

PROPUESTA DE SESIÓN ESPECIAL

RSME OVIEDO 2009

Organizadores:

- * Pedro D. González Pérez, Universidad Complutense de Madrid,
pgonzalez@mat.ucm.es
- * Antonio Rojas León, Universidad de Sevilla,
arojas@us.es

Título: Singularidades, interacciones con teoría de números y topología.

Objetivos:

El objetivo de la sesión es mostrar una visión panorámica de diversas líneas de investigación actual en el estudio de singularidades de variedades algebraicas, con énfasis en los aspectos aritméticos y topológicos.

Introducción:

La relación entre singularidades y teoría de números fue ya puesta de manifiesto por Deligne en su demostración de las conjeturas de Weil, donde hizo un uso esencial de los resultados sobre la monodromía de ciertas singularidades cuadráticas en hipersuperficies en característica positiva. Esta línea de investigación fue continuada más adelante por otros autores (Katz, Adolphson, Sperber...). Por ejemplo, la severidad del lugar singular de una aplicación polinómica en el infinito está estrechamente relacionada con el valor absoluto de ciertas sumas exponenciales asociadas a dicho polinomio.

Otro ejemplo de interacción entre singularidades, teoría de números y topología es el estudio de la conjetura de monodromía para la función zeta de Igusa, que relaciona la integración p -ádica para un polinomio $f \in k[x_1, \dots, x_n]$, definido sobre un cuerpo de números k , con los autovalores del operador geométrico de monodromía en un punto de la hipersuperficie $f = 0$. Este método ha sido extendido a otras funciones zeta mediante el desarrollo de una teoría de integración motivica sobre espacios de arcos, inspirada en la integración sobre cuerpos p -ádicos.

Temas:

- La conjetura de monodromía para las funciones zeta de Igusa (motívicas, p -ádicas o topológicas) y temas relacionados.
- Estudio y clasificación de gérmenes de superficies analíticas complejas. Invariantes de singularidades no aisladas de superficies.

- Estudio de singularidades mediante espacios de arcos y *jets*. Estudio de soluciones de ecuaciones algebraicas en espacios de series de potencias y en el cuerpo de los números p -ádicos usando métodos de análisis global (e.g. el Teorema del Rango para funciones analíticas entre espacios de series de potencias); estudio del problema de Nash en dimensiones 2 y 3.
- Sumas exponenciales asociadas a polinomios y su geometría en el infinito.
- Estudio de funciones Zeta y series de Poincaré clásicas y motivicas de singularidades. Interacciones.
- Resolución de singularidades de variedades analíticas complejas y aplicaciones. Métodos de estudio de este problema en característica positiva.
- Estudio del *link* de singularidades aisladas y no aisladas. Estudio de singularidades mediante grupos de trenzas y aplicaciones.
- Pares de Zariski y aritmética de curvas planas inmersas.

Estructura:

La sesión se organiza en 4 conferencias de 1 hora. El objetivo es ofrecer presentaciones sustanciales de nuevos métodos y resultados, con énfasis en las interacciones con otros campos de las Matemáticas. La contribución de jóvenes investigadores es especialmente apreciada.

Lista tentativa de conferenciantes:

1. Francisco Monserrat (Univ. Politécnica de Valencia)
2. Josep Álvarez Montaner (Univ. Politécnica de Barcelona)
3. Antonio Rojas León (Univ. Sevilla)
4. Jan Schepers (Univ. Leuven)