



| Conferenciantes Plenarios       | Comité Científico                        | Comité Organizador                    |
|---------------------------------|--|---------------------------------------|
| Miguel Escobedo Martínez        | <b>J. L. Vázquez Suárez (Presidente)</b> | Consuelo Martínez López (Presidenta)  |
| Marco Antonio López Cerdá       | Santos González Jiménez                  | Pedro Alonso Velázquez                |
| Francisco Santos Leal           | Wenceslao González Manteiga              | Carmen Corral Zapico                  |
| Xavier Tolsa Domènech           | Daniel Hernandez Ruipérez                | Ignacio Fernández Rúa                 |
| Premios JLRdF                   | Marc Noy Serrano                         | M <sup>a</sup> Concepción Masa Noceda |
| Santiago Morales Domingo (2006) | Ana Vargas Rey                           | Pablo Pérez Riera                     |
| Pablo Mira Carrillo (2007)      |  |                                       |



entidades colaboradoras

[www.uniovi.es/rsme09/](http://www.uniovi.es/rsme09/)



# Resúmenes del Congreso de la Real Sociedad Matemática Española

Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

## Sesión especial 2: Las Matemáticas y la Astronomía

### Índice

|  |    |
|--|----|
| Horario de la sesión   | 1  |
| Sistemas de anillos alrededor de un cuerpo central   | 3  |
| Detección y estimación del módulo de un vector. Aplicación a los datos de polarización del fondo cósmico de microondas | 4  |
| Criterios geométricos de estabilidad para hamiltonianos resonantes   | 5  |
| Estructuras en el universo: fractales, multifractales y funcionales de Minkowski                                       | 6  |
| Bases polares de Chebyshev-Fourier para el análisis de imágenes astronómicas   | 7  |
| Técnicas de detección de fuentes extragalácticas en mapas de la Radiación de Fondo Cósmico de Microondas               | 8  |
| Herramientas estadísticas para el estudio de las anisotropías de la radiación del fondo cósmico de microondas          | 9  |
| Filtering a Sparsely Sampled Signal  | 10 |
| Relatividad matemática y sistemas de posicionamiento con satélites   | 11 |
| Índice de autores  | 12 |

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

## Horario de la sesión

### MIÉRCOLES 4

**16:00 – 17:00**

Antonio Elipe, Mercedes Arribas, Manuel Palacios: *Sistemas de anillos alrededor de un cuerpo central*

**17:00 – 17:30**

Francisco Argüeso, Jose Luis Sanz, Diego Herranz, Marcos López-Caniego, Joaquín González-Nuevo: *Detección y estimación del módulo de un vector. Aplicación a los datos de polarización del fondo cósmico de microondas*

**17:30 – 18:00**

Víctor Lanchares, Ana Isabel Pascual, Antonio Elipe: *Criterios geométricos de estabilidad para hamiltonianos resonantes*

### JUEVES 5

**11:30 – 12:30**

Vicent J. Martínez: *Estructuras en el universo: fractales, multifractales y funcionales de Minkowski*

**12:30 – 13:00**

Y. Jiménez-Teja, N. Benítez: *Bases polares de Chebyshev-Fourier para el análisis de imágenes astronómicas*

**13:00 – 13:30**

D. Herranz: *Técnicas de detección de fuentes extragalácticas en mapas de la Radiación de Fondo Cósmico de Microondas*

**16:00 – 16:45**

R.B. Barreiro: *Herramientas estadísticas para el estudio de las anisotropías de la radiación del fondo cósmico de microondas*

**16:45 – 17:30**

Fernando Atrio-Barandela: *Filtering a Sparsely Sampled Signal*

**17:30 – 18:00**

J.-F. Pascual-Sánchez: *Relatividad matemática y sistemas de posicionamiento con satélites*

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

## Sistemas de anillos alrededor de un cuerpo central

Antonio Elipe, Mercedes Arribas, Manuel Palacios

The so called *ring problem* is a classical problem in Celestial Mechanics. Indeed, it was introduced by Maxwell in his famous work on the stability of Saturn's rings that was awarded the prestigious Adam's price for the year 1856. Since then, many other scientists were interested on this problem, for instance, let us mention Tisserand, Pense, and Wintner. Essentially, the problem consists of  $n$  bodies of equal masses  $m$  located at the vertices of a regular  $n$ -gon that is rotating on its own plane about its center of mass with a constant angular velocity; another body of mass  $m_0 = \beta m$  (with  $\beta \geq 0$  a parameter) is placed at the center of the  $n$ -gon.

