



**Congreso de la
Real Sociedad
Matemática
Española - 2009**

**4 al 7
de febrero
Oviedo**

Conferenciantes Plenarios	Comité Científico	Comité Organizador
Miguel Escobedo Martínez Marco Antonio López Cerdá Francisco Santos Leal Xavier Tolsa Domènech Premios JLRdF Santiago Morales Domingo (2006) Pablo Mira Carrillo (2007)	J. L. Vázquez Suárez (Presidente) Santos González Jiménez Wenceslao González Manteiga Daniel Hernandez Ruipérez Marc Noy Serrano Ana Vargas Rey	Consuelo Martínez López (Presidenta) Pedro Alonso Velázquez Carmen Corral Zapico Ignacio Fernández Rúa M ^a Concepción Masa Noceda Pablo Pérez Riera



www.uniovi.es/rsme09/

entidades colaboradoras



Resúmenes del Congreso de la Real Sociedad
Matemática Española

Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Sesión especial 10: Álgebra y Geometría (Lie)

Índice

Horario de la sesión	1
Estructuras simplécticas sobre álgebras de Lie métricas	2
Estructuras homogéneas cuaterniónicas	3
Graduaciones de álgebras de Lie simples	4
Formalidad en geometría simpléctica	5
Multiplicaciones formales, biálgebras de distribuciones y teoría de Lie no asociativa	6
Estructuras especiales en geometría y aplicaciones a la teoría de cuerdas	7
Índice de autores	8

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Horario de la sesión

MIÉRCOLES 4

16:00 – 16:40

Marco Castrillón López: *Estructuras homogéneas cuaterniónicas*

16:40 – 17:20

Cristina Draper, Cándido Martín, Antonio Viruel: *Graduaciones de álgebras de Lie simples*

17:20 – 18:00

R. Villacampa: *Estructuras especiales en geometría y aplicaciones a la teoría de cuerdas*

VIERNES 6

11:30 – 12:10

Marisa Fernández, Vicente Muñoz: *Formalidad en geometría simpléctica*

12:10 – 12:50

Ignacio Bajo, Saïd Benayadi, Alberto Medina: *Estructuras simplécticas sobre álgebras de Lie métricas*

12:50 – 13:30

J. Mostovoy, J. M. Pérez-Izquierdo: *Multiplificaciones formales, biálgebras de distribuciones y teoría de Lie no asociativa*

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Estructuras simplécticas sobre álgebras de Lie métricas

Ignacio Bajo¹, Saïd Benayadi², Alberto Medina³

Los grupos de Lie que admiten, al mismo tiempo, una métrica pseudo-Riemanniana bi-invariante y una forma simpléctica invariante por la izquierda tienen una geometría muy rica. Las álgebras de Lie asociadas a un grupo de Lie con métrica bi-invariante se conocen con el nombre de álgebras de Lie métricas (también llamadas cuadráticas u ortogonales); nuestro estudio se centra en describir las álgebras de Lie métricas que admiten, además, una estructura simpléctica. En particular, describimos de forma inductiva la familia de tales álgebras de Lie métricas y simplécticas en términos de T^* -extensiones [2] y dobles extensiones [3]. En el caso complejo, las álgebras de Lie cuadráticas y simplécticas se pueden describir también mediante una serie de dobles extensiones en el que cada término intermedio es un par de Manin simpléctico especial.

Keywords: Álgebra de Lie métrica, álgebra de Lie cuadrática, álgebra de Lie simpléctica, par de Manin, doble extensión

Mathematics Subject Classification 2000: 17B30, 22E25, 53D05

Referencias

- [1] I. BAJO, S. BENAYADI AND A. MEDINA. Symplectic structures on quadratic Lie algebras. *J. Algebra* **316**(1), 174–188, 2007.
- [2] M. BORDEMANN. Nondegenerate invariant bilinear forms on nonassociative algebras. *Acta Math. Univ. Com.* **LXVI**(2), 151–201, 1997.
- [3] A. MEDINA AND PH. REVOY. Algèbres de Lie et produit scalaire invariant. *Ann. Scient. Ec. Norm. Sup. (4e. ser.)* **18**, 553–561, 1985.

