

# **UNIVERSIDAD DE OVIEDO**

# DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, DE COMPUTADORES Y DE SISTEMAS

# ELEMENTOS MAGNÉTICOS INTEGRADOS PARA APLICACIÓN EN CONVERTIDORES ELECTRÓNICOS DE ALTA DENSIDAD DE POTENCIA

**Tesis Doctoral** 

por

MIGUEL ÁNGEL JOSÉ PRIETO

Gijón, Mayo de 2000

# TESIS

# ELEMENTOS MAGNÉTICOS INTEGRADOS PARA APLICACIÓN EN CONVERTIDORES ELECTRÓNICOS DE ALTA DENSIDAD DE POTENCIA

por

Miguel Ángel José Prieto

presentada en el

# DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA,

## **DE COMPUTADORES Y SISTEMAS**

de la

#### **UNIVERSIDAD DE OVIEDO**

para la obtención del

Grado de Doctor Ingeniero Industrial

GIJÓN, MAYO DE 2000

# **TESIS DOCTORAL**

# ELEMENTOS MAGNÉTICOS INTEGRADOS PARA APLICACIÓN EN CONVERTIDORES ELECTRÓNICOS DE ALTA DENSIDAD DE POTENCIA

por

Miguel Ángel José Prieto

Director de la tesis: D. Juan Manuel Lopera Ronda

#### **TRIBUNAL CALIFICADOR**

- Presidente: D. Javier Uceda Antolín
- Secretario: D. Fernando Nuño García
- Vocales: D. Javier Sebastián y Zúñiga
  - D. Abelardo Martínez Iturbe
  - **D. Enrique Maset Sancho**

A mis dos mujeres: mi madre, que me lo dio todo, e Inamary, que me acompaña en el resto del camino.

#### Agradecimientos

En primer lugar, debo agradecer a Juan Manuel Lopera, Director de la presente Tesis Doctoral, todos los consejos y sugerencias que me brindó y sin los cuales este trabajo no habría sido posible.

También quiero expresar mi agradecimiento a todos mis compañeros del Área de Tecnología Electrónica que contribuyeron a la finalización de esta obra; especialmente a Alberto, cuyo apoyo quedó patente de manera muy directa desde los primeros momentos aportando ideas y puntos de vista muy interesantes, pero también a Fernando, Viti, Linera y Juan, que asumieron parte de mis obligaciones permitiéndome dedicar más tiempo a la redacción y edición de este volumen.

Por último, sería injusto olvidar a aquellas personas que me ofrecieron su ayuda desinteresada para incluir datos adicionales que completan el presente trabajo. Gracias:

- A John Reilly (AVX Limited, Irlanda del Norte), que facilitó las muestras de componentes magnéticos integrados que se analizan en las páginas finales de esta obra y explicó las características y limitaciones de la tecnología que se utilizó para conseguirlas.
- A Javier Belzunce Varela (Departamento de Ciencia de Materiales e Ingeniería Metalúrgica de la Universidad de Oviedo), por cortar algunas de las muestras disponibles y ayudar a visualizar la auténtica forma y distribución de las capas conductoras en las mismas.

Gracias a todos.

#### **OBJETIVOS Y RESUMEN DE LA TESIS**

Todos los circuitos electrónicos, tanto analógicos como digitales, necesitan de un sistema de alimentación que suministre una tensión continua estable y que se adapte, a su vez, a los requerimientos del circuito alimentado en lo que se refiere a tamaño, peso, precio, fiabilidad, etc. Esta necesidad ha sido cubierta de diversos modos en función del estado de la tecnología en cada momento.

Cronológicamente, se puede decir que la solución inicial más extendida correspondió al empleo de los convertidores lineales, solución que aún no ha quedado descartada, sino que sigue siendo una opción válida en muchos casos para bajas potencias. Sin embargo, a medida que se avanzaba en el camino de la reducción de los tamaños de los circuitos electrónicos, se hizo necesario también reducir el equipo que los alimentaba y obtener en éste un buen rendimiento de manera que mejorara en su totalidad la densidad de potencia. La consecución de estos objetivos fue posible gracias a los convertidores conmutados, en los cuales la regulación de la salida se lleva a cabo mediante dispositivos trabajando en conmutación y elementos reactivos, siendo estos últimos los que acaparan realmente el mayor porcentaje del volumen total de equipo.

La reducción del tamaño de los convertidores conmutados pasa en un primer momento por el aumento de la frecuencia de trabajo para poder usar así elementos reactivos más pequeños, pero esto trae consigo varios fenómenos indeseables, como por ejemplo un aumento de las pérdidas en los interruptores y un comportamiento de los elementos magnéticos diferente al que ofrecen a frecuencias más bajas (efecto piel, efecto proximidad, etc.). Este hecho obliga a buscar otras soluciones que permitan obtener componentes más pequeños. En este afán de integración de componentes electrónicos, se ha llegado a conseguir miniaturizar prácticamente todos los dispositivos semiconductores, así como las resistencias y los condensadores de baja potencia utilizados en circuitería de señal y/o de control. Sin embargo, las bobinas y condensadores encargados de manejar potencia en los circuitos electrónicos han quedado un tanto rezagados en este proceso de miniaturización.

i

El presente trabajo doctoral pretende realizar algunas aportaciones en lo que se refiere a la reducción de tamaño de los elementos magnéticos utilizados en convertidores de potencia, proponiendo un método de integración magnética basado en una tecnología bien conocida como es la tecnología de capa gruesa. La integración a que se hace referencia no debe entenderse como la obtención de diferentes elementos magnéticos en un mismo núcleo (técnica que ha recibido este nombre en varias ocasiones), sino como un proceso de miniaturización en el cual núcleo y devanados quedan formando parte de un todo inseparable. Es decir, se trata de una integración de los devanados dentro del núcleo magnético. Incluso se puede ir más allá y afirmar que, con el método propuesto en este trabajo, se puede pensar en desarrollar un convertidor electrónico donde los componentes magnéticos aparezcan integrados en el mismo.

Para ello, se comienza por resumir las ecuaciones que rigen el comportamiento de los componentes magnéticos en el primer Capítulo. Algunas de estas ecuaciones serán utilizadas a lo largo de la presente Tesis Doctoral, resultando por ello conveniente familiarizarse con ellas.

En el Capítulo segundo se hace un repaso a la situación actual recogiendo cuál es el estado del arte en lo que a integración de componentes magnéticos se refiere. Se muestran distintos trabajos que permiten hacerse una idea de las características que pueden presentar los componentes magnéticos conseguidos mediante las diferentes formas de integración propuesta. Estas características podrán ser utilizadas como base para comparar con los resultados que se obtengan mediante el método propuesto.

El Capítulo tercero describe la utilización de la tecnología de capa gruesa aplicada a la obtención de componentes magnéticos. En este Capítulo se lleva a cabo un primer análisis de las posibles estructuras magnéticas a desarrollar, lo cual permite determinar cuáles son las que van a resultar más adecuadas para conseguir los objetivos que se persiguen. Asimismo se indican una serie de limitaciones tecnológicas que afectan a los componentes magnéticos obtenidos mediante este método, al tiempo que se dictan una serie de consejos sobre la disposición más adecuada de los devanados.