More recently, the problem has been revisited and extended in several aspects, like the computing of periodic orbits of an infinitesimal mass attracted by the ring under Newtonian forces, or considering more general forces, because of the possibility of considering this kind of configuration to model some dynamical systems like planetary rings, planets around a star, certain stellar formations, planetary nebula, motion of an artificial satellite about a ring to mention a few.

We prove that for generalized forces which are function of the mutual distance, the ring configuration is a central configuration. Besides, we show that it is a homographic solution. We apply the above results to quasi-homogeneous potentials.

More specifically, we shall assume that the central body is an spheroid (oblate or prolate) or that is a radiation source. For this problem, we will analyze the stability of the configuration and give some bounds for the two involved parameters to have linear stability.

**Keywords:** N-body problem, central configurations, homographic solutions, stability

**Mathematics Subject Classification 2000:** 70F10, 70F15, 70H14

Departamento de Matemática Aplicada - IUMA  
Universidad de Zaragoza  
C/ Pedro Cerbuna 12, 50009 Zaragoza  
elipe@unizar.es, marribas@unizar.es, mpala@unizar.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

## Detección y estimación del módulo de un vector. Aplicación a los datos de polarización del fondo cósmico de microondas

Francisco Argüeso<sup>1</sup>, Jose Luis Sanz<sup>2</sup>, Diego Herranz<sup>2</sup>, Marcos  
López-Caniego<sup>3</sup>, Joaquín González-Nuevo<sup>4</sup>

Dado un conjunto de imágenes, cuyos valores en los píxeles pueden considerarse como componentes de un vector, es muy interesante estimar el módulo de dicho vector en algunas áreas localizadas, correspondientes a una señal compacta. Por ejemplo, la detección y estimación de la señal polarizada de fuentes compactas es muy relevante en Astrofísica. En este trabajo, desarrollamos y comparamos dos técnicas, una basada en el lema de Neyman-Pearson, filtro de Neyman-Pearson (FNP) y otra basada en la combinación de filtrado y fusión de imágenes, fusión filtrada (FF), para tratar el problema de la detección de una fuente y la estimación de su polarización dadas dos o tres imágenes ( dos para la polarización lineal, tres para la polarización circular). Para el caso de la polarización lineal, hemos llevado a cabo simulaciones que incluyen fuentes extragalácticas, el fondo cósmico de microondas y ruido no estacionario con las condiciones de los datos que observará el satélite Planck de la ESA, que será lanzado en el año 2009. Nuestra principal conclusión es que el FF funciona mejor que el FNP a la hora de detectar y estimar el flujo de las fuentes extragalácticas en el fondo cósmico de microondas, permitiéndonos detectar fuentes y estimar sus flujos de polarización con pequeños errores en rangos típicos de flujo.

**Keywords:** detección-estimación, polarización, fondo cósmico de microondas

**Mathematics Subject Classification 2000:** 85A40, 62P35

<sup>1</sup>Departamento de Matemáticas  
Universidad de Oviedo  
Calvo Sotelo s/n , 33007, Oviedo  
argueso@uniovi.es

<sup>2</sup>Instituto de Física de Cantabria, CSIC-UC  
Avda. de los Castros s/n , 39005, Santander

<sup>3</sup>Astrophysics Group, Cavendish Laboratory  
J. J. Thomson Avenue, Cambridge, Reino Unido

<sup>4</sup>SISSA-I.S.A.S  
Via Beirut 4, Trieste, Italia

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

## Criterios geométricos de estabilidad para hamiltonianos resonantes

Víctor Lanchares, Ana Isabel Pascual, Antonio Elipe

The question of stability for critical points of dynamical systems plays an important role in their qualitative analysis. In the case of Hamiltonian systems, the stability depends on the properties of the function  $H$  defining the system. Indeed, a critical point is stable if all the characteristic exponents of the linear approximation have zero real part. This is a critical case in the terminology of Lyapunov, and the effect of the nonlinear terms must be taken into account in order to decide the stability.

