb{H}^1$. *Adv. Math.* **219**, 633–671, 2008.

[1]Departmento de Geometría y Topología
Universidad de Granada
E-18071 Granada, Spain
ahurtado@ugr.es
crosales@ugr.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Superálgebras asociativas con condiciones de regularidad sobre elementos simétricos ó antisimétricos

Jesús Laliena, **Sara Sacristán**[1]

Dada un álgebra asociativa A con involución, las propiedades del conjunto de elementos simétricos, H, o del conjunto de elementos antisimétricos, K, determinan, en muchos casos, la estructura de A como álgebra. Por esta razón las relaciones entre A, H y K han sido investigadas profusamente por muchos autores.

Por ejemplo J.M. Osborn y I.N. Herstein y S. Montgomery (ver [1, 2, 3]) estudiaron las álgebras asociativas semisimples en que cada elemento simétrico era inversible o nilpotente, o las álgebras semiprimas en que cada elemento antisimétrico era inversible, respectivamente.

En este póster se exponen resultados semejantes referidos a superálgebras asociativas con superinvolución. En concreto, y entre otros casos, se describen las superálgebras semiprimas en que cada elemento homogéneo simétrico no cero es inversible, o aquellas en las que cada elemento homogéneo antisimétrico no cero es inversible. También las superálgebras primas en que cada elemento homogéneo simétrico no cero es no nilpotente, o aquellas en que cada elemento homogéneo antisimétrico no cero es no nilpotente.

Keywords: Superálgebras asociativas, superálgebras semiprimas, superinvoluciones, elementos simétricos yantimétricos, condiciones de regularidad.

Mathematics Subject Classification 2000: 17A70, 17B60, 17C50

Referencias

[1] I.N. Herstein, S. Montgomery. Invertible and regular elements in rings with involution. *J. Algebra* **25**, 390–400, 1973.

[2] J.M. Osborn. Jordan Algebras of Capacity Two. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* **57**, 582–588, 1967.

[3] J.M. Osborn. Jordan and associative rings with nilpotent and invertible elements. *J. Algebra* **15**, 301–308, 1970.

[1]Departmento: Matemáticas y Computación
Universidad: Universidad de La Rioja
Dirección postal: Edificio Vives. C/ Luis de Ulloa s/n. 26004 Logroño
jesus.laliena@unirioja.es, sara.sacristan@unirioja.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Índice de Witt para formas cuadráticas evaluadas en anillos de Galois*

M.C. López-Díaz, **I.F. Rúa**[1]

La construcción de códigos Kerdock generalizados a partir de spread simplécticos [1] motivó la introducción de formas cuadráticas evaluadas en un anillo de Galois [2] como una extensión de las formas cuadráticas evaluadas en el anillo $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$ [3]. Además de un invariante $\mathcal{I}$ que permite clasificar dichas formas, también se probaron los clásicos teoremas de Witt (cancelación y extensión) [4]. En este trabajo mostramos que el índice de Witt está bien definido para estas formas cuadráticas y lo calculamos explícitamente para todos los casos, en función del valor del invariante $\mathcal{I}$ [5].

Keywords: Índice de Witt, Forma cuadrática evaluada en un anillo de Galois

Mathematics Subject Classification 2000: 11E12, 13M99

Referencias

[1] S. González, C. Martínez and I.F. Rúa. Symplectic Spread based Generalized Kerdock Codes. *Design, Codes and Cryptography* **42**, 213–226, 2007.

[2] M.C. López-Díaz and I.F. Rúa. An invariant for quadratic forms valued in Galois Rings of characteristic 4. *Finite Fields and their Applications* **13**, 946–961, 2007.

[3] J.A. Wood, Witt's extension theorem for mod Four Valued Quadratic Forms, *Transactions of the American Mathematical Society* **336**, 445–461, (1993).

[4] M.C. López-Díaz and I.F. Rúa. Witt's theorems for Galois ring valued quadratic forms. *Journal of Pure and Applied Algebra* **212**, 2493–2502, 2008.

[5] M.C. López-Díaz and I.F. Rúa. Witt index for Galois Ring valued quadratic forms (preprint), 2008.

[1]Departamento de Matemáticas
Universidad de Oviedo
C/ Calvo Sotelo s/n, 33007, Oviedo
{cld,rua}@uniovi.es

*Con el apoyo de MEC-07-MTM2007-67884-C04-01 e IB08-147

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Álgebras de Leibniz ternarias conmutativas

Pilar Benito, **S. Madariaga**, **J. M. Pérez-Izquierdo**[1]

Un álgebra de Leibniz n-aria es un espacio vectorial con una operación n-aria $[x_1, \ldots, x_n]$ que satisface la identidad

$$[[x_1, \ldots, x_n], y_2, \ldots, y_n] = \sum_{i=1}^{n} [x_1, \ldots, [x_i, y_2, \ldots, y_n], \ldots, x_n].$$

Si la operación es totalmente simétrica en sus argumentos entonces se dice que el álgebra de Leibniz es conmutativa.

Usando métodos de álgebras de Lie A. P. Pojidaev [1] probó que no existen álgebras de Leibniz n-arias conmutativas simples de dimensión finita sobre cuerpos algebraicamente cerrados de característica cero.

En este trabajo se estudian las álgebras de Leibniz ternarias conmutativas en dimensión arbitraria y característica distinta de dos y tres mediante una relación con pares de Jordan.

Keywords: Leibniz algebras, Jordan pairs

Mathematics Subject Classification 2000: 17A40, 17A42, 17B40

Referencias

[1] A. P. Pojidaev. Solvability of finite-dimensional n-ary commutative Leibniz algebras of characteristic 0. *Comm. Algebra* **31**(1), 197–215, 2003.