¹Depto. Matemática Aplicada II
Universidad de Vigo
Lagoas-Marcosende, 36280 Vigo (Spain)
ibajo@dma.uvigo.es

²Dept. Mathématiques, LMAM
Université Paul Verlaine-Metz
Ile du Saulcy, 57045 Metz cedex 1 (France)
benayadi@univ-metz.fr

³Dept. Mathématiques
Université de Montpellier II
Place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier cedex 5 (France)
medina@math.univ-montp2.fr

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Estructuras homogéneas cuaterniónicas

Marco Castrillón López

Un resultado clásico de Ambrose y Singer afirma que una variedad riemanniana (M, g) conexa, simplemente conexa y completa es homogénea si y sólo si admite un $(1,1)$ -tensor S tal que: $\tilde{\nabla}g = 0$, $\tilde{\nabla}R = 0$ y $\tilde{\nabla}g = 0$, siendo $\tilde{\nabla} = \nabla + S$ y ∇ la conexión de Levi-Civita. Un tensor S satisfaciendo tales propiedades se denomina “tensor estructura homogénea”. Si además la variedad comporta estructuras adicionales (Kähler, hiper-Kähler, cuaterniónica,...) la generalización del teorema de Ambrose y Singer requiere además que $\tilde{\nabla}$ haga paralela dicha estructura.

El espacio de todos los tensores S admite una descomposición en clases irreducibles en el lenguaje de las álgebras de Lie. Dicha clasificación permite obtener resultados geométricos e incluso interpretaciones de algunos modelos físicos. El objetivo de la charla será el presentar una introducción a la teoría de dichos tensores S y mostrar algunos resultados geométricos relacionados con ellos, sobre todo en el caso de variedades cuaterniónicas-Kähler.

Keywords: Estructuras homogéneas, holonomía, variedades cuaterniónicas

Mathematics Subject Classification 2000: 53C30, 53C26

¹Departamento de Geometría y Topología
Universidad Complutense de Madrid
Facultad de Matemáticas, 28040 Madrid
mcastri@mat.ucm.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Graduaciones de álgebras de Lie simples^{*}

Cristina Draper¹, Cándido Martín, Antonio Viruel²

Una graduación en un álgebra de Lie es una partición en subespacios compatible con el producto. Para una \mathbb{C} -álgebra de Lie finito-dimensional simple, si hay un grupo subyacente a dicha graduación (hecho que parece ser cierto siempre), la graduación es la diagonalización simultánea respecto a una colección de automorfismos del álgebra. Y si la graduación es fina (es decir, no puede partirse más), es la diagonalización simultánea respecto a lo que se llama un MAD: subgrupo maximal abeliano de automorfismos diagonalizables. La estructura y localización de dichos MAD's es el objetivo prioritario de esta charla: las graduaciones finas recogen las posibles formas de “ver” un álgebra determinada, estando relacionada cada una de ellas con un conjunto de simetrías del álgebra.

Keywords: graduación, subgrupo maximal abeliano de automorfismos diagonalizables, álgebras de Lie excepcionales

Mathematics Subject Classification 2000: 17B70

Referencias

- [1] C. Draper and C. Martín. Gradings on \mathfrak{g}_2 . *Linear Algebra and its Applications* **418**, 85–111, (2006).
- [2] C. Draper and C. Martín. Gradings on the Albert algebra and on \mathfrak{f}_4 . Próxima aparición en *Revista Matemática Iberoamericana*.

¹Departamento de Matemática Aplicada
Universidad de Málaga
Campus El Ejido, 29013, Málaga
cdf@uma.es

²Departamento de Álgebra, Geometría y Topología
Universidad de Málaga
Campus Teatinos, 29071, Málaga
candido@apncs.cie.uma.es
viruel@agt.cie.uma.es

^{*}Agradezco a Alberto Elduque el apoyo prestado durante toda la investigación sobre graduaciones de álgebras de Lie, la lectura detallada de los trabajos, ideas, comentarios, ejemplos y tiempo.

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Formalidad en geometría simpléctica

Marisa Fernández¹, Vicente Muñoz²,

La formalidad es una obstrucción topológica a la existencia de métricas Kähler sobre una variedad compacta. Esta propiedad resulta muy útil en geometría simpléctica, puesto que permite distinguir entre las variedades compactas simplécticas que admiten una métrica Kähler y aquéllas que no.