Una vez definidas las formas y características de las estructuras magnéticas integradas mediante tecnología de capa gruesa, el cuarto Capítulo aplica estos resultados

ii

a la obtención de bobinas con conductores embebidos en ferrita. En este Capítulo se desarrolla el llamado método de las trayectorias elípticas que permite determinar la inductancia de la estructura en cuestión. Este dato, junto con la información de su resistencia serie y de la corriente que puede manejar, da lugar a una serie de ecuaciones de diseño que permiten desarrollar bobinas integradas de acuerdo con unas especificaciones dadas. En este Capítulo se indica cómo usar las ecuaciones de diseño para obtener el resultado deseado. Asimismo, se dan una serie de indicaciones sobre la disposición más adecuada de los devanados.

Análogamente a lo hecho con bobinas integradas, el Capítulo cinco se dedica a estudiar los transformadores con conductores embebidos en ferrita. El modelado de estos dispositivos pasa por la determinación de los parámetros de un modelo clásico de transformador, a saber, inductancia magnetizante, resistencia serie e inductancia de dispersión. Si bien los dos primeros parámetros citados se calculan a partir de las ecuaciones ya obtenidas para las bobinas integradas, la inductancia de dispersión se determinará mediante un cálculo basado en el modelo de reluctancias presentado por Dauhajre. También como en el caso de las bobinas, se sugiere un posible uso de las ecuaciones de diseño para obtener los componentes especificados en cada caso.

La validez de las conclusiones extraídas de los capítulos anteriores se comprueba por dos caminos distintos en el Capítulo sexto. Por un lado, se lleva a cabo una comparación de los resultados obtenidos a partir de las ecuaciones de diseño desarrolladas a lo largo de esta Tesis Doctoral con los ofrecidos por programas de análisis mediante elementos finitos. Por otro, los resultados del modelo propuesto se comparan con los valores medidos directamente sobre una serie de muestras disponibles. Todo esto, llevado a cabo tanto para bobinas como para transformadores, se completa con la caracterización de un convertidor cc/cc que incluye una bobina integrada mediante tecnología de capa gruesa como las estudiadas en este trabajo.

En el séptimo y último capítulo del presente trabajo doctoral, se recogen las conclusiones que se derivan del mismo y las posibles líneas de trabajo que, en un futuro, podrían complementar la aquí presentada.

iii

# **CONTENIDO**

COI	NCEPTOS BÁSICOS DE ELECTROMAGNETISMO _	1
1.1	PRINCIPIOS DE LA TEORÍA ELECTROMAGNÉTICA	2
	1.1.1. Ley de Biot-Savart	2
	1.1.2. Ley de Ampère	3
	1.1.3. Ley de Faraday de la inducción electromagnética	4
	1.1.4. ENERGÍA EN EL CAMPO MAGNÉTICO	4
	1.1.5. Ley de la divergencia	5
1.2.	CIRCUITOS MAGNÉTICOS	5
1.3.	ELEMENTOS MAGNÉTICOS	8
	1.3.1. Bobinas	8
	1.3.1.1. Inductancia	8
	1.3.1.2. Efecto de un entrehierro	11
	1.3.1.3. Bobinas con núcleos abiertos	14
	1.3.1.4. Energía almacenada en una bobina	15
	1.3.2. TRANSFORMADORES	17
	1.3.2.1. El transformador ideal	17
	1.3.2.2. Inductancia magnetizante	19
	1.3.2.3. La inductancia de dispersión	20
1.4.	CONCLUSIONES	24
REFE	ERENCIAS	24

# INTEGRACIÓN DE ELEMENTOS MAGNÉTICOS \_\_\_\_\_ 25

2.1.	REDUCCIÓN DEL TAMAÑO DE LOS ELEMENTOS MAGNÉTICOS EN		
	CONVERTIDORES DE POTENCIA	26	
2.2.	DISPOSITIVOS MAGNÉTICOS CON ESTRUCTURA TELA	27	
2.3.	BOBINAS PLANAS SOBRE SUBSTRATOS MAGNÉTICOS	32	
2.4	ESTRUCTURAS PLANAS TIPO SANDWICH	37	
2.5.	ESTRUCTURAS PLANAS CON NÚCLEO CERRADO	45	
2.6.	ESTRUCTURAS ESPECIALES	52	
2.7.	CONCLUSIONES	58	
REFE	REFERENCIAS		

# INTEGRACIÓN MAGNÉTICA MEDIANTE TECNOLOGÍA DE CAPA GRUESA \_\_\_\_\_\_63

3.1.	JUSTIFICACIÓN DEL USO DE TECNOLOGÍA DE CAPA GRUESA	64
3.2.	ANÁLISIS SIMPLIFICADO DE LAS ESTRUCTURAS MAGNÉTICAS OBTENIDAS	67
	3.2.1. ANÁLISIS CUALITATIVO DE ESTRUCTURAS PLANAS	68
	3.2.2. ANÁLISIS CUALITATIVO DE ESTRUCTURAS APILADAS	72
3.3.	LIMITACIONES TECNOLÓGICAS	76
	3.3.1. ACOPLAMIENTO EN ESTRUCTURAS PLANAS	79
	3.3.2. ACOPLAMIENTO EN ESTRUCTURAS APILADAS	83
3.4.	DISPOSICIÓN DE LOS DEVANADOS	86
3.5.	CONCLUSIONES	88

# **BOBINAS CON CONDUCTORES EMBEBIDOS EN**

# FERRITA\_\_\_\_\_\_91

4.1.	DETERMINACIÓN DE LAS TRAYECTORIAS MAGNÉTICAS	92
4.2.	MÉTODO DE LAS TRAYECTORIAS ELÍPTICAS	94
4.3.	CÁLCULO DE LA RESISTENCIA SERIE	97
4.4.	USO DE LAS VARIABLES DE DISEÑO	.100
4.5.	DISPOSICIÓN DE LOS DEVANADOS	.102
	4.5.1. SEPARACIÓN ENTRE CONDUCTORES	.103
	4.5.2. NÚMERO DE MEANDROS	.110
4.6.	UTILIZACIÓN DE LAS ECUACIONES DE DISEÑO	.111
4.7.	CONCLUSIONES	.119
REFE	RENCIAS	.121

# TRANSFORMADORES CON CONDUCTORES EMBEBIDOSEN FERRITA123

5.1.	ESTRUCTURA DE LOS TRANSFORMADORES INTEGRADOS	24
5.2.	INDUCTANCIA MAGNETIZANTE Y RESISTENCIA SERIE	.26
5.3.	INDUCTANCIA DE DISPERSIÓN1	.29
	5.3.1. MODELO DE RELUCTANCIAS PARA EL CÁLCULO DE LA DISPERSIÓN	30
	5.3.2. DISPERSIÓN EN EL CASO DE DEVANADOS AGRUPADOS	37