[1]Departmento de Matemáticas y Computación
Universidad de La Rioja
C/ Luis de Ulloa s/n, 26004, Logroño
pilar.benito@unirioja.es
sara.madariaga@unirioja.es
jm.perez@unirioja.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Espacios casi-contacto métricos generalizados*

Verónica Martín Molina[1],

P. Alegre, D. E. Blair y A. Carriazo definieron un *espacio de curvatura ϕ-seccional constante generalizado* como la variedad casi-contacto métrica cuyo tensor de curvatura puede escribirse como $R = f_1R_1 + f_2R_2 + f_3R_3$, donde

$$\begin{aligned} R_1(X,Y)Z &= g(Y,Z)X - g(X,Z)Y \\ R_2(X,Y)Z &= g(\phi Y,Z)\phi X - g(\phi X,Z)\phi Y + 2g(X,\phi Y)\phi Z \\ R_3(X,Y)Z &= \eta(X)\eta(Z)Y - \eta(Y)\eta(Z)X + g(X,Z)\eta(Y)\xi - g(Y,Z)\eta(X)\xi. \end{aligned}$$

T. Koufogiorgos probó que si un (κ,μ)-espacio M tiene curvatura ϕ-seccional constante c y dimensión mayor o igual que 5, su tensor de curvatura tiene la forma

$$R = \left(\frac{c+3}{4}\right)R_1 + \left(\frac{c-1}{4}\right)R_2 + \left(\frac{c+3}{4} - \kappa\right)R_3 + R_4 + \frac{1}{2}R_5 + (1-\mu)R_6,$$

donde R_1, R_2, R_3 son los tensores ya vistos y R_4, R_5, R_6 son nuevos tensores.

Definimos un *espacio casi-contacto métrico generalizado* como aquella variedad casi-contacto métrica cuyo tensor de curvatura tiene la forma $R = f_1R_1 + f_2R_2 + f_3R_3 + f_4R_4 + f_5R_5 + f_6R_6$, donde $f_1, \ldots, f_6$ son funciones diferenciables en M. Es obvio que estos espacios engloban de forma natural a los de curvatura ϕ-seccional constante generalizados, con los que comparten algunas propiedades.

Además, los espacios casi-contacto métricos generalizados con estructura de contacto métrica son (κ,μ)-espacios generalizados con $\kappa = f_1 - f_3$ y $\mu = f_4 - f_6$. Se prueba que en dimensión mayor o igual que 5 son $(-f_6, 1-f_6)$-espacios con curvatura ϕ-seccional constante $2f_6 - 1$. Daremos un método para la construcción de infinitos ejemplos de este tipo. En dimensión 3 demostraremos varios resultados que los clasifican parcialmente y daremos un ejemplo con funciones f_1, f_3 y f_4 no constantes.

Los espacios casi-contacto métricos generalizados con estructura trans-Sasakiana son también espacios de curvatura ϕ-seccional constante generalizados, ya estudiados.

Keywords: Espacio de curvatura ϕ-seccional constante generalizado, (κ,μ)-espacio, espacio de contacto métrico.

Mathematics Subject Classification 2000: 53C25, 53D15

[1]Departamento de Geometría y Topología
Universidad de Sevilla
c/ Tarfia 41012
`veronicamartin@us.es`

*Enviado a su publicación bajo el título "Generalized (κ,μ)-space forms" en colaboración con Alfonso Carriazo Rubio (Universidad de Sevilla) y Mukut Mani Tripathi (Banaras Hindu University, India). El trabajo ha sido parcialmente realizado bajo la financiación del Programa de Becas FPU del Ministerio de Ciencia e Innovación y el grupo PAI FQM-327 (Junta de Andalucía, 2008)

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Aplicaciones del Problema Afín de Cauchy*

Juan A. Aledo[1], **Antonio Martínez**[2], **Francisco Milán**[2]

Se presenta la resolución del problema de determinar la existencia y unicidad de superficies afines maximales conteniendo a una curva y con un normal afín prefijado a lo largo de ella, ver [1]. Como aplicación se dan resultados sobre las simetrías de estas superficies, se caracteriza cuando una curva en $\mathbb{R}^3$ puede ser una de sus geodésicas y se estudian las superficies afines maximales helicoidales, esto es, invariantes por un grupo uniparamétrico de transformaciones equiafines. Aparecen ejemplos con una curva análitica en su conjunto de singularidades, que merecen especial atención, ver [2].

Keywords: affine maximal surface, Cauchy problem, singularities.

Mathematics Subject Classification 2000: 53A15.

Referencias

[1] Juan A. Aledo, Antonio Martínez and Francisco Milán. The Affine Cauchy Problem. *J. Math. Anal. Appl. (2008)*, doi: 10.1016/j.jmaa.2008.09.055

[2] Juan A. Aledo, Antonio Martínez and Francisco Milán. Affine maximal maps. Preprint.

[1]Departmento de Matemáticas
Universidad de Castilla-La Mancha
E-02071 Albacete
juanangel.aledo@uclm.es

[2]Departmento de Geometría y Topología
Universidad de Granada
E-18071 Granada
amartine@ugr.es, milan@ugr.es

*Research partially supported by Ministerio de Educación y Ciencia Grant No. MTM2007-65249, Junta de Andalucía Grant No. FQM325, Grant No. P06-FQM-01642 and la Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Grant No. PCI-08-0023

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Resolución de Encajes Topográficos con Mathematica

L. Monreal[1], **A. Balaguer**[1], **M.J. Felipe**[1]

La falta de ejemplos y de casos reales da lugar a que las asignaturas básicas, en las titulaciones técnicas, carezcan de sentido práctico para el alumno y a que se olviden, con mayor facilidad, los conceptos estudiados en ellas, aunque éstos serán necesarios posteriormente en las asignaturas tecnológicas propias de la titulación. Por ello, es imprescindible que los profesores que impartimos docencia en asignaturas básicas colaboremos de forma transversal con el objetivo de mejorar la docencia y salvar la necesidad que tienen los estudiantes de ver que lo que estudian teóricamente tiene una aplicación inmediata.