En esta conferencia recordaremos el concepto de variedad formal, y revisaremos esta propiedad en el contexto de la geometría simpléctica. En particular, utilizando las álgebras de Lie nilpotentes de dimensión 4, mostraremos que en cualquier dimensión ≥ 4 existe una variedad compacta simpléctica (no simplemente-conexa) que no es formal y, por tanto, no admite ninguna métrica Kähler. Un resultado de Miller y Neisendorfer establece que toda variedad (no necesariamente simpléctica) de dimensión ≤ 6 , compacta y simplemente conexa es formal. Sin embargo, utilizando una cierta álgebra de Lie nilpotente de dimensión 8, mostraremos que en cualquier dimensión ≥ 8 existen variedades compactas, simplemente conexas y simplécticas que no son formales.

Keywords: Geometría simpléctica, formalidad, Kähler

¹Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea

²ICMAT-CSIC y Universidad Complutense de Madrid

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Multiplicaciones formales, biálgebras de distribuciones y teoría de Lie no asociativa

J. Mostovoy¹, J. M. Pérez-Izquierdo²

En esta charla se presenta una versión no asociativa de la Teoría de Lie. En ella se muestra la relación entre lazos formales, álgebras de Sabinin de dimensión arbitraria y biálgebras no asociativas.

A partir de un lazo formal se construye su biálgebra de distribuciones. Al asociar a dicho lazo el espacio de elementos primitivos de su biálgebra de distribuciones se obtiene un funtor entre la categoría de lazos formales y la de álgebras de Sabinin. Este funtor presenta leves diferencias con el dado por Mikheev y Sabinin ya que solamente los multioperadores en ambas construcciones son distintos.

Las identidades satisfechas por un lazo producen identidades en su biálgebra de distribuciones. Por ejemplo, la asociatividad en un lazo implica la asociatividad de su biálgebra de distribuciones. Sin embargo, otras identidades tales como la de Moufang o la de Bol producen nuevos tipos de identidades en biálgebras.

Finalmente se definirá una clase de lazos formales para los cuales se cumple un teorema análogo al de Ado y se mostrará una nueva identidad para los números de Bernoulli que aparece en este contexto.

Keywords: Sabinin algebras, loops, bialgebras.

Mathematics Subject Classification 2000: 20N05, 17D99

¹Departamento de Matemáticas
CINVESTAV
Apartado Postal 14-740, C.P. 07000, México, D.F., México.
jacob.mostovoy@gmail.com

²Departamento de Matemáticas y Computación
Universidad de la Rioja
C/ Luis de Ulloa s/n, 26006, Logroño, España.
jm.perez@unirioja.es

Congreso de la Real Sociedad Matemática Española
Oviedo, 4 a 7 de febrero de 2009

Estructuras especiales en geometría y aplicaciones a la teoría de cuerdas

R. Villacampa¹

El objetivo de esta charla es mostrar nuevas soluciones explícitas a las ecuaciones supersimétricas heteróticas con fuerza de campo no nula y dilatón constante en dimensiones 6, 7 y 8. Estas soluciones, que parecen ser las primeras compactas en la literatura, verifican además de las ecuaciones del movimiento.

Los ejemplos que presentamos son nilvariedades dotadas de ciertas estructuras geométricas especiales, concretamente $SU(3)$, G_2 y $Spin(7)$ -estructuras. Una nilvariedad M es un cociente compacto de un grupo de Lie G nilpotente y simplemente conexo por un subgrupo discreto Γ , i.e. $M = \Gamma \backslash G$. El estudio de estructuras geométricas invariantes sobre nilvariedades puede hacerse a través del álgebra de Lie asociada a G . Recíprocamente, dada un álgebra de Lie \mathfrak{g} cuyas constantes de estructura son números racionales, existe una nilvariedad M con álgebra de Lie asociada \mathfrak{g} y las estructuras especiales sobre \mathfrak{g} inducen estructuras especiales sobre M . (Trabajo conjunto con M. Fernández, S. Ivanov y L. Ugarte.)

Keywords: conexiones especiales, holonomía, teoría de cuerdas.

Mathematics Subject Classification 2000: 53C07, 53C29, 81T30, 17B30

¹Departamento de Matemáticas–I.U.M.A.
Universidad de Zaragoza
Campus Plaza San Francisco, 50009 Zaragoza.
raquelvg@unizar.es

Índice alfabético

Bajo, Ignacio, 2

Benayadi, Saïd, 2

Castrillón López, Marco, 3

Draper, Cristina, 4

Fernández, Marisa, 5

Martín, Cándido, 4

Medina, Alberto, 2

Mostovoy, J., 6

Muñoz, Vicente, 5

Pérez-Izquierdo, J. M., 6

Villacampa, R., 7

Viruel, Antonio, 4