	5.3.3. DISPERSIÓN EN EL CASO DE DEVANADOS ENTRELAZADOS	139
5.4.	UTILIZACIÓN DE LAS ECUACIONES DE DISEÑO	. 141
5.5.	CONCLUSIONES	154
REFE	RENCIAS	155

# RESULTADOS EXPERIMENTALES\_\_\_\_\_\_157

6.1.	BOBI	NAS	
	6.1.1.	COMPARACIÓN CON ANÁLISIS MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS	
		6.1.1.1. Falta de acoplamiento en estructuras planas	159
		6.1.1.2. Conexión de capas en paralelo	162
		6.1.1.3. Bobinas con vueltas acopladas	162
	6.1.2.	COMPARACIÓN CON MEDIDAS SOBRE MUESTRAS	164
	6.1.3.	OTRAS MEDIDAS	
		6.1.3.1. Resistencia serie en continua	168
		6.1.3.2. Medida de la máxima corriente permitida	169
	6.1.4.	RESUMEN DE RESULTADOS	
6.2.	TRAN	NSFORMADORES	
	6.2.1.	COMPARACIÓN CON ANÁLISIS MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS	
		6.2.1.1. Transformador tipo I	176
		6.2.1.2. Transformador tipo II	180
	6.2.2.	COMPARACIÓN CON MEDIDAS SOBRE MUESTRAS	
	6.2.3.	RESUMEN DE RESULTADOS	
6.3.	ASPE	CTOS CONSTRUCTIVOS DE LAS MUESTRAS	
6.4.	INCL	USIÓN EN CONVERTIDORES CC/CC	192

	6.4.1. CONVERTIDOR IMPLEMENTADO	.192	
	6.4.2. FUNCIONAMIENTO ESTÁTICO DEL CONVERTIDOR	.195	
	6.4.3. FUNCIONAMIENTO DINÁMICO	.198	
	6.4.4. RESUMEN DE RESULTADOS	.200	
6.5.	CONCLUSIONES	.200	
REFE	REFERENCIAS		

CONCLUSIONES		_ 203
7.1.	APORTACIONES DEL PRESENTE TRABAJO	204
7.2.	SUGERENCIAS PARA FUTUROS TRABAJOS	207
REFE	ERENCIAS	208

ANEXO B 2	227

# LISTA DE SIMBOLOS

а	Semieje de una trayectoria elíptica descrita por el flujo magnético (m)		
Α	Area $(m^2)$		
$A_e$	Area efectiva de núcleo magnético (m <sup>2</sup> )		
$A_{min}$	Mínima sección por la que circula el flujo en una estructura magnética $(m^2)$		
$A_L$	Factor de inductancia (H/vuelta <sup>2</sup> )		
b	Semieje de una trayectoria elíptica descrita por el flujo magnético (m)		
В	Vector densidad de flujo magnético		
В	Módulo del vector densidad de flujo magnético (T)		
B <sub>cen</sub>	Densidad de flujo magnético en el interior de un solenoide (T)		
B <sub>ext</sub>	Densidad de flujo magnético en los extremos de un solenoide (T)		
<b>B</b> <sub>máx</sub>	Máxima densidad de flujo magnético aceptable en una estructura (T)		
B <sub>sat</sub>	Densidad de flujo de saturación (T)		
С	Número de capas en uno de los devanados de un transformador integrado		
<i>cond<sub>máx</sub></i>	Máximo número de capas conductoras en una estructura magnética integrada		
d	Separación entre conductores apilados en estructuras magnéticas (m)		

dl Vector diferencial de longitud

xi

*dl Módulo de elemento diferencial de longitud (m)* 

e 1. Espesor total de los conductores en estructuras magnéticas integradas (m)
2. Fuerza electromotriz (V)

f Frecuencia (Hz)

- f.e.m. Fuerza electromotriz (V)
- f.m.m. Fuerza magnetomotriz (A·vuelta)
- F Fuerza magnetomotriz (A·vuelta)
- g 1. Espesor de las "tapas" de ferrita en estructuras magnéticas integradas (m)
  2. Entrehierro en un núcleo magnético (m)
- grosor<sub>máx</sub> Máximo espesor total de la estructura magnética integrada (m)
- *H* Vector intensidad de campo magnético
- *H Módulo del vector intensidad de campo magnético (A·vuelta/m)*

i	Intensidad de corriente (A)
<i>i</i> 1	Corriente por el devanado primario de un transformador (A)
$i_2$	Corriente por el devanado secundario de un transformador (A)
<i>i<sub>capa1</sub></i>	Corriente por cada una de las capas del devanado primario (A)

 $i_{capa2}$  Corriente por cada una de las capas del devanado secundario (A)

- $i_L$  Corriente por una bobina (A)
- $i_M$  Corriente magnetizante en un transformador (A)
- I Intensidad de corriente (A)
- *I<sub>e</sub> Corriente de entrada en un convertidor (A)*
- $I_{efl}$  Valor eficaz de la corriente que circula por el devanado primario (A)
- $I_{ef2}$  Valor eficaz de la corriente que circula por el devanado secundario (A)
- $I_{máx}$  Máxima corriente admisible en una estructura sin dar lugar a saturación (A)
- *I*<sub>s</sub> *Corriente de salida en un convertidor (A)*
- k Relación entre la inductancia de dispersión y la magnetizante ( $k = L_{disp1}/L_M$ )
- *l Longitud de una estructura magnética (m)*
- *l*<sub>c</sub> Longitud de núcleo magnético (m)
- *l*<sub>e</sub> Longitud efectiva de núcleo magnético (m)
- $l_{nec}$  Longitud necesaria de la estructura para conseguir una inductancia dada (m)
- *L* Inductancia o coeficiente de autoinducción (H)
- *L*<sub>disp</sub> Inductancia de dispersión de un transformador (H)
- *L*<sub>disp1</sub> *Parte de la inductancia de dispersión asociada al primario (H)*
- $L_{disp2}$  Parte de la inductancia de dispersión asociada al secundario (H)
- $L_{ext}$  Inductancia obtenida del modelo de reluctancias para calcular  $L_{disp}(H)$

Lint	Inductancia obtenida del modelo de reluctancias para calcular $L_{disp}$ (H)			
$L_M$	Inductancia magnetizante en el modelo clásico de transformador (H)			
L <sub>M_mín</sub>	Mínimo valor especificado para la inductancia magnetizante (H)			
$L_{obj}$	Valor de inductancia que se pretende conseguir (H)			
п	Número de capas conductoras en paralelo que constituyen un conductor			
$n_1$	Número de capas conductoras en paralelo que constituyen el primario			
$n_2$	Número de capas conductoras en paralelo que constituyen el secundario			
Ν	Número de vueltas en una estructura magnética			
$N_l$	Número de vueltas del devanado primario			
$N_2$	Número de vueltas del devanado secundario			
р	Número de pasos de un conductor tipo meandro en una estructura magnética			
P <sub>cond1</sub>	Pérdidas de conducción en el primario de un transformador (W)			
P <sub>cond2</sub>	Pérdidas de conducción en el secundario de un transformador (W)			
Ρ	Permeancia (H/vuelta <sup>2</sup> )			
P <sub>ext</sub>	Permeancia externa del modelo de reluctancias para calcular $L_{disp}$ (H/vuelta <sup>2</sup> )			
P <sub>int</sub>	Permeancia interna del modelo de reluctancias para calcular $L_{disp}$ (H/vuelta <sup>2</sup> )			
P <sub>tot</sub>	<i>Permeancia total (por unidad de longitud) de una estructura (H·m<sup>-1</sup>/vuelta<sup>2</sup>)</i>			

