



**Congreso de la
Real Sociedad
Matemática
Española - 2009**

**4 al 7
de febrero
Oviedo**

| Conferenciantes Plenarios | Comité Científico | Comité Organizador |
|---|---|---|
| Miguel Escobedo Martínez Marco Antonio López Cerdá Francisco Santos Leal Xavier Tolsa Domènech Premios JLRdF Santiago Morales Domingo (2006) Pablo Mira Carrillo (2007) | J. L. Vázquez Suárez (Presidente) Santos González Jiménez Wenceslao González Manteiga Daniel Hernandez Ruipérez Marc Noy Serrano Ana Vargas Rey | Consuelo Martínez López (Presidenta) Pedro Alonso Velázquez Carmen Corral Zapico Ignacio Fernández Rúa M ^a Concepción Masa Noceda Pablo Pérez Riera |



entidades colaboradoras

www.uniovi.es/rsme09/



Resúmenes del Congreso de la Real Sociedad Matemática Española

Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Sesión especial 1: Análisis Complejo y Teoría de Operadores

Índice

| | |
|--|----|
| Horario de la sesión | 1 |
| Remarks on the Bohr radius | 3 |
| Toeplitz operators on weighted spaces of analytic functions with logarithmic growth | 4 |
| Familias de Evolución y Teorías de Loewner y Schramm-Loewner | 5 |
| Productos de Blaschke e ideales “no ideales” en álgebras de Lipschitz | 6 |
| Invariant subspaces for translation, dilation and multiplication semigroups | 7 |
| Acerca de un teorema de Pommerenke sobre funciones univalentes en H^p | 8 |
| Sucesiones de interpolación para funciones analíticas del disco en el disco | 9 |
| Sobre funciones univalentes en diferentes espacios de funciones analíticas | 10 |
| Cómo localizar geodésicas para las métricas de Poincaré y quasihiperbólica en dominios de Denjoy | 11 |
| On zeros of almost periodic functions with bounded spectrum | 12 |
| Componentes conexas de conjuntos en H^∞ relacionados con funciones interiores | 13 |
| Productos de operadores de Toeplitz en espacios de Hardy con rango finito | 14 |

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Horario de la sesión

MIÉRCOLES 4

16:00 – 16:30

José Bonet: *Toeplitz operators on weighted spaces of analytic functions with logarithmic growth*

16:30 – 17:00

José Manuel Rodríguez: *Cómo localizar geodésicas para las métricas de Poincaré y quasihiperbólica en dominios de Denjoy*

17:00 – 17:30

Eva A. Gallardo Gutiérrez: *Invariant subspaces for translation, dilation and multiplication semigroups*

17:30 – 18:00

Daniel Suárez: *Componentes conexas de conjuntos en H^∞ relacionados con funciones interiores*

JUEVES 5

11:30 – 12:00

Konstantin Dyakonov: *Productos de Blaschke e ideales “no ideales” en álgebras de Lipschitz*

12:00 – 12:30

Dragan Vukotić: *Productos de operadores de Toeplitz en espacios de Hardy con rango finito*

12:30 – 13:00

Nacho Monreal Galán: *Sucesiones de interpolación para funciones analíticas del disco en el disco*

13:00 – 13:30

Manuel D. Contreras: *Familias de Evolución y Teorías de Loewner y Schramm-Loewner*

16:00 – 16:30

Oscar Blasco: *Remarks on the Bohr radius*

16:30 – 17:00

Juan Matías Sepulcre Martínez: *On zeros of almost periodic functions with bounded spectrum*

17:00 – 17:30

Cristóbal González, José Ángel Peláez: *Acerca de un teorema de Pommerenke sobre funciones univalentes en \mathbf{H}^p*

17:30 – 18:00

Fernando Pérez-González: *Sobre funciones univalentes en diferentes espacios de funciones analíticas*

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Remarks on the Bohr radius

Oscar Blasco Oscar Blasco

The following result was first proved by Bohr (1914):

$$|a_0| + \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \left(\frac{1}{3}\right)^n \leq \|f\|_{\infty}, \quad (1)$$

for any bounded analytic function $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ defined on the open unit disc. The value $1/3$ is sharp.

