



Conferenciantes Plenarios	Comité Científico	Comité Organizador
Miguel Escobedo Martínez	J. L. Vázquez Suárez (Presidente)	Consuelo Martínez López (Presidenta)
Marco Antonio López Cerdá	Santos González Jiménez	Pedro Alonso Velázquez
Francisco Santos Leal	Wenceslao González Manteiga	Carmen Corral Zapico
Xavier Tolsa Domènech	Daniel Hernandez Ruipérez	Ignacio Fernández Rúa
Premios JLRdF	Marc Noy Serrano	M ^a Concepción Masa Noceda
Santiago Morales Domingo (2006)	Ana Vargas Rey	Pablo Pérez Riera
Pablo Mira Carrillo (2007)		



www.uniovi.es/rsme09/

entidades colaboradoras



Resúmenes del Congreso de la Real Sociedad Matemática Española

Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Sesión especial 5: Herramientas algorítmicas y combinatorias en Geometría Algebraica y aplicaciones

Índice

Horario de la sesión	1
Hipercírculos y Ultracuádricas	3
Cálculo de Fibras de Aplicaciones Racionales y Aplicaciones	4
Análisis algorítmico de propiedades algebraico-geométricas en construcciones geométricas	5
Herramientas simbólico-numéricas para la resolución de problemas de Diseño Geométrico Asistido por Ordenador	6
Politopos reticulares	7
Geometría tropical	8
Complejidad combinatoria de politopos y conjuntos de puntos	9
Multi-pseudotriangulations	10
Estudio algorítmico de las propiedades topológicas de familias de curvas	11
Algoritmos para la parametrización aproximada	12
Algoritmos para la intersección de superficies y otros problemas de CAGD	13
Demostración Automática en Geometría	14
Índice de autores	15

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Horario de la sesión

JUEVES 5

Algunas herramientas algorítmicas en Geometría Algebraica

11:30 – 12:00

Rafael Sendra: *Análisis algorítmico de propiedades algebraico-geométricas en construcciones geométricas*

12:00 – 12:30

Sonia Rueda: *Algoritmos para la parametrización aproximada*

12:30 – 13:00

Gema Díaz Toca: *Herramientas mixtas simbólico-numéricas para la resolución de problemas en CAGD*

13:00 – 13:30

Mario Fioravanti: *Algoritmos para la intersección de superficies y otros problemas de CAGD*

Aspectos de Combinatoria y Geometría Algebraica

16:00 – 16:30

Francisco Santos: *Politopos reticulares*

16:30 – 17:00

Luis Felipe Tabera: *Geometría Tropical*

17:00 – 17:30

Pedro Ramos: *Complejidad combinatoria de politopos y conjuntos de puntos*

17:30 – 18:00

Michel Pocchiola: *Multi pseudo-triangulations*

VIERNES 6

Algunas aplicaciones

11:30 – 12:00

Juan Gerardo Alcázar: *Estudio algorítmico de las propiedades topológicas de familias de curvas*

12:00 – 12:30

Tomás Recio: *Hipercírculos y ultracuádricas*

12:30 – 13:00

Sonia Pérez Díaz: *Cálculo de fibras de aplicaciones racionales y aplicaciones*

13:00 – 13:30

Francisco Botana: *Razonamiento automático en geometría*

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Hipercírculos y Ultracuádras*

Tomás Recio^{†1}, Rafael Sendra², Luis Felipe Tabera³, Carlos Villarino²

Las nociones de hipercírculo y ultracuádras fueron introducidas en [1] como herramientas básicas para abordar el problema de la parametrización óptima de curvas y superficies, respectivamente. Las principales propiedades algorítmicas, algebraicas y geométricas de los hipercírculos han sido estudiadas en detalle durante el proyecto MTM2005-08690-C02-01/02 por miembros de ambos equipos. Además, en el caso de las ultracuádras, el análisis de sus propiedades teóricas básicas ha sido emprendido en [2]. Tras presentar un resumen de estos hallazgos se hará referencia a los problemas a abordar en el inmediato futuro, tales como la mejora de los algoritmos sobre hipercírculos en relación con la reparametrización óptima de curvas y, por otra parte, el estudio de las propiedades algorítmicas de las ultracuádras, al menos en el caso de superficies reales con parametrizaciones complejas.