El trazado de carreteras exige una definición geométrica exacta de las alineaciones que la forman. Analizamos algunos problemas aplicados relacionados con el encaje de curvas circulares necesarios en planimetría de obras para definir geométricamente la planta de un proyecto. Entre otros encajes, presentamos aquellos sujetos a los siguientes condicionamientos: Una curva circular que pase por tres puntos, una curva circular tangente a tres rectas secantes, una curva circular tangente a dos rectas no paralelas y que pasa por un punto, una curva circular tangente a dos rectas no paralelas y sujeta a ciertas condiciones del terreno y una curva circular tangente a una recta y que pase por dos puntos. Para la resolución de los citados problemas haremos uso del programa Mathematica.

Hemos elaborado distintos programas tales que, a partir de los datos del encaje, calculan y representan las rectas y vértices que constituyen los condicionamientos del problema, así como las circunferencias que se obtienen como resultado de cada uno de los encajes planteados. Analizamos el funcionamiento de los programas para distintos datos de partida y la aproximación a otro de tipo de curvas ([1]).

Keywords: Didáctica, Geometría, Mathematica. . .

Mathematics Subject Classification 2000: 97C80

Referencias

[1] A. Balaguer, M.J. Felipe and L. Monreal. *Fundamentos Geométricos para la Topografía.* Editorial Universidad Politécnica de Valencia, 2003.

[1]Departmento de Matemática Aplicada
Universidad Politénica de Valencia
Dirección postal Camí de Vera sn. 46022 Valencia
lmonreal@mat.upv.es, abalague@mat.upv.es, mfelipe@mat.upv.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Matrix multiplication using group theoretical techniques

Alejandro P. Nicolás[1], **J. González Sánchez**, **I. Polo Blanco**, **L. González-Vega**, **J. Caravantes**, **G. Díaz Toca**, **I. F. Rúa**

Group-theoretical algorithms for multiplying matrices are similar to fast algorithms for multiplying polynomials. Both consist on an embedding into a group algebra $\mathbf{C}[G]$ where the product is performed. For polynomials, the product consists in pointwise multiplication whereas for matrices is a block-diagonal matrix multiplication.

The group G determines the complexity of the algorithm. For instance, the product of square matrices of order n can always be implemented using an abelian group of order n^3, but the bound obtained for complexity is trivial, i. e., $O(n^3)$. Using non-abelian groups it is possible to achieve better bounds for the complexity, that is, $O(n^\omega)$ with $\omega < 3$.

In this work we review the methods in [1] and [2]. We also discuss the relations between the combinatorial properties of the group G and the complexity of the algorithms for matrix multiplication. Finally, we construct an algorithm based on the ideas exposed in [2].

Keywords: Computational algebra, fast matrix multiplication

Mathematics Subject Classification 2000: 15A99, 65F35

Referencias

[1] H. Cohn and C. Umans. A Group Theoretic Approach to Fast Matrix Multiplication. In *Proc. of the 44th Annual Symposium on Fund. of Comp. Science, 11-14 October 2003, Cambridge, MA, IEEE Computer Society*, pp. 438-449, 2003.

[2] H. Cohn, R. Kleinberg, B. Szegedy, C. Umans. Group-theoretic Algorithms for Matrix Multiplication. In *Fundations of Computer Science. 46th Annual IEEE Symposium, 23-25 October 2005*, 379-388, 2005.

[3] J. Demmel, I. Dumitriu, O. Holtz, R. Kleinberg. Fast matrix multiplication is stable. *Numer. Math.* **106**, 199-224, 2007.

[1]Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación
Universidad de Cantabria
Avenida de los Castros s/n, 39005 Santander, España
alejandro.p.nicolas@unican.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

More than a century classifying Lie algebras

Luis Boza[1], Eugenio M. Fedriani[2], Juan Núñez[3], Ángel F. Tenorio[2]

Sophus Lie introduced in his book *Theorie der Transformationsgruppen*, over 1888, a very useful tool to analyze partial differential equations. However, in spite of its profuse applications, more than one century later, the problem of classifying all the different types of Lie algebras is still unsolved. There exist three different types of Lie algebras, and every algebra can be expressed as a semi-direct sum of a semi-simple subalgebra and its maximal solvable ideal. The semi-simple algebras were soon classified, but the classification of all solvable Lie algebras is not easy. It can be reduced to classify the nilpotent Lie algebras, but many attempts have been made with diverse fortune. Lots of lists of nilpotent algebras have been published, even using unsuited notation or containing mistakes. For example, Karl Umlauf classified in 1891 all the nilpotent Lie algebras up to dimension 6 over the complex field, and Michele Vergne obtained deep conclusions of these algebras in 1966. She completely classified nilpotent Lie algebras of dimension less than 7 over the real and complex fields, and introduced the filiform Lie algebras, which constitute the most structured subclass into the nilpotent Lie algebras. Of course, the latest lists of algebras have been obtained using the newest computers. However, some experts like Aner Shalev and Efim Zelmanov think that it is already impossible to obtain in an explicit way the classification of nilpotent Lie algebras of bigger dimensions.

The main goal of this poster is to show the evolution of the Lie algebras classifications, giving the details of the most relevant lists. Our purpose is to include in it all the many authors related with the classification of Lie algebras by using graphic techniques to present and remark the most appropriate information.

Keywords: Lie algebras, classification, historical evolution.