Much later Paulsen, Popescu and Singh (2002) showed the following:

$$|a_0| + \left(\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)^2 \leq 1, \quad (2)$$

for any bounded analytic function f with $\|f\|_{\infty} = 1$. The value $1/2$ is sharp.

We shall consider the following vector-valued analogue: Let $1 \leq p, q < \infty$, let X be a complex Banach space and let $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x_n z^n$ be an X -valued bounded analytic function with $\|f\|_{H^{\infty}(\mathbb{D}, X)} \leq 1$. We define

$$R_{p,q}(f, X) = \sup\{r \geq 0 : \|x_0\|^p + \left(\sum_{n=1}^{\infty} \|x_n\| r^n\right)^q \leq 1\}, \quad (3)$$

and

$$R_{p,q}(X) = \inf\{R_{p,q}(f, X) : \|f\|_{H^{\infty}(\mathbb{D}, X)} \leq 1\}. \quad (4)$$

We shall study the quantity $R_{p,q}(X)$ for several Banach spaces.

Keywords: Bohr radius, bounded analytic function, vector-valued analytic function

Mathematics Subject Classification 2000: 30B10, 46E40

Departamento de Análisis Matemático
Universidad de Valencia
(46100) Burjassot, España
oscar.blasco@uv.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Toeplitz operators on weighted spaces of analytic functions with logarithmic growth

José Bonet

Continuous and compact Toeplitz operators for positive symbols are characterized on the space $H_{\mathcal{V}}^{\infty}$ of analytic functions with logarithmic growth on the open unit disc of the complex plane. The characterizations are in terms of the behaviour of the Berezin transform of the symbol. The space $H_{\mathcal{V}}^{\infty}$ was introduced and studied by Taskinen in 2003. The Bergman projection is continuous on this space in a natural way, which permits to define Toeplitz operators. Sufficient conditions for general symbols are also presented.

Keywords: Toeplitz operator, analytic functions with logarithmic growth, weighted spaces

Mathematics Subject Classification 2000: 47B35, 46E15

Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada IUMPA
Universidad Politécnica de Valencia
E-46071 Valencia, España
jbonet@mat.upv.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Familias de Evolución y Teorías de Loewner y Schramm-Loewner

Manuel D. Contreras

En 1923, K. Loewner desarrolló una maquinaria para ver cada dominio simplemente conexo del plano complejo en una familia de dominios dotada con un cierto orden. La idea clave es ver tales dominios por medio de una familia de funciones univalentes en el disco unidad (conocida como cadena de Loewner) satisfaciendo una cierta ecuación diferencial. Entre otras aplicaciones esta teoría permitió probar la Conjetura de Bieberbach. Posteriormente, en 1999, O. Schramm introdujo una nueva ecuación diferencial que guarda grandes similitudes con la anterior. Esta nueva ecuación es conocida hoy en día como ecuación de Schramm-Loewner o ecuación cordal de Loewner. En el año 2000, Lawler, Schramm y Werner probaron la Conjetura de Mandelbroit usando precisamente una versión estocástica de la ecuación cordal de Loewner.

A pesar de las similitudes entre ellas no se ha realizado hasta ahora un estudio que englobe y analice simultáneamente ambas ecuaciones diferenciales. En esta conferencia introduciremos una nueva ecuación diferencial que engloba tanto la ecuación diferencial radial de Loewner como la ecuación cordal introducida por O. Schramm.

Resultado clave en nuestro estudio es que las familias de evolución en el disco unidad están en correspondencia uno a uno con las soluciones de este nuevo tipo de ecuación de Loewner. Esta equivalencia nos permite introducir una nueva noción de cadena de Loewner en el disco unidad que extiende a la clásica con un punto fijo en el disco unidad. Mostraremos distintas propiedades de estas cadenas y, en particular, las ecuaciones en derivadas parciales que satisfacen.