*Q* Factor de calidad de una bobina ( $Q = \bigvee L / R$ )

r	Radio (m)
r <sub>t</sub>	Relación de transformación en un transformador
R	Resistencia (W)
<i>R</i> <sub>capa</sub>	Resistencia serie de una capa conductora (W)
$R_{dc}$	Resistencia de continua (W
$R_{dc1}$	Resistencia de continua del devanado primario de un transformador ( $W$
$R_{obj}$	Valor de resistencia serie que se pretende conseguir (W
R <sub>obj1</sub>	Valor de resistencia serie que se pretende conseguir en el primario (W
$R_s$	Resistencia serie (W
$R_{sI}$	Resistencia serie del devanado primario (W
$R_{s2}$	Resistencia serie del devanado secundario (W
$R_{sq}$	Resistencia por cuadro de la pasta conductora usada (W/ $~$ )
R	Reluctancia (vuelta <sup>2</sup> /H o A·vuelta/Wb)
$R_{c}$	Reluctancia del núcleo magnético (vuelta <sup>2</sup> /H)
$R_{disp}$	Reluctancia del camino de dispersión (vuelta <sup>2</sup> /H)
R <sub>ext</sub>	Reluctancia externa utilizada para calcular $L_{disp}$ (vuelta <sup>2</sup> /H)
$R_{g}$	Reluctancia del entrehierro (vuelta <sup>2</sup> /H)
R' <sub>g</sub>	Reluctancia del entrehierro considerando el abombamiento (vuelta <sup>2</sup> /H)

R int	Reluctancia interna utilizada para calcular $L_{disp}$ (vuelta <sup>2</sup> /H)	
<i>R</i> <sub><i>р.и.</i></sub>	Reluctancia por unidad de longitud (vuelta <sup>2</sup> ·m/H)	
R <sub>tot</sub>	Reluctancia total que define una inductancia determinada (vuelta <sup>2</sup> /H)	
S	Separación entre conductores en estructuras magnéticas integradas (m)	
$S_c$	Sección de un conductor $(m^2)$	
t	Tiempo (s)	
<i>t</i> <sub>cond</sub>	Espesor de cada una de las capas que forman un conductor (m)	
t <sub>fer</sub>	Espesor de la ferrita existente entre las capas que forman un conductor (m)	
<i>u</i> <sub>L</sub>	Tensión entre los terminales de una bobina (V)	
<i>U</i> <sub>r</sub>	Vector unitario en la dirección definida por la distancia r	
<i>v</i> <sub>1</sub>	Tensión en el devanado primario de un transformador (V)	
<i>v</i> <sub>2</sub>	Tensión en el devanado secundario de un transformador (V)	
V	Volumen $(m^3)$	
$V_c$	Volumen del núcleo magnético (m <sup>3</sup> )	
$V_e$	Tensión de entrada en un convertidor (V)	
$V_g$	Volumen definido por el entrehierro (m <sup>3</sup> )	

- $V_{nec}$  Volumen que origina una estructura magnética de longitud  $l_{nec}$  (m<sup>3</sup>)
- *V<sub>s</sub> Tensión de salida en un convertidor (V)*
- *w* Anchura de los conductores en estructuras magnéticas integradas (m)
- $w_{disp}$  Densidad de energía de dispersión en una estructura magnética  $(J/m^3)$
- $w_m$  Densidad de energía magnética  $(J/m^3)$
- *W<sub>c</sub>* Energía almacenada en el núcleo (J)
- $W_{disp}$  Energía de dispersión en una estructura magnética (J)
- *W<sub>g</sub>* Energía almacenada en el entrehierro (*J*)
- $W_L$  Energía total almacenada en una bobina (J)
- W<sub>m</sub> Energía magnética (J)
- x Variable de integración
- $Z_1$  Impedancia referida al devanado primario de un transformador (W)
- Z<sub>2</sub> Impedancia referida al devanado secundario de un transformador (W)
- h Rendimiento de un sistema
- Flujo total de enlace (Wb·vuelta)

Permeabilidad magnética (H/m)

μ

$\mu_0$	Permeabilidad magnética del vacío $(4 \cdot p 10^{-7} H/m)$	
$\mu_c$	Permeabilidad del núcleo magnético (H/m)	
$\mu_r$	Permeabilidad magnética relativa ( $\mu = \mu_r \cdot \mu_0$ )	
r	Resistividad ( $W \cdot m$ )	
S	Conductividad ( $W^1 \cdot m^{-1}$ )	
DB	Variación de densidad de flujo en una estructura magnética (T)	
$DB_{máx}$	Máxima variación permitida de la densidad de flujo en una estructura (T)	
F	Flujo magnético (Wb)	
F disp	Flujo de dispersión en una estructura magnética (Wb)	
F <sub>g</sub>	Flujo magnético en el entrehierro de una estructura magnética (Wb)	
F <sub>máx</sub>	Máximo valor de flujo magnético producido en una estructura magnética (Wb)	

# 1

# CONCEPTOS BÁSICOS DE ELECTROMAGNETISMO

La tendencia a reducir el peso y el tamaño de los equipos electrónicos, ha favorecido el desarrollo de técnicas de integración de muchos de los componentes que forman parte de los equipos electrónicos conmutados (semiconductores, resistencias, condensadores, ...). Sin embargo, los elementos magnéticos parecen ir varios pasos por detrás en este proceso de integración, y siguen siendo los componentes más voluminosos en los equipos electrónicos que los incorporan.

Los elementos magnéticos se dividen en forma general en dos grandes grupos según la función que realizan: bobinas (dispositivos que almacenan en forma de campo magnético la energía procedente de un campo eléctrico) y transformadores (convierten la energía de un campo eléctrico en un campo magnético para volver a convertirla en un nuevo campo eléctrico y conseguir así modificar las propiedades del campo inicial; además proporcionan aislamiento galvánico).

Esta división general es muy simple, ya que las misiones específicas de los componentes magnéticos son muy variadas. En un circuito electrónico es posible encontrar elementos tan diversos como transformadores de baja frecuencia, bobinas para filtros, transformadores de potencia de alta frecuencia, transformadores de impulsos, bobinas auxiliares para circuitos resonantes, amplificadores magnéticos, transformadores de estos de corriente y de señal, etc. Pese a esta enorme variedad, el funcionamiento de estos dispositivos responde siempre a una serie de ecuaciones básicas que pasan a describirse en el presente Capítulo.