Mathematics Subject Classification 2000: 17B05,17B30, 01A60

[1]Departamento de Matemática Aplicada I.
Universidad de Sevilla.
Av. Reina Mercedes 2, 41012 Sevilla
`boza@us.es`

[2]Departmento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica.
Universidad Pablo de Olavide.
Carretera de Utrera, Km 1. 41013-Sevilla
`{efedmar,aftenorio}@upo.es`

[3]Departamento de Geometría y Topología.
Universidad de Sevilla.
Facultad de Matemáticas. Universidad de Sevilla. Aptdo. 1160, 41080 Sevilla
`jnvaldes@us.es`

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Autovalores por la izquierda de una matriz simpléctica y categoría LS de $Sp(2)$

María José Pereira Sáez, **Enrique Macías Virgós**[1]

Basándonos en un resultado de Huang y So (ver [1]) en el que afirman que toda matriz cuaterniónica de orden 2 tiene uno, dos o infinitos autovalores por la izquierda, probamos que en el caso de las matrices simplécticas las únicas que tienen infinitos son de la forma $A = L_q \circ R_\theta$, es decir, $A = \begin{pmatrix} q\cos\theta & -q\sin\theta \\ q\sin\theta & q\cos\theta \end{pmatrix}$ con $\sin\theta \neq 0$ y q un cuaternio unitario. Como aplicación de este resultado damos un recubrimiento explícito por abiertos contráctiles de $Sp(2)$ que permite obtener la categoría de Lusternik y Schnirelmann de $Sp(2)$ de modo más sencillo que la demostración clásica de P. Schweitzer (ver [2]).

Keywords: Matriz simpléctica, autovalores izquierda, categoría LS.

Mathematics Subject Classification 2000: 15A33, 55M30

Referencias

[1] Huang, L.; So, W. On left eigenvalues of a quaterionic matrix. *Linear Algebra Appl* **323**(1-3), 105–116, 2001.

[2] Schweitzer, P. Secondary Cohomology Operations Induced by the Diagonal Mapping. *Topology* **3,** 143–148, 1964-65.

[1]Departmento de Xeometría e Topoloxía
Universidad de Santiago de Compostela
Rúa Lope Gómez de Marzoa, s/n 15782 Santiago de Compostela.
`mjpesaez@yahoo.es`

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Una nueva caracterización de la hiperbolicidad de Gromov para superficies con curvatura variable negativa

Ana Portilla[1], **Eva Tourís**[2]

Un espacio métrico geodésico es *hiperbólico en sentido de Gromov* si existe una cota superior para la distancia de cualquier punto de un lado de un triángulo geodésico a la unión de los otros dos lados.

En este artículo (ver [1]) mostramos que, de cara a probar la hiperbolicidad de Gromov de cualquier superficie con curvatura $K \leq -k^2 < 0$, sólo necesitamos comprobar la condición de Rips sobre una clase muy pequeña de triángulos, aquellos que están contenidos en geodésicas simples y cerradas. Este teorema es una nueva caracterización de la hiperbolicidad de Gromov para esta clase de superficies.

Este resultado era conocido para curvatura $K = -1$ (ver [2]). No obstante, todo hecho estándar usado en [2] es falso cuando la curvatura no es constante. Por tanto, ha sido necesario probar resultados alternativos válidos para curvatura variable, lo que nos permitió conseguir nuevo resultados así como mejorar el trabajo anterior.

Keywords: Hiperbolicidad de Gromov, superficies Riemannianas, superficies Riemannianas curvadas negativamente.

Mathematics Subject Classification 2000: 53C15, 53C21, 53C22, 53C23.

Referencias

[1] A. Portilla, E. Tourís. A new characterization of Gromov hyperbolicity of surfaces with variable negative curvature. *Publicacions Matematiques* **53**(1), 83–110, 2009.

[2] J.M. Rodriguez, E. Tourís. Gromov hyperbolicity of Riemann surfaces. *Acta Mathematica Sinica* **23**(2), 209–228, 2007.

[1]Department of Mathematics
St. Louis University,
Madrid Campus Avda. del Valle 34,
28003 Madrid, Spain.
portillaa@madrid.slu.edu

[2]Departmento de Matemáticas
Universidad Carlos III de Madrid
Avenida de la Universidad, 30
28911, Leganés, España.
etouris@math.uc3m.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Computation of conformal representations of compact Riemann surfaces

Guillermo L. Lagomasino[1], **Domingo Pestana**[2], **José Manuel Rodríguez**[3], **Dmitry Yakubovich**[4]

We find a system of two polynomial equations in two unknowns, whose solution allows to give an explicit expression of the conformal representation of a simply connected three sheeted compact Riemann surface onto the extended complex plane. This function appears in the description of the ratio asymptotic of multiple orthogonal polynomials with respect to the so called Nikishin systems of two measures. The final part of this work is devoted to the development of a numerical algorithm for solving the system of polynomial equations which in turn allows to give an approximate expression of the conformal map.

Keywords: orthogonal polynomials, compact Riemann surfaces, branched covering, nonlinear equations, Newtonian continuation method.

Mathematics Subject Classification 2000: 30F99 (primary), 05E35, 30C30, 58C15, (secondary).