Keywords: variedades paramétricas, cuerpo de definición, simplificación de parametrizaciones

Mathematics Subject Classification 2000: 14Q05, 14Q10, 68W30, 14H50

Referencias

- [1] C. ANDRADAS, T. RECIO, J.R. SENDRA. Base field restriction techniques for parametric curves. *Proc. ISSAC-99*, 17-22, ACM Press.(1999).
- [2] C. ANDRADAS, T. RECIO, J.R. SENDRA, L. F. TABERA. On the simplification of the coefficients of a parametrization *Journal of Symbolic Computation* vol. 44, pp. 192-210 (2009).

¹Departamento de Matemáticas
Universidad de Cantabria
Dirección postal: 39071 Santander
`tomás.recio@unican.es`

²Departamento de Matemáticas
Universidad de Alcalá
Dirección postal: 28071 Alcalá de Henares
`rafael.sendra@uah.es`
`carlos.villarino@uah.es`

³IMDEA Matemáticas
Dirección postal: Módulo C-IX, 3 piso, Facultad de Ciencias
UAM, Ciudad Universitaria de Cantoblanco E-28049, Madrid,
`luis.tabera@imdea.org`

*Esta comunicación ha sido parcialmente financiada por el proyecto MTM2008-04699-C03-03.

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Cálculo de Fibras de Aplicaciones Racionales y Aplicaciones*

Sonia Pérez-Díaz^{†1} J. Rafael Sendra¹

La manipulación algorítmica de variedades paramétricas (en la práctica, curvas y superficies) ocupa un lugar destacado en muchas aplicaciones prácticas en diseño geométrico asistido por ordenador; en especial, el desarrollo de algoritmos para problemas de conversión. De formas más precisa, si \mathcal{V} es una variedad racional sobre un cuerpo \mathbb{K} se plantean, entre otros, los siguientes problemas de conversión: [Parametrización], [Implicitación], [Inversión]. Esta charla desarrolla las ideas fundamentales, tanto teóricas como algorítmicas, para resolver estos problemas en el caso de superficies y se comentan algunas cuestiones abiertas, así como direcciones futuras de investigación.

Keywords: Parametrización Racional, Biracionalidad, Carácter Propio, Grado de una Aplicación Racional, Fibra, Grados Parciales, Implicitación

Mathematics Subject Classification 2000: 14Q10, 68W30, 14E05

Referencias

- [1] PÉREZ-DÍAZ S., SENDRA J.R., Y SCHICHO, J. Properness and Inversion of Rational Parametrizations of Surfaces. *Applicable Algebra in Engineering, Communication and Computing* **volumen**(13), pp. 29-51., 2002.
- [2] PÉREZ-DÍAZ S., Y SENDRA J.R. A univariate resultant-based implicitization algorithm for surfaces. *Journal of Symbolic Computation* **volumen**(43/2), pp. 118-139., 2008.
- [3] SENDRA J.R., Y WINKLER F. Computation of the degree of a Rational Map. In *Proceedings of the 2001 International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation, ISSAC 2001*, Bernard Mourrain (ed.), pp. 317-322. ACM Press, ORCCA and University of Western Ontario, London, Ontario, Canada, July 22-25, 2001.

¹Dpto. de Matemáticas
Universidad de Alcalá
Apto. de Correos 20
28871 Alcalá de Henares (Madrid) SPAIN
sonia.perez@uah.es
rafael.sendra@uah.es

*Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el proyecto MTM2008-04699-C03-01.

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Análisis algorítmico de propiedades algebraico-geométricas en construcciones geométricas*

Fernando San Segundo¹, Juana Sendra², J. Rafael Sendra^{†1}

En ciertos contextos aplicados, como por ejemplo en el diseño geométrico asistido por ordenador, es frecuente la utilización de construcciones geométricas para la resolución de cuestiones prácticas. Estas construcciones, en general, suelen generar objetos geométricos (curvas, superficies) mucho más complicados que los objetos iniciales que los originan. Este hecho, así como las propias construcciones, conducen a la formulación de problemas interesantes de carácter tanto teórico como computacional, que a menudo se convierten en un auténtico reto matemático. En esta charla se plantearán dos de estas construcciones: las curvas offsets (véase [1]) y las curvas conchoides (véase [2]). Asimismo, se mostrará como el análisis teórico de sus propiedades algebraico-geométricas proporciona algoritmos para su manipulación.