Most of the known results for the critical cases in two degrees of freedom autonomous Hamiltonian systems are based on KAM theory. A general result is known when the characteristic exponents are independent over the rationals. However, when resonances take place, particular criteria are derived for each case. Nevertheless, a geometric approach allows us to handle all resonances at once and to establish a unique geometric stability criterion, if no strong degenerations appear.

We link this problem with the classical question of stability of Lagrangian equilibrium points in the restricted three body problem.

**Keywords:** Stability of Hamiltonian systems, resonances

**Mathematics Subject Classification 2000:** 70H14,70F15

Departamento de Matemáticas y Computación  
Universidad de La Rioja  
C/ Luis de Ulloa s/n, 26004 Logroño  
vlancha@unirioja.es, aipasc@unirioja.es, elipe@unizar.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

## Estructuras en el universo: fractales, multifractales y funcionales de Minkowski

Vicent J. Martínez

La distribución de galaxias a gran escala es, junto con la radiación cósmica de fondo, el fósil cosmológico que más información nos proporciona sobre el origen y la evolución del universo. Desde el punto de vista matemático, esta distribución puede considerarse como la realización de un proceso puntual en tres dimensiones. Los descriptores que habitualmente se utilizan en la estadística espacial de los procesos puntuales pueden utilizarse para describir la distribución de galaxias a gran escala. Así, por ejemplo, la función de correlación a dos puntos (o su transformada de Fourier, el espectro de potencias) han sido utilizados desde hace décadas para describir las propiedades del agrupamiento de las galaxias.

En un rango significativo de escalas, esta distribución puntual puede ser descrita por un multifractal. Su dimensión de correlación,  $D_2$ , se obtiene como el exponente de una ley de potencias que ajusta la integral de la función de correlación a dos puntos  $\int_0^r (1 + \xi(s)) 4\pi s^2 ds \propto r^{D_2}$ . Las medidas multifractales y, en particular, las dimensiones de Rényi,  $D_q$ , permiten una descripción más detallada de la distribución de galaxias observada, proporcionando restricciones que deben verificar los modelos numéricos de formación de estructuras cosmológicas.

La textura cósmica a gran escala presenta elementos característicos como grandes cúmulos, filamentos, gigantescos supercúmulos que, con formas relativamente aplanadas rodean grandes vacíos. La caracterización morfológica de estas estructuras puede realizarse utilizando los funcionales de Minkowski. Una vez el proceso puntual es suavizado para obtener un campo continuo (ya sea haciendo uso de núcleos gaussianos, compactos o basados en wavelets), los isocontornos de densidad pueden ser caracterizados por los cuatro funcionales de Minkowski que son, respectivamente, proporcionales al volumen encerrado, al área de la superficie, a su curvatura y a su característica de Euler. Mostraremos ejemplos de la aplicación de estos funcionales a la detección de estructuras cósmicas.

**Keywords:** cosmología, estructura cósmica, fractales, multifractales, procesos puntuales, funcionales de Minkowski, . . .

**Mathematics Subject Classification 2000:** 85A40, 28A80, 60G55

<sup>1</sup>Observatori Astronòmic - Universitat de València,  
Edificio de Institutos de Investigación  
Polígono La Coma s/n, 46980 Paterna  
Valencia - Spain  
martinez@uv.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

## Bases polares de Chebyshev-Fourier para el análisis de imágenes astronómicas

Y. Jiménez-Teja<sup>1</sup>, N. Benítez<sup>2</sup>

El modelado de los perfiles de las galaxias es un desafío técnico considerable. Hasta la fecha no se ha logrado desarrollar una herramienta matemática que sea capaz de describir, de forma razonablemente compacta, la gran riqueza de detalle morfológico que se encuentra en el centro de las galaxias (brazos espirales, zonas de formación estelar) y al mismo tiempo ajustar la caída exponencial de los perfiles de luminosidad a grandes distancias.