[1]Departmento de Matemáticas
Universidad Carlos III de Madrid
Avenida de la Universidad, 30
28911, Leganés, Madrid, España.
`lago@math.uc3m.es`

[2]Departmento de Matemáticas
Universidad Carlos III de Madrid
Avenida de la Universidad, 30
28911, Leganés, Madrid, España.
`dompes@math.uc3m.es`

[3]Departmento de Matemáticas
Universidad Carlos III de Madrid
Avenida de la Universidad, 30
28911, Leganés, Madrid, España.
`jomaro@math.uc3m.es`

[4]Departmento de Matemáticas
Universidad Autónoma de Madrid
28049, Madrid, España.
`dmitry.yakubovich@uam.es`

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Patching de retículos divisoriales*

Francisco Perdomo Peña, **Mª Victoria Reyes Sánchez**[1],

Presentamos en este póster algunos de los resultados obtenidos en el trabajo *Patching divisorial lattices* ([3]), en el que estudiamos ciertos cuadrados de dominios de Krull con inclusiones que cumplen la condición PDE. Estos cuadrados han sido estudiados desde la perspectiva de las teorías de torsión en [5] y se han aplicado en [4] a la construcción de sucesiones exactas que incluyen grupos de clases y grupos de Brauer divisoriales de dominios de Krull.
Siguiendo [5], definimos un cuadrado divisorialmente constructivo y probamos condiciones necesarias para obtener dichos cuadrados, así como algunas consecuencias novedosas sobre la constructividad local, usando técnicas similares a las empleadas en [2] para el caso proyectivo. Además, adaptamos la versión relativa que aparece en [5] al caso de dominios de Krull, estudiando la relación entre la constructividad local y global. Por último, consideramos diagramas con isomorfismos analíticos (ver [1]), demostramos que son divisorialmente constructivos y damos algunos ejemplos.

Keywords: Krull domain, divisorial lattice, Cartesian diagram, fiber product category

Mathematics Subject Classification 2000: 13F05, 13C13, 13B10

Referencias

[1] S. Landsburg. Patching and analytic isomorphisms. In *Proceedings of the American Mathematical Society* (114), 637-639, 1992.

[2] S. Landsburg. Patching and birationality. In *Journal of Algebra* (163), 366-382, 1994.

[3] F. Perdomo and M.V. Reyes. Patching Divisorial Lattices. *to appear*

[4] A. Smet and A. Verschoren. Mayer-Vietoris for Krull Domains. In *Applied Categorical Structures* (11), 359-376, 2003.

[5] A. Verschoren. Relative patching propierties In *Journal of Algebra* (97), 474-491, 1985.

[1]Departamento de Matemática Fundamental
Universidad de La Laguna
fperdomo@ull.es
mvreyes@ull.es

*Trabajo parcialmente financiado mediante el Proyecto TIN2008-02236/TSI

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Gromov hyperbolicity of Denjoy domains with hyperbolic and quasihyperbolic metrics

P. Hästö[1], H. Lindén[2], A. Portilla[3], J. M. Rodríguez[4], E. Tourís[5]

We obtain explicit and simple conditions which in many cases allow one to decide, whether or not a Denjoy domain endowed with the Poincaré or quasihyperbolic metric is Gromov hyperbolic. The criteria are based on the Euclidean size of the complement. As a corollary, the main theorem allows to deduce the non-hyperbolicity of any periodic Denjoy domain.

Keywords: Poincaré metric, hyperbolic metric, quasihyperbolic metric, Gromov hyperbolic, Denjoy domain.

Mathematics Subject Classification 2000: 30F45, 53C23, 30C99.

Referencias

[1] Alvarez, V., Portilla, A., Rodríguez, J. M., Tourís, E.. Gromov hyperbolicity of Denjoy domains. *Geom. Dedicata* **121**, 221–245, 2006.

[1]Department of Mathematical Sciences
University of Oulu, Finland
P.O. Box 3000, FI-90014
`peter.hasto@helsinki.fi`

[2]Department of Mathematics and Statistics
University of Helsinki, Finland
P.O. Box 64, 00140
`hlinden@iki.fi`

[3]Department of Mathematics
St. Louis University, Madrid Campus
Avda. del Valle 34, 28003 Madrid, Spain
`portillaa@madrid.slu.edu`

[4]Departmentamento de Matemáticas
Universidad Carlos III de Madrid
Avenida de la Universidad 30, 28911 Leganés, Madrid, Spain
`jomaro@math.uc3m.es`

[5]Departmentamento de Matemáticas
Universidad Carlos III de Madrid
Avenida de la Universidad 30, 28911 Leganés, Madrid, Spain
`etouris@math.uc3m.es`

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Métododos iterativos tipo Secante-Moser

M. J. Rubio[1]

Consideramos una modificación del método de Moser [1] aplicado a métodos de tipo secante para no calcular los inversos de las diferencias divididas [4]. Además estos métodos propuestos [3] se pueden aplicar a operadores no diferenciables por estar definidos mediante diferencias divididas. Estudiamos la convergencia semilocal de dichos procesos iterativos para resolver una ecuación no lineal $F(x) = 0$ en espacios de Banach. Para ello utlizamos una técnica basada en relaciones de recurrencia [2].

Keywords: Ecuaciones no lineales en espacios de Banach, relaciones de recurrencia, diferencias divididas

Mathematics Subject Classification 2000: 45G10, 47H17, 65J15

Referencias

[1] O. H. Hald. On a Newton-Moser type method. *Numer. Math.* **23**, 411–425, 1975.

[2] M. A. Herández and M. J. Rubio. A new type of recurrence relations for the Secant method. *Int. J. Comput. Math.* **72**, 477–490, 1999.

[3] M. A. Herández and M. J. Rubio. A uniparametric family of iterative processes for solving nondifferentiale equations. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* **275**, 821–834, 2002.

[4] F. A. Potra and V. Ptak. *Nondiscrete Induction and Iterative Processes.* Pitman, New York, 1984.