1

# 1.1 PRINCIPIOS DE LA TEORÍA ELECTROMAGNÉTICA

Dado que en la presente Tesis Doctoral se plantea el análisis de determinadas estructuras de bobinas y transformadores trabajando a alta frecuencia, resulta conveniente recoger en esta primera Sección las leyes y principios fundamentales que describen el comportamiento electromagnético, que es el que da lugar al comportamiento de los mencionados elementos [1.1-1.3].

## 1.1.1. Ley de Biot-Savart

En muchas aplicaciones resulta interesante determinar el campo magnético producido por un circuito por el que circula corriente. En estos casos, la ley de Biot-Savart permite determinar la densidad de flujo magnético B causada por un elemento de corriente  $I \cdot dl$  a una distancia r del mismo.

$$\mathbf{d}\boldsymbol{B} = \frac{\mathsf{m}\,I}{4\cdot\mathsf{p}} \cdot \frac{\mathbf{d}\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{u}_r}{r^2} \tag{1.1}$$

donde  $\mu$  es la permeabilidad del medio, *I* es la corriente que circula por el conductor, *r* es la distancia entre el punto considerado y el elemento de corriente,  $u_r$  es un vector unitario en la dirección de la recta que va del elemento de corriente al punto considerado, y d*l* es un vector diferencial tangente al elemento de corriente considerado y cuyo sentido es el de la intensidad circulante. La geometría implicada en esta expresión se recoge en la Figura 1.1.



Figura 1.1. Campo magnético producido por un elemento de corriente.

Dado que un elemento de corriente no puede existir por sí mismo, la Ecuación (1.1) estará completa solamente si se integra la expresión a lo largo de todo el circuito del cual  $I \cdot dI$  no es más que un elemento diferencial. Un circuito completo, como el mostrado en la Figura 1.2, producirá un campo magnético **B** en el punto P dado por



Figura 1.2. El valor de **B** en un punto es la suma de los efectos de todos los elementos I·dl del circuito.

#### 1.1.2. Ley de Ampère

La ley de Ampère relaciona el valor del vector intensidad de campo magnético *H* con la corriente *I* que origina dicho campo. Esta ley indica que

$$\oint \boldsymbol{H} \cdot \mathbf{d}\boldsymbol{l} = \boldsymbol{I} \tag{1.3}$$

Esta expresión refleja la relación directa que existe entre H e I y determina las unidades de H como amperios por metro (A/m). Si un camino encierra una misma corriente N veces, el segundo miembro de la Ecuación (1.3) se convierte simplemente en  $N \cdot I$ , dando lugar a la expresión más general de la ley de Ampère:

$$\oint \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = N \cdot \boldsymbol{I} \tag{1.4}$$

La ley de Ampère es de gran utilidad en el estudio de bobinas y transformadores, así como en los casos en que sea necesario determinar el campo magnético a partir de corrientes con cierto grado de simetría.

## 1.1.3. Ley de Faraday de la inducción electromagnética

El trabajo experimental de Michael Faraday (Londres, 1831) demostró que una variación del campo magnético que enlaza una espira de hilo, induce una tensión (fuerza electromotriz) en la espira. Esta fuerza electromotriz (f.e.m.) es proporcional a la variación con el tiempo del flujo magnético a través de la espira. El flujo magnético puede variar con el tiempo de varias maneras. La espira puede estar fija en el espacio mientras que el campo cambia con el tiempo, como por ejemplo cuando se produce por una corriente alterna o cuando un imán permanente se mueve acercándose o alejándose de la espira. La espira puede también moverse o cambiar su forma en un campo magnético estático. La polaridad de la tensión inducida viene dada por la ley de Lenz: produce una corriente en la espira que da lugar a un campo magnético que se opone al cambio de flujo. Según esto, la ley de Faraday puede escribirse de la forma

$$e = -\frac{\mathrm{dF}}{\mathrm{d}t} \tag{1.5}$$

donde e es la f.e.m. inducida en la espira y F es el flujo magnético a través de la misma.

Cuando hay *N* vueltas, el segundo miembro de la Ecuación (1.5) debe multiplicarse por este valor, obteniéndose así:

$$e = -N \cdot \frac{\mathrm{dF}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{dI}}{\mathrm{d}t}$$
(1.6)

siendo  $I = N \cdot F$  lo que se conoce por flujo magnético de enlace o flujo total de enlace.

#### 1.1.4. Energía en el campo magnético

Para inducir corrientes en espiras conductoras se requiere un trabajo que se almacenará como energía magnética. La densidad de energía en cualquier punto del campo magnético viene dada por la Ecuación (1.7).

$$w_m = \int \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{B} \tag{1.7}$$

donde  $w_m$  es la densidad de energía (expresada en J/m<sup>3</sup>), **B** es el vector densidad de flujo (medido en teslas) y **H** es el vector intensidad de campo magnético (en A/m).

Para el caso particular de medios isótropos (aquéllos cuyas propiedades son independientes de la dirección considerada), se verifica

$$\boldsymbol{B} = \mathbf{m}\,\boldsymbol{H} \tag{1.8}$$

siendo  $\mu$  la permeabilidad magnética del medio (para el vacío se tiene  $\mu_0=4\cdot\pi\cdot10^{-7}$  H/m), con lo cual, la densidad de energía magnética se puede expresar en estos casos como

$$w_m = \frac{1}{2} \cdot \mathsf{m} \, H^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mathsf{m}} \tag{1.9}$$

#### 1.1.5. Ley de la divergencia

Se trata de una de las ecuaciones de Maxwell, cuya expresión es

$$\operatorname{div} \boldsymbol{B} = 0 \tag{1.10}$$

La interpretación de esta ley permite deducir que no hay fuentes de flujo magnético, sino que las líneas de flujo magnético son continuas y forman trayectorias que se cierran sobre sí mismas, sin fuentes ni sumideros.

# 1.2. CIRCUITOS MAGNÉTICOS

La ley de la divergencia que se acaba de comentar, indica que las líneas de flujo magnético forman curvas cerradas. Si todo el flujo magnético (o una gran parte del mismo) asociado con una determinada distribución de corrientes se confina en una serie de trayectorias bastante bien definida, entonces se puede hablar de un circuito magnético. Esta es una buena aproximación para el caso de materiales ferromagnéticos, que tienen una permeabilidad  $\mu$  muy elevada y consiguen así que haya pocas pérdidas de flujo.

La buena definición de las trayectorias permite determinar los flujos magnéticos en las mismas, y ahí reside su interés. En la Figura 1.3 se muestra un circuito de estas características formado por un anillo de material ferromagnético sobre el que se arrolla un devanado toroidal.

5



Figura 1.3. Devanado toroidal.

Dado que en cualquier circuito magnético la ley de Ampère describe la relación que existe entre la corriente eléctrica que genera un campo magnético y el propio campo, para el caso expuesto en la Figura 1.3, con un total de *N* vueltas, se cumplirá

$$\oint_{\mathcal{C}} \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = N \cdot \boldsymbol{I} \tag{1.11}$$

En esta ecuación, el sentido del vector intensidad de campo H respecto a la intensidad I viene dado por la regla de la mano derecha.