El objeto de este trabajo es intentar presentar una solución a este problema, introduciendo un nuevo método basado en una base ortonormal del espacio de Hilbert  $\mathcal{L}^2([0, +\infty) \times [-\pi, \pi], \langle \cdot, \cdot \rangle)$ , con el producto escalar habitual de las funciones complejas ponderado con una determinada función de peso. Dicha base se construye de forma separable en coordenadas polares, expandiendo la componente radial por medio de funciones racionales de Chebyshev (polinomios de Chebyshev trasladados al intervalo  $[0, +\infty)$  por medio de una función racional) y desarrollando la coordenada angular usando series de Fourier, debido a su carácter  $2\pi$ -periódico. De esta forma, las bases polares de Chebyshev-Fourier quedan descritas por la siguiente expresión:

$$\{\phi_{n_1, n_2}(r, \theta; L)\}_{n_1, n_2} = \left\{ \frac{C}{\pi} T_{n_1} \left( \frac{r-L}{r+L} \right) e^{in_2\theta} \right\}_{n_1, n_2}, \quad \text{con } C = \begin{cases} 1, & \text{if } n_1 = 0 \\ 2, & \text{if } n_1 > 0 \end{cases}.$$

donde  $T_{n_1}$  denota el polinomio de Chebyshev de orden  $n_1$  y  $L$  es un parámetro de escala. Mostraremos cómo estas bases de funciones son capaces de modelar galaxias de forma compacta, incluyendo simultáneamente tanto la subestructura presente en la zona central como el disco extendido. Asimismo, también se presentarán distintas aplicaciones concretas de estas bases al campo de la astrofísica, como es el caso de la deconvolución de la PSF, desarrollo de expresiones cerradas para el cálculo de parámetros fotométricos (flujo), astrométricos (centroide), de tamaño (radio rms) y de forma (momentos cuadrupolares y elipticidad), y medidas morfológicas para su posterior aplicación al efecto lente gravitacional.

**Keywords:** Análisis de imágenes, polinomios de Chebyshev, series de Fourier

**Mathematics Subject Classification 2000:** 85A40, 42C05, 42A16

<sup>1</sup>Instituto de Astrofísica de Andalucía (IAA-CSIC)

Camino Bajo de Huétor, 50 - 18008 Granada  
yojite@iaa.es

<sup>2</sup>Instituto de Matemáticas y Física Fundamental (IMAFF)

C/Serrano, 113 bis, 28006 - Madrid  
benitez@iaa.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

## Técnicas de detección de fuentes extragalácticas en mapas de la Radiación de Fondo Cósmico de Microondas

**D. Herranz**

El Fondo Cósmico de Microondas (FCM) es el residuo en forma de radiación electromagnética de los primeros instantes del Universo primitivo, aproximadamente unos 400000 años después del *Big Bang*. El análisis estadístico de las anisotropías del FCM ofrece una ventana privilegiada para observar de forma directa las condiciones del Universo primitivo, dándonos numerosos datos acerca del origen, evolución y composición del Universo. La radiación del FCM es extremadamente débil y difícil de detectar. Peor aún, existen numerosas fuentes de contaminación que emiten radiación en las mismas longitudes de onda que la del FCM y que se superponen a ésta. Muchas de estas fuentes de contaminación tienen un origen astrofísico, ya sea galáctico o extragaláctico. El estudio de estos “contaminantes” es interesante en sí mismo dado que permite obtener información sobre la física de un amplio abanico de objetos.