[1]Departamento de Matemáticas y Computación
Universidad de La Rioja
C/ Luis de Ulloa s/n 26004 Logroño
mjesus.rubio@dmc.unirioja.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Invariantes conformes interpretados en el espacio De Sitter

María del Carmen Romero Fuster[1], E. Sanabria Codesal[2]

R. L. Bryant interpreta la 2-forma conformemente invariante sobre una superficie en $I\!R^3 : (K_1 - K_2)^2\, dx_1 \wedge dx_2$, como el área de la superficie en el 5-espacio de Minkowski formada por las esferas tangentes a la superficie que tienen como curvatura la curvatura media de la superficies en cada punto. En este trabajo, daremos una interpretación de las 1-formas conformemente invariantes a lo largo de las i-ésimas líneas de curvatura $1 \leq i \leq n$, sobre una hipersuperficie en $I\!R^{n+1} : (K_i - K_j)\, dt$, $\sqrt{\mid {K_i}'(t) \mid}\; dt$, dadas en [3]. Cada una de estas 1-formas diferenciales corresponde a la longitud de arco de una curva en el $(n+2)$-espacio de Sitter formada por las i-ésimas hiperesferas focales de la hipersuperficie a lo largo de la correspondiente línea de curvatura de la hipersuperficie en $I\!R^{n+1}$. Haremos lo mismo con los invariantes conformes de curvas en $I\!R^{n+1}$, $n \geq 1$, asociados a las hiperesferas osculatrices, tanto para el caso en que $n \geq 2$, dado en [2]: $\frac{\sqrt{\|{c'}_n(t)\|^2 - {r'_n}^2(t)}}{r_n(t)}\; dt$, como para el caso de curvas planas $\sqrt{\mid k_1'(t) \mid}\, dt$ conocido como la longitud de arco conforme infinitesimal.

Keywords: curvas, hipersuperficies, invariantes conformes, espacio De Sitter

Mathematics Subject Classification 2000: 53A04,53A07,53A30

Referencias

[1] Bryant, R. L. A Duality Theorem for Willmore surfaces. *Differencial Geometry* **volumen** 20 , 23-53 (1984).

[2] Romero-Fuster, M. C. and Sanabria-Codesal, E. Generalized evolutes, vertices and conformal invariants of curves in $I\!R^{n+1}$. *Indag. Mathem. N.S.* **volumen** 10, 2 , 297–305 (1999).

[3] Romero-Fuster, M. C. and Sanabria-Codesal, E. Lines of curvature, ridges and conformal invariants of hypersurfaces. *Beitrage zur algebra und geometrie* **volumen** 2 , 615-635 (2004).

[1]Departamento Geometría y Topología
Universidad de Valencia
Universidad de Valencia, 46100, Burjassot
`carmen.romero@uv.es`

[2]Departamento de Matemática Aplicada
Universidad Politécnica de Valencia
Camino de Vera, s/n 46022 Valencia
`esanabri@mat.upv.es`

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Construcción de haces estables en threefolds fibradas en superficies K3

B. Andreas[1], **D. Hernández Ruipérez**, **D. Sánchez Gómez**[2]

Una técnica para construir fibrados vectoriales estables en fibraciones elípticas es la llamada construcción espectral. Esta técnica, empleada por Friedman, Morgan y Witten [2], permite obtener fibrados vectoriales estables a partir de un revestimiento de la base de la fibración y un haz de línea en dicho revestimiento. Esta pareja de datos se denominan datos espectrales del fibrado. Esta construcción puede ser entendida en términos de una transformada de Fourier-Mukai.

Para variedades de dimensión tres fibradas en superficies K3 la transformada de Fourier-Mukai nos permite dar una construcción similar [1], obteniendo haces relativamente semiestables a partir de datos espectrales. Demostramos que dichos haces son estables respecto de ciertas polarizaciones que dependen únicamente de los invariantes topológicos de estos haces, en el caso elíptico esto sólo se conoce para superficies. Cuando la variedad es Calabi-Yau el moduli de haces estables construidos a partir de datos espectrales puede ser visto como una variedad fibrada genéricamente en variedades abelianas.

Keywords: Fibraciones K3, transformadas de Fourier-Mukai, fibrados espectrales, Calabi-Yau 3-folds, espacios de moduli.

Mathematics Subject Classification 2000: 14J60, 14J32, 14F05.

Referencias

[1] B. Andreas, D. Hernández Ruipérez, and D. Sánchez Gómez, Stable sheaves over K3 fibrations. *Internat. J. Math.*, (2009). To appear, also `arXiv:0802.2903`.

[2] R. Friedman, J. W. Morgan, and E. Witten. Vector bundles over elliptic fibrations. *J. Algebraic Geom.* **8**(2), 279–401, 1999.

[1]Departamento de Matemáticas.
Universidad de Salamanca.
Plaza de la Merced 1-4, 37008 Salamanca, Spain.
`bandreas@usal.es`

[2]Departamento de Matemáticas e Instituto Universitario de Física Fundamental y Matemáticas.
Universidad de Salamanca.
Calle del Parque s/n, 37008 Salamanca, Spain.
`ruiperez@usal.es, dario@usal.es`

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Quotients for graded Lie algebras

Juana Sánchez Ortega[1]

Inspired by the associative definition of ring of quotients given by Utumi in [4], M. Siles Molina initiated in [3] the study of algebras of quotients of Lie algebras. She introduced a notion of general algebra of quotients of a Lie algebra, and adapting some ideas from [2] she also built a maximal algebra of quotients for every semiprime Lie algebra.

We introduce here graded algebras of quotients of graded Lie algebras. The relationship between the graded and the non-graded notions of quotients is studied and important examples of graded algebras of quotients of graded Lie algebras are given. We build a graded maximal algebra of quotients for every graded semiprime Lie algebra and we show that the study of maximal Jordan systems (by a system we understand an algebra, a triple system or a pair) of quotients introduced in [1] can be seen under the umbrella of Lie quotients, via the Tits-Kantor-Koecher construction. Concretely, we prove that the maximal system of quotients of a strongly nondegenerate Jordan system is the associated system to the maximal Lie algebra of quotients of its TKK.

Keywords: Algebras of quotients, Lie algebra, deriation, prime, semiprime algebras.

Mathematics Subject Classification 2000: Primary 17B60, Secondary 16W25, 16W10.