Keywords: Curvas algebraicas, curvas offset, curvas conchoide, género, racionalidad, grado, algoritmos simbólicos

Mathematics Subject Classification 2000: 14Q05, 68W30, 14H50

Referencias

- [1] SENDRA, J., SENDRA, J.R. Algebraic Analysis of Offsets to Hypersurfaces. *Mathematische Zeitschrift* **volumen**(234), pp. 697-719. (1999).
- [2] SENDRA, J., SENDRA, J.R. An Algebraic Analysis of Conchoids to Algebraic Curves. *Applicable Algebra in Engineering, Communication and Computing* **volumen**(19/5), pp. 413-428. (2008).

¹Dpto. de Matemáticas
Universidad de Alcalá
Apto. de Correos 20
28871 Alcalá de Henares (Madrid) SPAIN
fernando.sansegundo@uah.es
rafael.sendra@uah.es

²Dpto de Matemática Aplicada a la Ingeniería Técnica de Telecomunicación
E.U.I.T. Telecomunicación,
Universidad Politécnica de Madrid
28031 Madrid, Spain
jsendra@euitt.upm.es

*Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el proyecto MTM2008-04699-C03-01.

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Herramientas simbólico–numéricas para la resolución de problemas de Diseño Geométrico Asistido por Ordenador*

G.M. Díaz Toca¹, L. González–Vega²,

Se ha asistido en los últimos años a una notable mejora de los algoritmos de manipulación de curvas y superficies en CAGD como consecuencia, en primer lugar, de la aparición de representaciones alternativas a las habituales y, en segundo lugar, del desarrollo de nuevas técnicas que se han beneficiado de la combinación de resultados numéricos, geométrico, algebraicos y simbólicos para, por ejemplo, determinar de forma especialmente eficiente la curva intersección entre dos superficies. Se mostrará aquí como la mayoría de las herramientas sobre las que reposan, por ejemplo, los algoritmos de cálculo de la intersección de curvas y superficies de uso en CAGD pueden adaptarse a este contexto donde los polinomios a considerar solo se conocen "por sus valores", y no se desea determinar sus coeficientes por lo inestable que es este proceso. En concreto mostraremos como, no solo la resultante, sino también la sucesión de subresultantes puede también ser calculada en este contexto.

Keywords: Subresultantes, Máximo Común Divisor, Intersección de Curvas.

Mathematics Subject Classification 2000: 11C20, 15A18, 19L64

Referencias

- [1] D. A. ARULIAH, R. M. CORLESS, L. GONZÁLEZ-VEGA, A. SHAKOORI. Geometric Applications of the Bezout Matrix in the Lagrange basis. *Proc. of the 2007 Int. Workshop on Symbolic–Numeric Computation*, 55–64, ACM Press, 2007.
- [2] D. A. ARULIAH, R. M. CORLESS, L. GONZÁLEZ-VEGA, A. SHAKOORI, I. F. RÚA. Computing the topology of a real algebraic plane curve whose equation is not directly available. *Proc. of the 2007 Int. Workshop on Symbolic–Numeric Computation*, 46–54, ACM Press, 2007.

¹Departamento de Matemática Aplicada
Universidad de Murcia
Facultad de Informática
gemadiaz@um.es

²Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación
Universidad de Cantabria
Facultad de Ciencias
laureano.gonzalez@unican.es

*Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el proyecto MTM2008-04699-C03-03

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Politopos reticulares*

Francisco Santos

Los politopos reticulares, es decir, con vértices de coordenadas enteras, conectan la combinatoria con la geometría algebraica: Todo politopo reticular da lugar a una variedad tórica proyectiva y hay un diccionario bastante preciso entre propiedades de uno y otra. Ver, por ejemplo, [1]. En esta charla daré una breve introducción a conceptos y problemas abiertos sobre politopos reticulares.

Por ejemplo, una variedad tórica proyectiva es suave si, y sólo si, el correspondiente politopo es *simple* (las facetas que se intersecan en cada vértice forman una intersección completa) y todos los conos en los vértices son unimodulares. Tales politopos, naturalmente, se denominan *suaves*. Una pregunta básica es si todo politopo suave admite una descomposición en símlices unimodulares o, mejor aún, una triangulación unimodular. Es decir, si todo cono afín sobre una variedad tórica suave es normal. Esta conjetura, relacionada con el trabajo de T. Oda, está abierta incluso en dimensión tres [2].

