



**Congreso de la  
Real Sociedad  
Matemática  
Española - 2009**

**4 al 7  
de febrero  
Oviedo**

Conferenciantes Plenarios	Comité Científico	Comité Organizador
Miguel Escobedo Martínez Marco Antonio López Cerdá Francisco Santos Leal Xavier Tolsa Domènech Premios JLRdF Santiago Morales Domingo (2006) Pablo Mira Carrillo (2007)	<b>J. L. Vázquez Suárez (Presidente)</b> Santos González Jiménez Wenceslao González Manteiga Daniel Hernandez Ruipérez Marc Noy Serrano Ana Vargas Rey	Consuelo Martínez López (Presidenta) Pedro Alonso Velázquez Carmen Corral Zapico Ignacio Fernández Rúa M <sup>a</sup> Concepción Masa Noceda Pablo Pérez Riera



[www.uniovi.es/rsme09/](http://www.uniovi.es/rsme09/)

entidades colaboradoras



# Resúmenes del Congreso de la Real Sociedad Matemática Española

Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

## Sesión especial 6: Geometría Algebraica, avances recientes y perspectivas

### Índice

Horario de la sesión	1
Moduli of Higgs bundles and algebraic theory of solitons	2
Teorema de Torelli para el espacio de moduli de fibrados marcados	3
Teoría de Brill-Noether para espacios de moduli de haces en variedades algebraicas	4
Series de Poincaré de singularidades	5
Ecuaciones acopladas para métricas Kähler y conexiones de Yang-Mills	6
Estructuras trianguladas via técnicas simpliciales	7
Espacios de móduli de haces en degeneraciones de curvas elípticas.	8
Aplicaciones de la resolución algorítmica de singularidades	9

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

## Horario de la sesión

### MIÉRCOLES 4

**16:00 – 16:30**

Daniel Hernández Serrano, Francisco José Plaza Martín : *Moduli of Higgs bundles and algebraic theory of solitons*

**16:30 – 17:00**

Indranil Biswas, Tomás L. Gómez, Vicente Muñoz: *Teorema de Torelli para el espacio de moduli de fibrados marcados*

**17:00 – 17:30**

Laura Costa: *Teoría de Brill-Noether para espacios de moduli de haces en variedades algebraicas*

**17:30 – 18:00**

Félix Delgado de la Mata: *Series de Poincaré de singularidades*

### JUEVES 5

**11:30 – 12:00**

Luis Álvarez Cónsul: *Ecuaciones acopladas para métricas Kähler y conexiones de Yang-Mills*

**12:00 – 12:30**

Beatriz Rodríguez González: *Estructuras trianguladas via técnicas simpliciales*

**12:30 – 13:00**

Cristina López: *Espacios de móduli de haces en degeneraciones de curvas elípticas.*

**13:00 – 13:30**

Santiago Encinas: *Aplicaciones de la resolución algorítmica de singularidades*

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

## Moduli of Higgs bundles and algebraic theory of solitons

**Daniel Hernández Serrano , Francisco José Plaza Martín**

In this talk the moduli space of Higgs pairs over a fixed smooth projective curve with extra formal data is defined and is endowed with a scheme structure. We introduce a relative version of the Krichever map using a fibration of Sato Grassmannians and show that this map is injective. This, together with the characterization of the points of the image of the Krichever map, allows us to prove that this moduli space is a closed subscheme of the product of the moduli of vector bundles (with formal extra data) and a formal analogue of the Hitchin base. This characterization also provides us with a method for explicitly computing KP-type equations that describe the moduli space of Higgs pairs. For the case where the spectral cover is totally ramified at a fixed point of the curve, these equations are given in terms of the characteristic coefficients of the Higgs field. Finally, some comments on the relationship of these objects with some moduli spaces is discussed (work in progress with Esteban Gómez González).

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

## Teorema de Torelli para el espacio de moduli de fibrados marcados

Indranil Biswas<sup>1</sup> Tomás L. Gómez<sup>2</sup> Vicente Muñoz<sup>2</sup>

Llamamos fibrado marcado (framed bundle) a un par  $(E, \varphi)$  donde  $E$  es un fibrado vectorial, de rango  $r > 1$ , sobre una curva proyectiva compleja lisa  $X$  y  $\varphi : E_x \rightarrow \mathbb{C}^r$  es un homomorfismo no nulo, siendo  $E_x$  la fibra de  $E$  sobre un punto fijo  $x$ . Existe una noción natural de semiestabilidad, dependiendo de un parámetro  $\tau > 0$ , que da lugar a un espacio de moduli proyectivo, fijando el rango y el determinante de los fibrados. Cuando  $\tau$  es suficientemente pequeño, demostramos un teorema de Torelli. Es decir, la curva  $X$  y el punto  $x$  se pueden recuperar a partir de la clase de isomorfismo del espacio de moduli.