La expresión anterior se puede escribir también de la forma

$$\oint_{C} \frac{\mathsf{F} \cdot \mathsf{d}l}{\mathsf{m}\,A_{e}} = N \cdot I \tag{1.12}$$

siendo  $A_e$  el área de la sección transversal del núcleo en el punto considerado. Dado que en un circuito magnético como el considerado se espera que el flujo F sea constante en todos los puntos (aceptando los dictámenes de la ley de la divergencia comentada en la Sección 1.1.5), la Ecuación (1.12), se convierte en

$$\mathsf{F} \cdot \oint_{\mathsf{C}} \frac{\mathrm{d}l}{\mathsf{m}\,A_e} = N \cdot I \tag{1.13}$$

A la vista de esta expresión, se define la reluctancia del circuito magnético como

$$R = \oint_{C} \frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{m}\,A_{e}} \tag{1.14}$$

magnitud que se expresa en A/Wb y es un parámetro que depende exclusivamente de las características del medio y de la geometría del circuito magnético. La definición de

reluctancia en un circuito magnético exige que el flujo sea idéntico para todos los tramos del mismo. Si no fuera así, sería necesario definir una reluctancia para cada uno de los tramos en los que sí se cumple la constancia del flujo.

A partir de la anterior definición, se puede volver a escribir la ley de Ampère de la Ecuación (1.4) en la forma

$$F = N \cdot I = R \cdot F \tag{1.15}$$

expresión en la que F se conoce como fuerza magnetomotriz (f.m.m.), y que presenta una clara analogía con la expresión correspondiente a un circuito eléctrico (ley de Ohm), en el que se verifica

$$e = R \cdot I \tag{1.16}$$

Las magnitudes en las que se centra la analogía existente entre los circuitos eléctricos y los magnéticos son

<i>e</i> (f.e.m.)	$\rightarrow$	<i>F</i> (f.m.m.)
R (resistencia)	$\rightarrow$	R (reluctancia)
I (intensidad de corriente)	$\rightarrow$	F (flujo magnético)

La reluctancia es, por tanto, una medida de la "resistencia" que presenta el circuito magnético o parte del mismo a la "circulación" del flujo magnético. La analogía con el circuito eléctrico puede emplearse para el análisis de circuitos magnéticos complejos, siendo posible la combinación de reluctancias en serie y en paralelo de la misma forma que es posible la asociación de resistencias.

Debe hacerse notar, sin embargo, que esta analogía magnético-eléctrica tiene sus limitaciones, ya que, si bien en un circuito eléctrico es claro que toda la corriente circula por el material conductor (la conductividad del cobre, por ejemplo, es  $S_{Cu} = 5,7 \cdot 10^7$  S/m, mientras que la del aire es mucho menor que la unidad), en un circuito magnético no es tan evidente que todo el flujo esté efectivamente confinado al material magnético (la permeabilidad de la ferrita está comprendida únicamente entre 2 y 5 órdenes de magnitud por encima de la del aire, lo cual no resulta suficiente para afirmar que todo el flujo magnético queda confinado dentro de la ferrita).

7

# **1.3. ELEMENTOS MAGNÉTICOS**

Tal como se ha indicado en la introducción al presente Capítulo, bobinas y transformadores están presentes en la mayoría de los circuitos electrónicos de potencia. Por ello, se va a proceder a continuación a recoger las características más importantes de estos elementos, así como a indicar las ecuaciones de funcionamiento que resultan de aplicar las ecuaciones más generales vistas en la Sección 1.1.

## 1.3.1. Bobinas

De modo amplio, se puede decir que las bobinas son dispositivos almacenadores de energía y como tales se emplean para conseguir el filtrado de formas de onda conmutadas, la generación de corrientes o tensiones senoidales en circuitos resonantes, la limitación en la velocidad de variación de las corrientes en los circuitos de protección o *snubbers*, corrientes de arranque o transición limitadas, etc.

El parámetro fundamental que define una bobina es su inductancia, cuyo significado físico y valoración se establece a continuación.

# 1.3.1.1. Inductancia

El flujo magnético que atraviesa un circuito eléctrico aislado queda determinado por la forma geométrica del circuito y es linealmente dependiente de la intensidad de corriente en el propio circuito. Por tanto, para un circuito estacionario rígido, los cambios de flujo serán debidos a cambios en la corriente. Esto se puede expresar como sigue:

$$\frac{\mathrm{dl}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{dl}}{\mathrm{d}i} \cdot \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \tag{1.17}$$

donde  $I = N \cdot F$  es el flujo total de enlace. Atendiendo a esta expresión, se acuerda definir la inductancia o coeficiente de autoinducción (*L*) como la relación

$$L = \frac{\mathrm{dI}}{\mathrm{d}i} \tag{1.18}$$

magnitud que se mide en henrios (H), siendo 1H = 1Wb/1A

En los casos en los que la relación entre l y la corriente que causa el campo magnético es lineal, la inductancia es una constante de valor

$$L = \frac{\mathsf{I}}{I} = \frac{N \cdot \mathsf{F}}{I} \tag{1.19}$$

Combinando esta expresión con la ley de Faraday recogida en la Ecuación (1.6), se puede obtener

$$e = -L \cdot \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \tag{1.20}$$

que resulta ser una expresión de importancia práctica considerable.

Según se ha expuesto con anterioridad, una bobina es un elemento de circuito que almacena energía en forma de campo magnético, siendo la inductancia una medida de esa capacidad de almacenamiento de energía magnética, la cual se puede expresar de un modo alternativo como sigue:

$$W_m = \int u_L \cdot i_L \cdot dt = \int_0^I i_L \cdot L \cdot di_L \quad \Rightarrow \quad W_L = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$
(1.21)

De esta expresión se deduce que, para una misma evolución de la corriente, cuanto mayor sea la inductancia, mayor será la energía acumulada.

La Ecuación (1.19) indica que, para la obtención de la inductancia de una bobina u otro circuito cualquiera, es necesario calcular el flujo total de enlace generado por la corriente que circula por el circuito considerado y, posteriormente, dividir ese valor por el de la corriente. En los casos prácticos, sin embargo, para obtener la inductancia no se hace necesario determinar de manera exacta el campo magnético generado, sino que se puede suponer que el campo sigue unos caminos dados con unas áreas transversales determinadas sobre las cuales el campo es uniforme, es decir, unos determinados tramos del circuito magnético total.

Por otra parte, de las Ecuaciones (1.15) y (1.19) se puede obtener una relación de interés:

$$L = \frac{N^2}{R}$$
(1.22)

donde R es la reluctancia del circuito magnético de la bobina y puede decirse que depende de manera exclusiva de la geometría y las propiedades magnéticas del material sobre el que se establece el circuito magnético, según se puede apreciar en la Ecuación (1.14). El término  $N^2$  resulta ser un factor de escala para la inductancia.