Keywords: Familias de Evolución, cadenas de Loewner, ecuación de Schramm-Loewner

Mathematics Subject Classification 2000: 30C80, 34M15, 30D05

Referencias

- [1] F. BRACCI, M.D. CONTRERAS, AND S. DÍAZ-MADRIGAL. Evolution Families and the Loewner Equation I: the unit disk. *Preprint*, 2008.
- [2] M.D. CONTRERAS, S. DÍAZ-MADRIGAL, AND P. GUMENYUK. Loewner Chains and Evolution Families. *Preprint*, 2008.

Departamento de Matemática Aplicada II
Escuela Técnica Superior de Ingenieros,
Universidad de Sevilla
41092 Sevilla, España
contreras@us.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Productos de Blaschke e ideales “no ideales” en álgebras de Lipschitz

Konstantin Dyakonov

Estudiamos unos ideales (generados por productos de Blaschke) del álgebra analítica de Lipschitz A^α , con $\alpha > 1$, que no son “espacios ideales”. En otras palabras, nuestros ideales carecen de descripción alguna en términos de tamaño de las funciones involucradas.

Keywords: productos de Blaschke, ideales, espacios de Lipschitz

Mathematics Subject Classification 2000: 30D45, 30D50, 30D55

ICREA & Universitat de Barcelona
Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi
Gran Via 585, E-08007 Barcelona, España
dyakonov@mat.ub.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Invariant subspaces for translation, dilation and multiplication semigroups

Eva A. Gallardo Gutiérrez

We study invariant subspaces in the context of the work of Katavolos and Power [2] and [3] when one of the semigroups considered is replaced by a discrete one. As a consequence, a rather striking connection is given with the study of the lattice of invariant subspaces of composition operators induced by automorphisms of the unit disc acting on the classical Hardy space. As a particular instance, our study concerns the lattice of invariant subspaces of those composition operators induced by hyperbolic automorphisms, and therefore with the *Invariant Subspace Problem*. (Joint work with Jonathan R. Partington [1]).

Keywords: Invariant subspace problem

Mathematics Subject Classification 2000: Primary 47B38, 47A15. Secondary 47A15

Referencias

- [1] E. A. GALLARDO-GUTIÉRREZ AND J. R. PARTINGTON, Invariant subspaces for translation, dilation and multiplication semigroups, *Journal d'Analyse Math.* (en prensa).
- [2] A. KATAVOLOS AND S. C. POWER, The Fourier binest algebra, *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 122 (1997), no. 3, 525–539.
- [3] A. KATAVOLOS AND S. C. POWER, Translation and dilation invariant subspaces of $L^2(\mathbb{R})$, *J. Reine Angew. Math.*, 552 (2002), 101–129.

Departamento de Matemáticas
Universidad de Zaragoza
Plaza San Francisco s/n,
50009, Zaragoza
eva@unizar.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Acerca de un teorema de Pommerenke sobre funciones univalentes en H^p

Cristóbal González¹, José Ángel Peláez²

En un artículo aparecido en 1962, Pommerenke dio la siguiente caracterización: para f univalente y $0 < p < 2$, $f \in H^p$ si y sólo si $\int_0^1 M_1^p(r, f') dr < \infty$. De hecho, probó esta caracterización para funciones multivalentes y observó que, en este caso, el resultado no es extensible a $p > 2$.

Otra caracterización de funciones univalentes en H^p , cualquiera que sea $p > 0$, viene dada por que $\int_0^1 M_\infty^p(r, f) dr < \infty$, o más recientemente (Baernstein, Girela, Peláez, 2004), por que $\int_0^1 (1-r)^{p-1} M_p^p(r, f') dr < \infty$.

Surge entonces la pregunta natural de si el resultado de Pommerenke, en el caso univalente, es cierto para todo $p > 0$. Nuestra charla versará sobre algunos resultados obtenidos al respecto. Veremos que para p grande no es cierto, mientras que para p ligeramente mayor que 2 sí es cierto.

Keywords: Función univalente, espacios de Hardy

Mathematics Subject Classification 2000: 30C35, 30D55

¹Departamento de Análisis Matemático
Universidad de Málaga
29071 Málaga
cmge@uma.es

²Departamento de Matemática Aplicada
Universidad de Córdoba
Campus de Rabanales, Edificio Einstein, 14014 Córdoba
ma1pemaj@uco.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Sucesiones de interpolación para funciones analíticas del disco en el disco

Nacho Monreal Galán

El Lema de Schwarz nos conduce a considerar un cierto problema de interpolación para las funciones analíticas que llevan el disco en sí mismo. En la charla daremos una caracterización geométrica de estas sucesiones de interpolación.