**Keywords:** Espacios de moduli, Teorema de Torelli, Fibrados vectoriales

**Mathematics Subject Classification 2000:** 14D22, 14D20

### Referencias

- [1] I. BISWAS, T. GÓMEZ AND V. MUÑOZ. Torelli theorem for the moduli space of framed bundles. [arXiv:0808.1996](https://arxiv.org/abs/0808.1996)

<sup>1</sup>School of Mathematics  
Tata Institute of Fundamental Research  
Homi Bhabha road, Mumbai 400005 (India)  
[indranil@math.tifr.res.in](mailto:indranil@math.tifr.res.in)

<sup>2</sup>Instituto de Ciencias Matemáticas CSIC-UAM-UC3M-UCM  
Serrano 113bis, 28006 Madrid, and  
Facultad de Ciencias Matemáticas  
Universidad Complutense de Madrid  
28040 Madrid  
[tomas.gomez@mat.csic.es](mailto:tomas.gomez@mat.csic.es), [vicente.munoz@imaff.cfmac.csic.es](mailto:vicente.munoz@imaff.cfmac.csic.es)

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

## Teoría de Brill-Noether para espacios de moduli de haces en variedades algebraicas

Laura Costa

Sea  $X$  una variedad proyectiva lisa e irreducible de dimensión  $n$  y sea  $H$  un divisor amplio en  $X$ . Denotamos por  $M_{X,H}(r; c_1, \dots, c_s)$  el espacio de moduli de fibrados vectoriales  $E$  de rango  $r$ ,  $H$ -estables y con clases de Chern  $c_i(E) = c_i$  para  $i = 1, \dots, s := \min\{r, n\}$ . Hemos definido la filtración de Brill-Noether de  $M_{X,H}(r; c_1, \dots, c_s)$  como  $W_H^k(r; c_1, \dots, c_s) = \{E \in M_{X,H}(r; c_1, \dots, c_s) \mid h^0(X, E) \geq k\}$ , veremos que este lugar se realiza como una variedad  $k$ -determinantal de morfismos de fibrados vectoriales en  $M_{X,H}(r; c_1, \dots, c_s)$ , siempre que  $H^i(E) = 0$  para  $i \geq 2$  y  $E \in M_{X,H}(r; c_1, \dots, c_s)$  y calcularemos la dimensión esperada de  $W_H^k(r; c_1, \dots, c_s)$ . A continuación centraremos la atención en la estratificación de Brill-Noether de espacios de moduli de fibrados vectoriales en superficies de Hirzebruch. Principalmente, veremos que la estratificación de Brill-Noether nos permite comparar espacios de moduli de fibrados vectoriales estables respecto a diferentes polarizaciones y para finalizar analizaremos cuando estas estratificaciones son o no vacías.

Los resultados han sido realizados conjuntamente con Rosa Maria Miró-Roig

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

## Series de Poincaré de singularidades

Félix Delgado de la Mata<sup>1</sup>,

Durante los últimos años se ha extendido el uso de las series de Poincaré como un invariante del tipo topológico de las singularidades complejas, sobre todo en contextos de baja dimensión (curvas y superficies). Recientemente se han obtenido algunos nuevos resultados en esta dirección que refuerzan la utilidad de las series de Poincaré al tiempo que las dotan de un nuevo interés. En particular mencionaremos su relación con la función zeta de Stöhr para curvas definidas sobre cuerpos finitos así como su extensión a algunas variedades de dimensión arbitraria (esencialmente variedades monomiales y singularidades casi-ordinarias). En la conferencia daremos una visión de conjunto, con especial atención a algunos de los últimos resultados obtenidos.

**Keywords:** Poincaré series, multi-index filtrations, equisingularity

**Mathematics Subject Classification 2000:** 14B05, 32S15, 32S50

<sup>1</sup>Dto. de Álgebra, Geometría y Topología  
Universidad de Valladolid  
c/ Doctor Mergelina. s/n. 47011–Valladolid  
fdelgado@agt.uva.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

## **Ecuaciones acopladas para métricas Kähler y conexiones de Yang-Mills**

**Luis Álvarez Cónsul**

Estudiaremos ecuaciones diferenciales naturales que acoplan una métrica Kähler y una conexión sobre un fibrado vectorial sobre una variedad proyectiva compleja. Estas ecuaciones generalizan las condiciones de curvatura escalar constante para una métrica Kähler y de Hermite-Yang-Mills para una conexión. Daremos una interpretación geométrica de dichas ecuaciones y estudiaremos su relación con una condición de estabilidad asociada al problema de móduli geométrico-algebraico de pares formados por una variedad algebraica polarizada y un fibrado vectorial. Trabajo en colaboración con Mario García Fernández y Oscar García Prada.