Referencias

- [1] W. BRUNS AND J. GUBELADZE, *Polytopes, Rings, and K-Theory*, Springer-Verlag, New York, 2008.
- [2] CHRISTIAN HAASE, BENJAMIN NILL, ANDREAS PAFFENHOLZ, AND FRANCISCO SANTOS, Lattice points in Minkowski sums, *Electron J. Combin.*, **15**(1), Note 11, 5 pp, 2008.

Keywords: Lattice polytope, triangulations, unimodular, projectively normal

Mathematics Subject Classification 2000: 52B20, 52B11, 14M25

Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación
Facultad de Ciencias
Universidad de Cantabria
Av. de los Castros s/n, 39005 Santander
francisco.santos@unican.es

* Ponencia financiada por el proyecto MTM2008-04699-C03-02 del Ministerio de Ciencia e Innovación

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Geometría tropical*

Luis Felipe Tabera Alonso

Sea K un cuerpo algebraicamente cerrado y sea $v : K^* \rightarrow \mathbb{R}$ una valoración no arquimediana. La imagen de una variedad algebraica $X \subseteq (K^*)^n$ por la aplicación v sobre cada componente, nos proporciona una variedad tropical $v(X) \subseteq \mathbb{R}^n$.

Parte de la geometría tropical se encarga de estudiar qué propiedades geométricas de X se ven reflejadas en $v(X)$, como el grado, la dimensión o las posibles singularidades.

Uno de los conceptos que todavía no está completamente definido en geometría tropical es el concepto de tangencia. Se ha definido en ciertos casos la recta tangente a una curva, bien implícitamente, usando la curva dual [3], o definiendo curvas que sean tangentes a los ejes coordenados [1]. Por otro lado, tampoco está claro cuándo se puede hablar de una singularidad en una variedad tropical.

Una aproximación a estos problemas pasa por el estudio de resultantes, discriminantes y discriminantes mixtos en un contexto tropical. Si bien la tropicalización de los discriminantes ya se ha estudiado en [2], su interpretación geométrica en un contexto tropical sigue siendo un problema abierto.

Mostraremos algunas interpretaciones geométricas de resultantes y discriminantes, dificultades que aparecen al estudiar estos problemas y cuestiones abiertas.

Keywords: geometría tropical, discriminantes

Mathematics Subject Classification 2000: 14M25, 12J25

Referencias

- [1] B. BERTRAND. Real Zeuthen Numbers for Two Lines. *IMRN* **2008**(8), Art. ID rnm014, 8, 2008.
- [2] A. DICKENSTEIN, E. M. FEICHTNER AND B. STURMFELS. Tropical Discriminants. *J. Amer. Math. Soc.* **20**(4), 1111–1133, 2007.
- [3] Z. IZHAKIAN. Duality of Tropical Curves. *To Appear*, arXiv:math/0503691v2

Fundación IMDEA Matemáticas
Dirección postal: Dirección postal: Módulo C-IX, 3 piso, Facultad de Ciencias
UAM, Ciudad Universitaria de Cantoblanco E-28049, Madrid,
luis.tabera@imdea.org

*Esta comunicación ha sido parcialmente financiada por el proyecto MTM2008-04699-C03-03.

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Complejidad combinatoria de politopos y conjuntos de puntos^{*}

Pedro Ramos

Uno de los parámetros más interesantes en el estudio combinatorio de conjuntos de puntos en dimensión d es el número de j -*facetas*: hiperplanos definidos por puntos del conjunto y que dejan a un lado exactamente j puntos. Por ejemplo, las 0-facetas de S son las facetas (en el sentido usual) de $\text{conv}(S)$. Incluso en dimensión $d = 2$, sigue siendo un problema abierto dar cotas ajustadas, en función del número total de puntos, para este parámetro [2]. El número de $(\leq j)$ -facetas (hiperplanos que dejan a un lado a lo más j puntos) ha resultado menos elusivo, y se conocen cotas ajustadas para $d = 2, 3$ [1, 4]. Algunas de estas cotas están relacionadas con el mínimo número de cruces necesarios para dibujar un grafo completo en el plano [3]. En esta presentación revisaremos los resultados con especial énfasis en el caso $d=3$ y, en particular, en su conexión - vía dualidad de Gale - con los h -vectores de politopos.