Por tanto, la reluctancia y su inversa, denominada permeancia (P), son de gran utilidad en el análisis de estructuras magnéticas complejas. Para los casos en que la sección y el material permanecen constantes en todo el circuito magnético, la permeancia vale

$$P = \frac{1}{R} = \frac{mA_e}{l_e}$$
(1.23)

Según se ha expuesto con anterioridad al hablar de los circuitos magnéticos, la analogía eléctrica va a permitir determinar la inductancia cuando se emplean formas magnéticas variadas y complejas si se establecen las reluctancias de las trayectorias preferidas por las líneas de campo. El flujo seguirá los caminos de baja reluctancia ofrecidos por los materiales de alta permeabilidad antes que los caminos de alta reluctancia que brinda el aire (de manera análoga a la circulación de corriente a través de los cables conductores y no por el aire circundante de un circuito eléctrico). Una vez más, debe hacerse hincapié en el hecho de que existe una diferencia fundamental entre el comportamiento de un circuito eléctrico y el de uno magnético: un circuito eléctrico se realiza con hilos de cobre u otros materiales conductores cuya conductividad es mayor en unos doce órdenes de magnitud que el aislante o el aire que los rodea, mientras que un circuito magnético está hecho con materiales cuyas permeancias son sólo unos pocos órdenes de magnitud superiores a la del aire del entorno (de hecho, el aire forma parte frecuentemente del circuito magnético). Por tanto, una cierta cantidad de flujo circula fuera del camino magnético definido por el material y se cierra sobre sí mismo a través de trayectorias alternativas por el aire. Este flujo se conoce como flujo de dispersión fuera del circuito magnético y, en una primera aproximación, se puede considerar despreciable.

Si se hace uso de la analogía magnético-eléctrica planteada hasta aquí, se comprobará que los valores de inductancia obtenidos son linealmente dependientes de la permeabilidad del núcleo. Dicha permeabilidad suele considerarse constante, pero esta aproximación puede resultar errónea si se tiene en cuenta que la permeabilidad depende del

valor del flujo magnético. Para independizar el valor de la inductancia de las variaciones de la permeabilidad del núcleo se incluye en ocasiones un entrehierro en el circuito magnético, según se verá más adelante.

Para simplificar la determinación de la inductancia de una bobina sin tener que calcular su reluctancia, los fabricantes de núcleos suministran para cada caso un parámetro denominado factor de inductancia ( $A_L$ ) que corresponde a la inductancia referida a una vuelta para el núcleo y material especificado. Por tanto, el factor de inductancia coincide con la permeancia, dado que se verifica que

$$L = A_L \cdot N^2 \tag{1.24}$$

#### 1.3.1.2. Efecto de un entrehierro

La presencia de un entrehierro en un circuito magnético supone la inclusión de una zona de reluctancia elevada (o permeancia reducida), que da lugar a una disminución de la inductancia total del circuito. Aun así, son muchas las ocasiones en que las bobinas incorporan un entrehierro como parte de su circuito magnético. Las razones que justifican esto son principalmente dos:

- a) Estabilizar los valores de la inductancia consiguiendo que no dependan de la permeabilidad del núcleo (la cual varía con el flujo presente en la estructura)
- b) Retardar la saturación del núcleo magnético, pudiendo así aprovechar las propiedades magnéticas del mismo con corrientes más elevadas.

A continuación se ilustran estas características con un ejemplo en el que se pretende calcular la inductancia de una bobina en un núcleo con entrehierro como la representada en la Figura 1.4. En dicha Figura, la reluctancia de los tramos de núcleo y entrehierro serían respectivamente:

$$R_{c} = \frac{l_{c}}{m \cdot A} \tag{1.25}$$

$$R_{g} = \frac{g}{m_{0} \cdot A} \tag{1.26}$$

con lo cual la inductancia de la estructura sería, por tanto:



Figura 1.4. Bobina en núcleo con entrehierro.

$$L = N^{2} \cdot \frac{1}{R_{c} + R_{g}} = \frac{\mathfrak{m} \cdot A \cdot N^{2}}{\frac{\mathfrak{m}}{\mathfrak{m}} \cdot l_{c} + g}$$
(1.27)

A la vista de esta expresión se comprueba que, si se verifica

$$g \gg \frac{m_{\theta}}{m_{c}} \cdot l_{c} \tag{1.28}$$

(lo cual puede darse de manera habitual, ya que  $\mu_c \gg \mu_0$ ), entonces la inductancia no depende de las propiedades magnéticas del material, sino que viene determinada por el entrehierro elegido:

$$L \approx \frac{m_0 \cdot A \cdot N^2}{g} \tag{1.29}$$

Por ello, es frecuente intercalar un entrehierro para hacer que la inductancia sea predecible y estable ante variaciones de la temperatura, nivel del flujo o modificaciones en la fabricación que afectan a las propiedades del material magnético, aun a costa de disminuir la inductancia del conjunto. En los cálculos realizados hasta aquí (con o sin entrehierro) se ha asumido que todo el flujo que atraviesa el devanado está circulando a través del núcleo o del volumen definido por el mismo. Sin embargo, como ya se ha comentado, debido a los pocos órdenes de magnitud de diferencia existentes entre el entorno y el núcleo, aparece siempre un flujo de dispersión. Además, la existencia de un entrehierro hace que el flujo a través del mismo incluya una componente adicional por la existencia de un *abombamiento* que extiende y amplía la sección efectiva atravesada por el flujo en esa zona. Ambos efectos incrementan el valor calculado para la inductancia en el supuesto de que todo el flujo esté contenido en el núcleo y que el flujo en el entrehierro sea perpendicular a las caras que lo limitan.

La Figura 1.5 ilustra esta situación, apareciendo un flujo de dispersión  $F_{disp}$  respecto al circuito magnético y un flujo en el entrehierro  $F_g$  que no se ajusta a la sección principal del circuito magnético (el *abombamiento* en el flujo se extiende a distancias de valor 2·g ó 3·g, dando lugar a un área efectiva mayor).



Figura 1.5. Flujo de dispersión y en el entrehierro.

El circuito eléctrico que aparece por analogía se representa en la Figura 1.5.b. La reluctancia del entrehierro es ahora  $R'_{g}$ , menor que la correspondiente al ejemplo anterior debido a la nueva distribución del flujo en el espacio del entrehierro. El flujo de dispersión *circula* a través de la rama  $R_{disp}$  en paralelo con la fuente. La inductancia de una bobina realizada sobre este núcleo sería por tanto

$$L = N^2 \cdot \left( \frac{1}{R_{disp}} + \frac{1}{R_c + R_g'} \right)$$
(1.30)

que es mayor que la obtenida con la Ecuación (1.27).

La importancia de esta modificación depende de las dimensiones relativas del núcleo y del entrehierro: si éste es mucho menor que las dimensiones de los lados de la sección transversal, la modificación resultará mucho menos significativa. En otros casos en los que se necesite una mayor precisión, se debería valorar el flujo en cada punto mediante un análisis numérico (de elementos finitos, por ejemplo).