Se trata de un clásico ejemplo de problema inverso en astronomía. La separación de componentes (SC) astrofísicas es el campo en el que convergen la astronomía, el procesamiento estadístico de señales y el tratamiento de imágenes. En esta comunicación nos centraremos en el caso concreto de la detección de fuentes puntuales extragalácticas (FPE) en imágenes del FCM. Las FPE constituyen un caso aparte dentro de la SC astrofísicas debido a que no es posible definir una ley espectral común que abarque todos los tipos de objetos que constituyen esta población. Debido a esto la mayor parte de las técnicas estándar de SC (e.g. análisis de componentes independientes, métodos de máxima entropía, etc) son incapaces de separar correctamente este tipo de objetos. El problema se asemeja más a uno de detección/estimación de señales de soporte espacial compacto inmersas en ruido correlacionado. En este contexto, las técnicas que más éxito han demostrado implican el uso de filtros adaptados lineales o no lineales, técnicas de multi-resolución con ondículas (“*wavelets*”) y tests de tipo Neyman-Pearson o *likelihood ratio*. A lo largo de esta comunicación haremos un resumen de los fundamentos estadísticos de este tipo de técnicas y de sus más recientes aplicaciones al FCM.

**Keywords:** Cosmología: fondo cósmico de microondas, métodos: estadística, métodos: filtros lineales

**Mathematics Subject Classification 2000:** 85A35, 60G35, 93E11

<sup>1</sup>Instituto de Física de Cantabria  
UC - CSIC  
Av. los Castros s/n, 39005 Santander (España)  
herranz@ifca.unican.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

## Herramientas estadísticas para el estudio de las anisotropías de la radiación del fondo cósmico de microondas

R.B. Barreiro

El Fondo Cósmico de Microondas (FCM) es la radiación electromagnética más antigua que existe en el cosmos y se originó cuando el universo tenía sólo unos 400000 años de edad. Dicha radiación guarda información no sólo de los eventos ocurridos desde entonces, si no que su distribución angular está íntimamente relacionada con las condiciones del universo primitivo, y se ha convertido en una herramienta muy valiosa para avanzar en nuestro conocimiento sobre el origen, composición y evolución del universo.

Uno de los temas claves en el estudio del FCM es conocer si el campo de las fluctuaciones de temperatura es gaussiano e isótropo. El modelo inflacionario estándar predice que dichas fluctuaciones siguen una distribución gaussiana e isótropa sobre la esfera celeste, mientras que esto no se cumple para otros modelos alternativos (como defectos topológicos, modelos inflacionarios con varios campos, modelos anisótropos...). Por lo tanto, la detección en el FCM de una desviación intrínseca de un campo gaussiano e isótropo podría ser indicativa de la presencia de nueva física o incluso descartar el modelo inflacionario estándar que se favorece en la actualidad. Sin embargo este tipo de análisis no está exento de complicaciones: por una parte, la posible señal no gaussiana puede ser muy débil y, por otra, una serie de señales espúreas presentes en las observaciones del FCM (como emisiones contaminantes o sistemática del instrumento) pueden introducir rasgos no gaussianos que, de no ser identificados correctamente, podrían llevar a conclusiones erróneas. Además el tema es de gran actualidad ya que en los últimos años se han encontrado desviaciones significativas de gaussianidad e isotropía en los datos del FCM, cuyo origen es incierto.

Por todas estas razones, es crucial contar con técnicas estadísticas sofisticadas, que estudien diversas propiedades de la señal cosmológica. En esta charla se presentarán algunas de las herramientas estadísticas que se han aplicado al estudio de la gaussianidad e isotropía del FCM tales como técnicas basadas en *wavelets*, propiedades de escalares construidos sobre la esfera o *smooth tests of goodness of fit*.