Referencias

- [1] O. AICHHOLZER, J. GARCÍA, D. ORDEN AND P. A. RAMOS. New lower bounds for the number of (at most k)-edges and the rectilinear crossing number of K_n , *Discrete Comput. Geom.* **38**(1), 1–14, 2007.
- [2] P. BRASS, W.O.J. MOSER, J. PACH, *Research Problems in Discrete Geometry*, Springer, New York, 2005.
- [3] L. LOVASZ, K. VESZTERGOMBI, U. WAGNER, AND E. WELZL. Convex Quadrilaterals and k -Sets. In *Towards a Theory of Geometric Graphs*, Janos Pach (ed.), Contemporary Mathematics **342**, pp. 139–148. Amer. Math. Soc., 2004.
- [4] E. WELZL. Entering and leaving j -facets, *Discrete Comput. Geom.* **25**, 351–364, 2001.

Keywords: j -facet, k -set, halving line, polytope

Mathematics Subject Classification 2000: 52C45, 52B11, 52B05, 52B35, 52B55

Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias
Universidad de Alcalá
Ap. de Correos 20
E-28871 Alcalá de Henares (Madrid)
pedro.ramos@uah.es

^{*}Ponencia financiada por el proyecto MTM2008-04699-C03-02 del Ministerio de Ciencia e Innovación

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Multi-pseudotriangulations^{*}

Vincent Pilaud, Michel Pocchiola

In this talk, we introduce the notion of *multi-pseudotriangulations* of a planar point set: the definition, given in terms of pseudoline arrangements and their levels, naturally generalizes the notion of pseudotriangulations [2, 3] of a planar point set.

We first present various elementary properties of multi-pseudotriangulations (existence of them, number of edges, decomposition into stars, flips). Then we show that the set of multitriangulations of a point set in convex position [1] is exactly its set of multi-pseudotriangulations and we examine the crossing and pointedness properties of multi-pseudotriangulations. Finally we describe an enumeration algorithm for multi-pseudotriangulations (of a planar point set presented by its chirotope) with polynomial running time complexity per multi-pseudotriangulation and polynomial working space. The algorithm relies on certain orientations of the flip graph of multi-pseudotriangulations whose combinatorial properties are derived from the consideration of primitive sorting networks.

Referencias

- [1] V. PILAUD AND F. SANTOS, Multi-triangulations as complexes of star polygons, *Discrete Comput. Geom.*, in press.
- [2] M. POCCHIOLA AND G. VEGTER. Pseudo-triangulations: theory and applications. In *Proc. 12th Annu. Sympos. Comput. Geom.*, ACM Press, pp. 291–300, 1996.
- [3] G. ROTE, F. SANTOS, AND I. STREINU, Pseudo-triangulations - a survey. In *Surveys on Discrete and Computational Geometry: Twenty Years Later*, J. E. Goodman, J. Pach, and R. Pollack (eds.), Contemporary Mathematics **453**, AMS, 2008.

Keywords: pseudotriangulation, multitriangulation, pseudoline arrangement, chirotope

Mathematics Subject Classification 2000: 52C30, 68U05, 52C20, 52C40

Département d'Informatique
Ecole Normale Supérieure
45, rue d'Ulm, 75230 Paris Cedex 05 - France
Michel.Pocchiola@ens.fr
vincent.pilaud@ens.fr

^{*}Ponencia financiada por el proyecto MTM2008-04699-C03-02 del Ministerio de Ciencia e Innovación

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Estudio algorítmico de las propiedades topológicas de familias de curvas*

Juan Gerardo Alcázar

Dada una familia de curvas algebraicas dependientes algebraicamente de un parámetro, podemos aplicar técnicas del Algebra Computacional para determinar los tipos topológicos presentes en la familia (véase [2]). Dichas técnicas, que conducen a un método general para resolver el problema, son aplicables cuando la ecuación implícita de la familia está disponible, y resultan eficientes siempre que el "tamaño" de dicha ecuación (grado, número de términos, etc.) no sea excesivo. Cuando la ecuación implícita de la familia no es conocida o es "demasiado grande" debemos buscar caminos alternativos para explorar la topología de la familia. En esta charla presentaremos dichas técnicas generales y abordaremos también el caso especial de familias de curvas offset, que son precisamente familias, generadas mediante un cierto proceso geométrico, cuya ecuación en muchos casos o bien no se conoce, o resulta intratable. Para este último caso presentaremos algunas técnicas locales ([1]) y algunas observaciones globales ([3]). Finalmente, apuntaremos algunas cuestiones pendientes y direcciones futuras de investigación.