Referencias

[1] E. García, M. Gómez Lozano, Jordan systems of Martindale-like quotients, *J. Pure Appl. Algebra* **194** (2004), 127–145.

[2] C. Martínez, The Ring of Fractions of a Jordan Algebra, *J. Algebra* **237** (1996), 798–812.

[3] M. Siles Molina, Algebras of quotients of Lie algebras, *J. Pure Appl. Algebra* **188** (2004), 175–188.

[4] Y. Utumi, On quotient rings. *Osaka J. Math.* **8** (1956), 1–18.

[1]Departamento de Álgebra, geometría y topología
Facultad de Ciencias
Universidad de Málaga
Campus de Teatinos. C.P. 29071, Málaga
jsanchez@agt.cie.uma.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Operadores de extensión en clases ultraholomorfas en polisectores

Alberto Lastra, **Javier Sanz**[1]

Para funciones holomorfas en un sector de la superficie de Riemann del logaritmo con vértice en 0, se conocen diversos resultados de extensión que especializan el clásico teorema de Borel-Ritt, que afirma la existencia de funciones con desarrollo asintótico arbitrariamente prefijado en 0. En concreto, para ciertas clases, denominadas *ultraholomorfas*, de funciones caracterizadas por una restricción en el crecimiento de sus derivadas expresada en términos de una sucesión numérica fuertemente regular, V. Thilliez (ver [3]) ha obtenido operadores lineales y continuos de extensión que asocian, a cada serie formal con coeficientes restringidos de forma acorde, una función de la clase que admite dicha serie por desarrollo asintótico en 0. El objetivo del póster es presentar dos generalizaciones de este resultado para clases ultraholomorfas de funciones definidas en polisectores, la primera correspondiente al concepto de desarrollo asintótico de R. Gérard e Y. Sibuya [1] y la segunda al de H. Majima [2]. También se mencionarán nuevas versiones del clásico lema de Watson en este contexto, y se estudiarán ciertas propiedades, denominadas de rigidez, para los operadores antes construidos.

Keywords: Clases ultraholomorfas, operadores de extensión, casi-analiticidad, rigidez

Mathematics Subject Classification 2000: 47A57, 46E15, 41A60, 41A63

Referencias

[1] R. Gérard, Y. Sibuya. *Étude de certains systèmes de Pfaff avec singularités.* Lecture Notes in Math., n. 172, pp. 131–288. Springer, Berlín, 1979.

[2] H. Majima. *Asymptotic Analysis for Integrable Connections with Irregular Singular Points.* Lecture Notes in Math., n. 1075. Springer, Berlín, 1984.

[3] V. Thilliez. Division by flat ultradifferentiable functions and sectorial extensions. *Result. Math.* **44**, 169–188, 2003.

[1]Departamento de Análisis Matemático y Didáctica de la Matemática
Universidad de Valladolid
Facultad de Ciencias, Paseo Prado de la Magdalena s/n, 47005 Valladolid
`alastra@am.uva.es, jsanzg@am.uva.es`

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Aplicaciones de la teoría de funciones casi periódicas a las funciones $1 + 2^z + \cdots + n^z$

Gaspar Mora Martínez[1], **Juan Matías Sepulcre Martínez**[2]

Denotaremos por $N_n(T)$ al número de ceros de $G_n(z) = 1 + 2^z + \cdots + n^z,\ n \geq 2$, en la región de la banda crítica donde están situados determinada por Im$z = 0$ y Im$z = T$, para algún $T > 0$. En primer lugar, usando las técnicas de las funciones casi periódicas de tipo exponencial, determinamos la densidad de los ceros de $G_n(z)$. Finalmente, probamos [4] que

$$N_n(T) = \left[\frac{T \ln n}{2\pi} + \Omega_n \right], \text{con } |\Omega_n| < 1$$

donde [ ] denota la parte entera.

Keywords: Ceros de funciones enteras, funciones casi periódicas

Mathematics Subject Classification 2000: 30Axx, 30D05

Referencias

[1] H. Bohr. *Almost Periodic Functions.* Chelsea Publ. Comp., New York, 1947.

[2] B. J. Levin. *Distribution of Zeros of Entire Functions.* Amer. Math. Soc., Providence, 1980.

[3] Mora, G. A note on the functional equation $F(z) + F(2z) + ... + F(nz) = 0$, *J. Math. Anal. Appl.* **Volume**(340), 466–475, 2008.

[4] Mora, G., Sepulcre, J.M. On the distribution of zeros of a sequence of entire functions approaching the Riemann zeta function, *J. Math. Anal. Appl.* **Volume**(350), 409–415, 2009.

[1]Departamento de Análisis Matemático
Universidad de Alicante
Ap. de Correos 99
03080 Alicante
gaspar.mora@ua.es

[2]Departamento de Análisis Matemático
Universidad de Alicante
Ap. de Correos 99
03080 Alicante
JM.Sepulcre@ua.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Estudio de la máxima dimensión abeliana en las álgebras de Lie resolubles de dimensión pequeña

Manuel Ceballos, Juan Núñez[1], Ángel F. Tenorio[2]

Este trabajo trata la noción de *máxima dimensión abeliana* de un álgebra de Lie, entendida como el máximo valor entre las dimensiones de todas sus subálgebras abelianas. Aunque este concepto se ha estudiado con anterioridad, solían considerarse solo ideales abelianos en vez de subálgebras abelianas. Nuestro primer objetivo es calcular la máxima dimensión abeliana de cada clase de isomorfía en las álgebras de Lie resolubles con dimensión menor que 7. Esto lo hacemos desarrollando un procedimiento algorítmico que calcula dicha dimensión empleando los siguientes dos pasos:

1. Obtener una subálgebra abeliana: su dimensión proporciona una cota inferior para la máxima dimensión abeliana.
2. Descartar las dimensiones superiores que no contengan subálgebras abelianas.