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

## Estructuras trianguladas via técnicas simpliciales

**Beatriz Rodríguez González**

En esta charla se explicará cómo una ‘estructura de descenso simplicial’ en una categoría  $D$  proporciona una estructura triangulada (usualmente no aditiva) en la categoría homotópica asociada  $HoD$ , en la cual se satisfacen tanto el axioma del octaedro como una versión no aditiva del segundo axioma de categoría triangulada. Exhibiremos ejemplos donde estas técnicas pueden ser aplicadas, como las categorías de complejos de cadenas, conjuntos simpliciales, espacios topológicos, complejos filtrados, álgebras diferenciales graduadas (conmutativas), DG-módulos sobre una DG-categoría y complejos de Hodge mixtos.

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española  
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

## Espacios de móduli de haces en degeneraciones de curvas elípticas.

**Cristina López**

La clasificación de Atiyah de fibrados vectoriales permitió a Tu dar una descripción geométrica de los espacios de móduli de haces semiestables en curvas elípticas lisas. Esos resultados pueden obtenerse de una forma simple como aplicación de la transformada de Fourier-Mukai. En la charla consideraremos el caso de algunas degeneraciones de curvas elípticas. Más concretamente, para un ciclo  $E_N$  de rectas proyectivas, demostraremos que la componente conexa del espacio de móduli que contiene fibrados vectoriales de rango  $r$  y grado 0 es isomorfa al producto simétrico  $r$ -ésimo de una curva racional con un nodo. Haciendo uso de algunas autoequivalencias de la categoría derivada de una curva Gorenstein de género 1, daremos nuevas identificaciones entre espacios de móduli que permiten determinar también la estructura para otros grados.

## Aplicaciones de la resolución algorítmica de singularidades

Santiago Encinas,

Actualmente se disponen de distintos algoritmos de resolución de singularidades, que permiten obtener la desingularización inmersa de esquemas y log-resolución de ideales. Estos algoritmos son válidos para un cuerpo base de característica cero, ver por ejemplo [2, 5]. Además, también están disponibles programas informáticos que realizan los cálculos [4, 3]. Todo esto permite hacer cálculos explícitos en distintos ámbitos. Presentamos un trabajo conjunto con C. Bivià-Ausina [1] que consiste en un algoritmo que permite calcular el exponente de Łojasiewicz de un ideal respecto de otro  $\theta_K(J, I)$ . En particular se puede calcular el exponente de Łojasiewicz  $\mathcal{L}_0(f)$  de un germen analítico  $f : (\mathbb{C}^n, 0) \rightarrow (\mathbb{C}, 0)$  con una singularidad aislada. Se presentarán cálculos explícitos de algunos ejemplos en los que los métodos conocidos hasta el momento no permitían calcular  $\mathcal{L}_0(f)$ .

**Keywords:** resolución de singularidades, algoritmos, exponentes de Łojasiewicz,...

**Mathematics Subject Classification 2000:** 14E15, 32S05

### Referencias

- [1] C. BIVIÀ-AUSINA AND S. ENCINAS. Łojasiewicz exponents and resolution of singularities. Preprint. 2008.
- [2] ANA MARÍA BRAVO, SANTIAGO ENCINAS AND ORLANDO VILLAMAYOR. A simplified proof of desingularization and applications, *Rev. Mat. Iberoamericana* **21** (2005), no. 2, 349–458.
- [3] A. FRÜHBIS-KRÜGER AND G. PFISTER. Practical aspects of algorithmic resolution of singularities. *Reports On Computer Algebra*, no. 33, Centre for Computer Algebra, University of Kaiserslautern, October 2004.
- [4] GÁBOR BODNÁR AND JOSEF SCHICHO. Automated resolution of singularities for hypersurfaces. *J. Symbolic Comput.* **30** (2000), no. 4, 401–428.
- [5] H. HAUSER, The Hironaka theorem on resolution of singularities (or: A proof we always wanted to understand). *Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.)* **40** (2003), no. 3, 323–403.

<sup>1</sup>Departamento de Matemática Aplicada  
Universidad de Valladolid  
ETS. Arquitectura. Avda. Salamanca s/n  
47014 Valladolid  
sencinas@maf.uva.es

## Índice alfabético

Álvarez Cónsul, Luis, 6

Biswas, Indranil, 3

Costa, Laura, 4

Delgado de la Mata, Félix, 5

Encinas, Santiago, 9

Gómez, Tomás L., 3

Hernández Serrano, Daniel, 2

López, Cristina, 8

Muñoz, Vicente, 3

Plaza Martín, Francisco José, 2

Rodríguez González, Beatriz, 7