**Keywords:** Cosmología: fondo cósmico de microondas, métodos: estadística, tests de gaussianidad

**Mathematics Subject Classification 2000:** 85A40, 62-07

<sup>1</sup>Instituto de Física de Cantabria  
CSIC - Universidad de Cantabria  
Avda. de los Castros s/n, 39005 Santander  
barreiro@ifca.unican.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

## Filtering a Sparsely Sampled Signal

**Fernando Atrio-Barandela**

Maps of Cosmic Microwave Background (CMB) temperature anisotropies provide a wealth of information about the early stages in the evolution of the Universe. Hot gas in clusters of galaxies generates secondary anisotropies of much smaller amplitude than the intrinsic contribution and the instrumental noise. Further, clusters are randomly distributed and cover small fraction ( $\sim 1\%$ ) of the sky. Based on the angular correlation function of the CMB intrinsic signal, we show how filters can be constructed that effectively remove this contribution while preserving the information of the cluster contribution. Filtering the sparsely sampled cluster signal preserves its monopole and dipole contributions while they are removed over the whole sky, facilitating their detection. As an example, we present the application of this technique to the detection of bulk flow motions in the local Universe.

**Keywords:** Wiener Filtering, Estimation and Detection, Signal Detection, Stochastic Processes

**Mathematics Subject Classification 2000:** 60G35,93E10,93E11

<sup>1</sup>Departamento Física Fundamental.  
Universidad de Salamanca.  
Plaza de la Merced s/n. 37008 Salamanca.  
[atrio@usal.es](mailto:atrio@usal.es)

## Relatividad matemática y sistemas de posicionamiento con satélites

**J.-F. Pascual-Sánchez**

El número de sistemas de referencia 4-dimensionales posibles es mayor en un espaciotiempo Lorentziano relativista que en un espaciotiempo Newtoniano clásico. En un espaciotiempo Newtoniano, en el que la velocidad de la luz es infinita, existen 4 y sólo 4, clases causales de sistemas de referencia 4-dimensionales. Por ejemplo, dos de ellos son usados en el sistema de posicionamiento GPS, en el que se utiliza la teoría newtoniana más correcciones relativistas de primer orden: 1.- el sistema coordenado ECI espacial, sistema inercial centrado en la Tierra, más un tiempo inercial, pertenece a una clase causal; 2.- el sistema ECEF espacial, sistema centrado en la Tierra que gira con ella, más el tiempo GPS, pertenece a otra clase causal Newtoniana. Una clase causal se define mediante catorce objetos geométricos, cuatro vectores del espacio tangente a la variedad espaciotiempo, seis hiperplanos a los que éstos dan lugar y cuatro covectores del espacio cotangente.

Sin embargo, en un espaciotiempo Lorentziano, debido al grado de libertad extra que proporciona la velocidad finita de propagación de la luz, existen 199 y sólo 199, clases causales de sistemas de referencia. De éstas 199, sólo una, que no existe en el espaciotiempo Newtoniano, está privilegiada para construir un sistema de posicionamiento mediante una constelación de satélites.

En este sistema de posicionamiento, mediante cuatro tiempos de emisión de la radioseñal por cuatro satélites, cualquier receptor que les reciba puede obtener su posición espaciotemporal de forma exacta y no aproximada como en el actual GPS. Este sistema es genérico (ya que es válido para cualquier tipo de espaciotiempo), está libre de gravedad (en el sentido de que el conocimiento previo del campo gravitatorio real no es necesario) y es inmediato, es decir, no retardado.

**Keywords:** GPS, espaciotiempo Lorentziano, sistemas de referencia, clase causal.

**Mathematics Subject Classification 2000:** 83B05, 83C99

<sup>1</sup>Departamento de Matemática Aplicada  
Universidad de Valladolid  
Facultad de Ciencias, 47005, Valladolid  
jfpascua@maf.uva.es

## Índice alfabético

Argüeso, Francisco, 4  
Arribas, Mercedes, 3  
Atrio-Barandela, Fernando, 10

Barreiro, R.B., 9  
Benítez, N., 7

Elipe, Antonio, 3, 5

González-Nuevo, Joaquín, 4

Herranz, Diego, 4, 8

Jiménez-Teja, Y., 7

Lanchares, Víctor, 5  
López-Caniego, Marcos, 4

Martínez, Vicent J., 6

Palacios, Manuel, 3  
Pascual, Ana Isabel, 5  
Pascual-Sánchez, J. F., 11

Sanz, Jose Luis, 4