El segundo objetivo del trabajo es obtener una implementación de este algoritmo con el programa de computación simbólica Maple 9.5, pero generalizado a un álgebra de Lie de cualquier clase y dimensión.

Keywords: solvable Lie algebra, maximal abelian dimension.

Mathematics Subject Classification 2000: 17B30, 17B05

Referencias

[1] J.C. Benjumea, J. Núñez and A.F. Tenorio. The maximal abelian dimension of linear algebras formed by strictly upper triangular matrices. *Theor. Math. Phys.* **152**, 1225–1233, 2007.

[2] M. Ceballos, J. Núñez and A.F. Tenorio. The computation of abelian subalgebras in the Lie algebra of upper-triangular matrices. *An. St. Univ. Ovidius Constanta* **16**, 59–66, 2008.

[3] G.M. Mubarakzyanov. The classification of the real structure of five-dimensional Lie algebras. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Mat.* **34**, 99–106, 1963.

[4] P. Turkowski. Solvable Lie algebras of dimension six. *J. Math. Phys.* **31**, 1344–1350, 1990.

[1]Departmento de Geometría y Topología.
Universidad de Sevilla.
Facultad de Matemáticas. Universidad de Sevilla. Aptdo. 1160, 41080 Sevilla
mceballos@us.es, jnvaldes@us.es

[2]Departmento de Economía, Métodos Cuantitativos e Historia Económica.
Universidad Pablo de Olavide.
Carretera de Utrera, km. 1. 41013-Sevilla
aftenorio@upo.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

The average running time of an algorithm as a midpoint between fuzzy sets*

Pedro Tirado[1], **Oscar Valero**[2]

In 2003, J.J. Nieto and A. Torres introduced the notions of segment and midpoint between fuzzy sets with the aim of giving applications to medicine [Artif. Intell. Med. 27 (2003), 81-101]. Since then the interest in the study of such concepts have grown significantly because of their applicability to model real problems where the solution can be associated with a range of "middle ways" between two given positions. Recently, J. Casasnovas and F. Roselló have generalized the previous work of Nieto and Torres, giving an explicit description of segments and midpoints between fuzzy sets for, among others, the well-known weighted maximum distance [Fuzzy Sets and Systems 152 (2005), 139-158]. On the other hand, in 1999 S. Romaguera and M. Schellekens introduced the theory of dual complexity spaces as a part of the development of a topological foundation for the complexity analysis of programs and algorithms [Topology. Appl., 98 (1999), 311-322]. Later on, this complexity structure was extended by L.M. García-Raffi, S. Romaguera and E.A. Sánchez-Pérez in order to obtain a suitable framework for the complexity analysis of exponential time algorithms [Electronic Notes in Theoret. Comput. Sci. 74 (2003), 12 pages]. Inspired by the fact that in this theory the role of complexity measure is carried out by an asymmetric distance, we propose an asymmetric version of the weighted maximum distance to apply the midset theory to complexity analysis. So concise descriptions of segments and midsets between fuzzy sets for the mentioned asymmetric distance are provided. As an application of the obtained results, we prove formally that the average running time, for the Largetwo algorithm, is a midpoint between the running time of computing of the best case and the worst case by means of several connections between our new weighted maximum distance and the complexity measure introduced by García-Raffi, Romaguera and Sánchez-Pérez.

Keywords: Fuzzy set, asymmetric distance, weighted maximum distance, midpoint, complexity analysis, running time of computing,...

Mathematics Subject Classification 2000: 03E72, 68Q25

[1]Departmento de Matemática Aplicada, IUMPA-UPV
Universidad Politécnica de Valencia
Camino de Vera, s/n, 46071 Valencia, Spain
`pedtipe@mat.upv.es`

[2]Departamento de Ciencias Matemáticas e Informática
Universidad de las Islas Baleares
Universidad de las Islas Baleares, 07122 Baleares, Spain
`o.valero@uib.es`

*Supported by the Spanish Ministry of Education and Science and FEDER, under grant MTM2006-14925-C02-01.

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Uniformly separated sets in Riemann surfaces, Gromov hyperbolicity and the topology of balls

Jesús Gonzalo[1], **Ana Portilla**[2], **José Manuel Rodríguez**[3], **Eva Tourís**[4]

For each $k > 0$ we find an explicit function f_k such that the topology of S inside the ball $B_S(p, r)$ is “bounded"by $f_k(r)$ for every complete Riemannian surface (compact or noncompact) S with $K \geq -k^2$, every $p \in S$ and every $r > 0$. Using this result, we obtain a characterization (simple to check in practical cases) of the Gromov hyperbolicity of a Riemann surface S^* (with its own Poincaré metric) obtained by deleting from one original surface S any uniformly separated union of continua and isolated points (we obtaining global results on hyperbolicity from local information).

Keywords: Topology of balls, uniformly separated sets, Riemann surfaces, Gromov hyperbolicity.

Mathematics Subject Classification 2000: 30F45, 53C22, 53C23, 30C99.

[1]Departmento de Matemáticas
Universidad Autónoma de Madrid
28049, Madrid, España.
`jesus.gonzalo@uam.es`

[2]Department of Mathematics
St. Louis University,
Madrid Campus Avda. del Valle 34,
28003 Madrid, España.
`portillaa@madrid.slu.edu`

[3]Departmento de Matemáticas
Universidad Carlos III de Madrid
Avenida de la Universidad, 30
28911, Leganés, Madrid, España.
`jomaro@math.uc3m.es`

[4]Departmento de Matemáticas
Universidad Carlos III de Madrid
Avenida de la Universidad, 30
28911, Leganés, Madrid, España.
`etouris@math.uc3m.es`

Índice alfabético