Trabajo conjunto con Artur Nicolau y Pere Menal Ferrer, de la Universitat Autònoma de Barcelona.

Keywords: Interpolación, Funciones acotadas, Lema de Schwarz-Pick

Mathematics Subject Classification 2000: 30D35, 30D50

Departament de Matemàtiques
Universitat Autònoma de Barcelona
08193 Bellaterra (Barcelona)
nachomg@mat.uab.cat

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Sobre funciones univalentes en diferentes espacios de funciones analíticas

Fernando Pérez-González

En la charla demostraremos que las funciones univalentes en diferentes espacios de funciones analíticas en el disco unidad se pueden caracterizar por condiciones integrales que contienen al módulo máximo. Para adecuadas elecciones de los parámetros, las condiciones encontradas se reducen a conocidas caracterizaciones de las funciones univalentes en los espacios de Hardy y en los espacios de Bergman con peso. También damos nuevas caracterizaciones de estas funciones en espacios conformemente invariantes como los espacios de Bloch, Q_p o de BMOA.

(Trabajo en colaboración con Jouni Rättyä)

Keywords: Funciones univalentes, Espacios de Bergman, Funciones de Bloch

Mathematics Subject Classification 2000: 30C45, 30D45, 30D55

Departamento de Análisis Matemático
Universidad de La Laguna
38271, La Laguna, Tenerife
fpergon@ull.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Cómo localizar geodésicas para las métricas de Poincaré y quasihiperbólica en dominios de Denjoy

José Manuel Rodríguez

Calcular explícitamente las geodésicas en una superficie es una tarea extraordinariamente complicada (salvo en unos cuantos casos especialmente sencillos), debido a que es necesario resolver un sistema de dos ecuaciones diferenciales de segundo orden altamente no lineal. La situación es especialmente complicada para las métricas de Poincaré (debido a que no conocemos la expresión explícita de la densidad de la métrica, y por tanto, ni siquiera es posible escribir explícitamente el sistema de ecuaciones) y quasihiperbólica (para la que tampoco es posible escribir el sistema, ya que involucra derivadas de una función que en muchos puntos no es diferenciable). No obstante, conocer dichas geodésicas es muy útil para resolver diversos problemas relacionados con dichas métricas, como el estudio de la hiperbolicidad de Gromov o la desigualdad isoperimétrica. En este trabajo se consigue resolver de forma aproximada dicho problema para una clase de superficies muy general: los dominios de Denjoy. Este resultado es directamente aplicable al estudio de los dos problemas anteriormente mencionados.

Estos resultados se extraen de unos trabajos conjuntos con Peter Hasto, Ana Portilla, Eva Tourís y José María Sigarreta.

Keywords: Geodésicas, métrica de Poincaré, métrica quasihiperbólica, hiperbolicidad de Gromov, dominio de Denjoy

Mathematics Subject Classification 2000: 30F45, 53C22

Departamento de Matemáticas
Universidad Carlos III
28911 Leganés, Madrid
jomaro@math.uc3m.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

On zeros of almost periodic functions with bounded spectrum

Juan Matías Sepulcre Martínez

We consider that an analytic function $f(z)$ in a strip $\alpha \leq y \leq \beta$ ($y = \text{Im}z$) is said to be almost periodic function in this strip if for any ϵ there exists a length $l = l(\epsilon)$ such that every real interval $a < t < a + l$ contains at least one translation number $\tau = \tau(\epsilon)$ associated with ϵ , i.e., a number τ satisfying the inequality

$$|f(z + \tau) - f(z)| < \epsilon \text{ for } \alpha \leq y \leq \beta.$$

In this paper we study the distribution of zeros of almost periodic functions of exponential type with spectrum such that the lower and upper bounds enter into it. In fact, we establish a result about the existence of an infinite set of rectangles, in the strip parallel to the real axis where zeros are situated, for which we have found an exact formula to determine the number of zeros inside each rectangle.