Keywords: Symbolic Algorithms, Topology Type Computation, Families of Plane Algebraic Curves, Offset Curves

Mathematics Subject Classification 2000: 14Q05, 14P25, 68W30

Referencias

- [1] ALCÁZAR J.G., SENDRA R. Local Shape of Offsets to Algebraic Curves. *Journal of Symbolic Computation* **volumen**(42), 338-351, 2007.
- [2] ALCÁZAR J.G., SCHICHO J., SENDRA R. A Delineability-based Method for Computing Critical Sets of Algebraic Surfaces. *Journal of Symbolic Computation* **volumen**(42), 678-691, 2007.
- [3] ALCÁZAR J.G. Good Global Behavior of Offsets to Plane Algebraic Curves. *Journal of Symbolic Computation* **volumen**(43), 659-680, 2008.

¹Dpto. de Matemáticas
Universidad de Alcalá de Henares (Madrid)
juange.alcazar@uah.es

*Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el proyecto MTM2008-04699-C03-01.

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Algoritmos para la parametrización aproximada*

Sonia Pérez-Díaz¹, J. Rafael Sendra¹, Sonia L. Rueda^{†2}, Juana Sendra.³

El planteamiento del problema que tratamos es el siguiente. Supongamos que, tras trabajar con cierta tolerancia $\epsilon > 0$, se obtiene una curva algebraica real plana \mathcal{C} (similarmente, una superficie algebraica real) ϵ -irreducible, de grado propio, y que la naturaleza del problema nos permite saber que dicha curva o superficie debería ser parametrizable. El dato \mathcal{C} no lo es, pero sabemos que en las *proximidades* de \mathcal{C} existe otra curva $\bar{\mathcal{C}}$ que sí es parametrizable. Nuestro objetivo es calcular una parametrización racional $\bar{\mathcal{P}}(t)$ de la curva $\bar{\mathcal{C}}$ *próxima* a \mathcal{C} , a la que llamaremos parametrización aproximada de \mathcal{C} .

Keywords: Curvas algebraicas, parametrización racional, algoritmos simbólico-numéricos, ϵ -punto, ϵ -singularidad

Mathematics Subject Classification 2000: 68W30, 68W25, 14Q05

Referencias

- [1] PÉREZ-DÍAZ S., SENDRA J.R., SENDRA J.. Parametrization of Approximate Algebraic Surfaces by Lines. *Computer Aided Geometric Design* **22**(2), 147–181, 2005.
- [2] PÉREZ-DÍAZ S., SENDRA J.R., SENDRA J.. Distance bounds of ϵ -points on hypersurfaces. *Theoretical Computer Science* **359**, 344–368, 2006.
- [3] PÉREZ-DÍAZ S., RUEDA S.L., SENDRA J.R., SENDRA J.. El reto de parametrizar curvas y superficies algebraicas de forma aproximada. *La Gaceta de la RSME* **11**(3), 521–541, 2008.

¹Dpto de Matemáticas
Universidad de Alcalá
E-28871 Madrid, Spain
sonia.perez@uah.es, rafael.sendra@uah.es

²Dpto de Matemática Aplicada
E.T.S. Arquitectura, Universidad Politécnica de Madrid
E-28040 Madrid, Spain
sonialuisa.rueda@upm.es

³Dpto de Matemática Aplicada a la Ingeniería Técnica de Telecomunicación
E.U.I.T. Telecomunicación, Universidad Politécnica de Madrid
E-28031 Madrid, Spain
jsendra@euitt.upm.es

*Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el proyecto MTM2008-04699-C03-01.