Keywords: Almost Periodic Functions, Exponential Polynomials, Complex Variable

Mathematics Subject Classification 2000: 30C15, 30D15, 30D20

Referencias

- [1] BOAS, R.P.. *Entire Functions*. Academic Press, New York, 1954.
- [2] BOHR, H.. *Almost periodic functions*. Chelsea Publishing Company, New York, 1947.
- [3] CORDUNEANU, C.. *Almost periodic functions*. Interscience Publishers, New York, 1961.
- [4] LEVIN, B. YA.. *Distribution of zeros of entire functions*. American Mathematical Society, Vol.5, First edition, Providence, 1972.
- [5] MORA, G.. A note on the functional equation $F(z) + F(2z) + \dots + F(nz) = 0$. *J. Math. Anal. Appl.* **volumen**(340), 466–475, 2008.
- [6] MORA, G. AND SEPULCRE, J.M.. On the distribution of zeros of a sequence of entire functions approaching the Riemann zeta function. *J. Math. Anal. Appl.* **volumen**(360), 466–475, 2009, doi: 10.1016/j.jmaa.2008.09.068.

Departamento de Análisis Matemático
Universidad de Alicante
Ap. de Correos, 99
03080, Alicante
JM.Sepulcre@ua.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Componentes conexas de conjuntos en H^∞ relacionados con funciones interiores

Daniel Suárez

Sea H^∞ el álgebra de funciones analíticas acotadas en el disco abierto y $(H^\infty)^{-1}$ el grupo de funciones invertibles. Un producto de Blaschke se dice CN (o de Carleson-Newman) si es un producto finito de productos de Blaschke finitos y de interpolación. En esta charla se discutirá un trabajo conjunto con Artur Nicolau, donde estudiamos las componentes conexas de los conjuntos abiertos:

$$A = \{fu : f \in (H^\infty)^{-1}, u \text{ interior}\} \quad \text{y} \quad B = \{fb : f \in (H^\infty)^{-1}, b \text{ es CN}\}.$$

Nuestra motivación principal es entender mejor un problema muy conocido de Garnett y Jones, donde se pregunta si es cierto que toda función interior se puede aproximar por un producto de Blaschke de interpolación.

Keywords: Producto de Blaschke, función interior, aproximación por productos de Blaschke de interpolación

Mathematics Subject Classification 2000: 30H05, 46J15

Departamento de Matemáticas
Universidad Autónoma de Barcelona
08183 Bellaterra, Barcelona
dsuarez@mat.uab.cat

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Productos de operadores de Toeplitz en espacios de Hardy con rango finito

Dragan Vukotić

En esta conferencia daremos algunas ideas de la reciente solución, obtenida conjuntamente con Alexandru Aleman (Lund), de un problema cuyos orígenes se remontan a un trabajo de Brown y Halmos de los años 60. Demostraremos que el producto de una colección finita de operadores de Toeplitz en el espacio de Hardy es nulo si y sólo si uno de los operadores es nulo. Enunciaremos una versión del resultado para $(H^p)^m$, $1 \leq p < \infty$ y que utiliza técnicas vectoriales. Resulta que esas técnicas son fundamentales incluso en el caso escalar (para el espacio H^p). Un corolario inmediato es que el producto de n operadores de Toeplitz sólo puede tener rango finito si uno de los operadores es el operador cero.

Keywords: Operador de Toeplitz, espacios de Hardy, operador de rango finito

Mathematics Subject Classification 2000: 47B35, 30D55

Departamento de Matemáticas e ICMAT
Universidad Autónoma de Madrid
28049 Madrid, España
dragan.vukotic@uam.es

Índice alfabético

Blasco, Oscar, 3

Bonet, José, 4

Contreras, Manuel D., 5

Dyakonov, Konstantin, 6

Gallardo Gutiérrez, Eva A., 7

González, Cristóbal, 8

Monreal Galán, Nacho, 9

Pérez-González, Fernando, 10

Peláez, José Ángel, 8

Rodríguez, José Manuel, 11

Sepulcre Martínez, Juan Matías, 12

Suárez, Daniel, 13

Vukotić, Dragan, 14