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Algoritmos para la intersección de superficies y otros problemas de CAGD*

Mario Fioravanti[†], Laureano González-Vega¹

La tecnología que se usa actualmente en muchas tareas de CAD plantea serias limitaciones debido, en buena medida, a la incompatibilidad existente entre los métodos matemáticos usados y los requerimientos de las distintas áreas de aplicación. La incorporación al Diseño Geométrico Asistido por Ordenador (CAGD) de resultados y procedimientos de otras disciplinas matemáticas distintas del análisis numérico, tales como la geometría proyectiva, la geometría algebraica, la geometría diferencial o la computación simbólica, puede mejorar los métodos existentes y aportar nuevas herramientas de diseño más intuitivas. Se presentarán algunos problemas de intersección y seccionado de ciertas clases de superficies racionales y de sus offsets, algunos métodos de cálculo de dichas intersecciones que utilizan una combinación conveniente de herramientas simbólicas, algebraicas y numéricas, así como una propuesta de incorporar el "álgebra polinomial por valores"([2], [1]) a la solución eficiente de dichos problemas.

Keywords: CAGD, intersección, computación simbólico-numérica

Mathematics Subject Classification 2000: 65D18, 53A05

Referencias

- [1] D.A. ARULIAH, R. M. CORLESS, L. GONZALEZ-VEGA, I. F. RUA, A. SHAKOORI. Computing the Topology of a Real Algebraic Plane Curve whose Equation is not Directly Available. *Proc. of the 2007 International Workshop on Symbolic-Numeric Computation*, 46-54, ACM Press, 2007.
- [2] D.A. ARULIAH, ROBERT M. CORLESS , L. GONZALEZ-VEGA, AZAR SHAKOORI. Geometric Applications of the Bezout Matrix in the Lagrange basis. *Proceedings of the 2007 International Workshop on Symbolic-Numeric Computation*, 55-64, ACM Press, 2007.

¹Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación
Universidad de Cantabria
Facultad de Ciencias, 39005 Santander
mario.fioravanti@unican.es, laureano.gonzalez@unican.es

*Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el proyecto MTM2008-04699-C03-03.

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Demostración Automática en Geometría^{*}

Francisco Botana^{†1}, Miguel A. Abánades², Jesús Escribano³

Por Demostración Automática en Geometría, acrónimo inglés ADG, se entiende aquí el desarrollo e implementación de algoritmos de descubrimiento y verificación en geometría elemental a través de herramientas de geometría algebraica. Los métodos de Wu y de bases de Gröbner han probado un éxito razonable en este campo, aspecto que se ilustrará en la charla.

Dentro del proyecto objeto de la sesión especial una de las aplicaciones, "Razonamiento automático en geometría", propone un doble objetivo. En primer lugar una novedosa aproximación al descubrimiento automático en geometría mediante la *minimal comprehensive Gröbner basis*. Se desarrollarán algoritmos sobre varios sistemas de álgebra computacional con vistas a su conexión con programas estándar de Geometría Dinámica mediante OpenMath.

Un segundo objetivo es la especificación de un OpenMath Content Dictionary para geometría elemental 3D. Este 3Dgeo CD se utilizará para conectar sistemas de geometría dinámica 3D con sistemas de álgebra computacional dotados de funciones para demostración y descubrimiento automáticos.

Keywords: demostración automática en geometría, bases de Gröbner, OpenMath

Mathematics Subject Classification 2000: 68T15, 68T30, 70G55

¹Departamento Matemática Aplicada I
Universidade de Vigo
EUETF, Campus A Xunqueira, 36005 Pontevedra
fbotana@uvigo.es

²Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas
CES Felipe II –UCM
Capitán 39, 28300 Aranjuez
mabanades@cesfelipesecondo.com

³Departamento de Sistemas Informáticos y Computación
Universidad Complutense de Madrid
Facultad de Ciencias Matemáticas, Pza. de Ciencias, 3,28040 Madrid
jesusesc@mat.ucm.es

^{*}Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el proyecto MTM2008-04699-C03-03.

Índice alfabético

Abánades, Miguel A., 14
Alcázar, Juan Gerardo, 11

Botana, Francisco, 14

Díaz Toca, G.M., 6

Escribano, Jesús, 14

Fioravanti, Mario, 13

González-Vega, L., 6, 13

Pérez-Díaz, Sonia, 4, 12

Pilaud, Vincent, 10

Pocchiola, Michel, 10

Ramos, Pedro, 9

Recio, Tomás, 3

Rueda, Sonia L., 12

San Segundo, Fernando, 5

Santos, Francisco, 7

Sendra, J. Rafael, 3–5, 12

Sendra, Juana, 5, 12

Tabera, Luis Felipe, 3, 8

Villarino, Carlos, 3