## 1.3.1.3. Bobinas con núcleos abiertos

En ciertas aplicaciones, como es el caso de bobinas de salida en fuentes de alimentación que trabajan con un nivel de continua elevado, se hace necesario el empleo de bobinas con núcleos abiertos para evitar la saturación del núcleo magnético, es decir, bobinas en las que el *recorrido* del flujo magnético se verifique en gran medida por el aire como ilustra la Figura 1.6.



Figura 1.6. Bobina con núcleo abierto.

La densidad de flujo magnético en el interior de la bobina se puede determinar a partir de la ley de Biot-Savart recogida en la Ecuación (1.2), extendiendo la integración a toda la bobina. Procediendo de este modo, se obtiene en el centro de la bobina una densidad de flujo:

$$B_{cen} = \frac{\mathsf{m}\,N\cdot I}{\sqrt{4\cdot r^2 + l_e^2}} \tag{1.31}$$

mientras que en un extremo de la misma se tiene, por el mismo método:

$$B_{ext} = \frac{\mathrm{m}\,N\cdot I}{2\cdot\sqrt{r^2 + l_e^2}} \tag{1.32}$$

Se advierte que el valor de la densidad de flujo en los extremos es menor que la que existe en el centro de la bobina. Esta reducción se debe a la fuga del flujo cerca de los extremos del solenoide, por lo que, si  $l_e$  es suficientemente grande, se puede considerar *B* como constante e igual al valor en el centro del solenoide. Según esto, la inductancia correspondiente será

$$L = \frac{N \cdot \mathsf{F}}{I} = \frac{N \cdot B \cdot A}{I} = \frac{m N^2 \cdot p \cdot r^2}{\sqrt{4 \cdot r^2 + l_e^2}}$$
(1.33)

y, en el caso habitual de que  $l_e >> r$ , se puede tomar como aproximación

$$L \approx \frac{\mathrm{m} N^2 \cdot \mathrm{p} \cdot r^2}{l_e} \tag{1.34}$$

Resulta interesante notar que esta expresión aproximada es la misma que se obtendría si se unieran ambos extremos del núcleo formando un toroide de longitud  $l_e$  y sección transversal p $r^2$ . De este modo, para una cantidad de material magnético dada en el núcleo, la disposición en núcleo abierto ofrece el mismo valor de inductancia que la disposición toroidal y no se satura. Como contrapartida, las bobinas con núcleo abierto utilizadas en fuentes conmutadas funcionan como antenas y emiten radiación que puede interferir con el funcionamiento de otros aparatos.

#### 1.3.1.4. Energía almacenada en una bobina

La Ecuación (1.7) permitirá determinar la energía magnética almacenada en una bobina en términos del campo magnético existente en la misma, de manera que se cumple

$$W_{L} = \frac{1}{2} \cdot \int_{V} \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}V$$
(1.35)

siendo *V* el volumen en el cual existe campo magnético. Si se dispone de un núcleo sin entrehierro y se supone la permeabilidad constante y uniforme (de modo que  $B=\mu \cdot H$ ), a partir de la Ecuación (1.35) se deduce que

$$W_L = \frac{B^2 \cdot V_c}{2 \cdot \mathsf{m}} \tag{1.36}$$

donde  $V_c$  es el volumen del núcleo en el que se supone se encierra todo el flujo.

Si el núcleo dispone de entrehierro, el volumen de integración deberá incluirlo. Debido a la ley de la divergencia, el valor de la densidad de flujo *B* deberá mantenerse a lo largo de las líneas de campo aunque se produzcan variaciones en la permeabilidad  $\mu$ . Es posible por tanto expresar la energía total almacenada en una bobina como suma de la energía almacenada en el núcleo y la energía almacenada en el entrehierro:

$$W_{L} = \frac{B^{2} \cdot V_{c}}{2 \cdot m_{c}} + \frac{B^{2} \cdot V_{g}}{2 \cdot m_{g}}$$
(1.37)

Admitiendo como aproximación que las secciones transversales atravesadas por el flujo en el núcleo y el entrehierro son iguales, la relación entre energías almacenadas en uno y otro resulta ser

$$\frac{W_g}{W_c} = \frac{m_c \cdot g}{m_0 \cdot l_c} \tag{1.38}$$

Si además se tiene en cuenta que, para un núcleo magnético se verifica de manera habitual que  $\mu_c > 10^4 \cdot \mu_0$ , se comprueba que la relación expresada en la Ecuación (1.38) resulta ser mucho mayor que la unidad, es decir, la gran mayoría de la energía almacenada en la bobina se encuentra en el entrehierro hasta el punto de poder considerar

$$W \approx \frac{B^2 \cdot V_g}{2 \cdot \eta_0} \tag{1.39}$$

lo que ha llevado a afirmar en algunos casos que la misión de los núcleos magnéticos no es la de hacer bobinas, sino la de *hacer entrehierros*.

## 1.3.2. Transformadores

Un transformador es un dispositivo de corriente alterna que transforma tensiones, corrientes e impedancias. Normalmente consiste en dos o más bobinas acopladas magnéticamente a través de un núcleo ferromagnético común tal y como se ilustra en la Figura 1.7, donde se muestra un transformador de dos devanados.



Figura 1.7. Transformador de dos devanados.

El núcleo del transformador es el que suministra el circuito magnético de baja reluctancia a través de cual *circula* la mayoría del flujo generado por los devanados.

Los transformadores, dentro de los circuitos electrónicos de potencia, se emplean con muy diversos cometidos y características: transformadores de baja frecuencia (elevar o reducir la tensión de línea, conseguir aislamiento eléctrico o lograr desplazamientos de fase en sistemas polifásicos), transformadores de alta frecuencia (aislar y modificar tensiones, permitir en ciertos casos almacenamiento de energía), transformadores de impulsos (efectuar el mando de los dispositivos de control de potencia), transformadores de corriente, etc.

## 1.3.2.1. El transformador ideal

Se dice que los devanados de un transformador de dos bobinas están perfectamente acoplados si ambos se encuentran atravesados por el mismo flujo de enlace y éste es el único que los atraviesa. En ese caso, la tensión inducida por vuelta es la misma, siendo además la tensión en cada devanado directamente proporcional a su número de espiras:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} \tag{1.40}$$

El origen del campo magnético en el transformador es la suma algebraica de las f.m.m. producidas por cada uno de los devanados. Se emplea el convenio de puntos para indicar la polaridad de los devanados, de manera que si las corrientes son entrantes por los puntos señalados (terminales correspondientes), los flujos generados por ambos se suman. Tómese como ejemplo el transformador de la Figura 1.7, en el cual la aplicación de la regla de la mano derecha indica cuáles son los terminales correspondientes.

La intensidad del campo magnético se puede determinar a partir de la ley de Ampère recogida en la Ecuación (1.4):

$$H = \frac{N_1 \cdot i_1 + N_2 \cdot i_2}{l_c}$$
(1.41)

Si la permeabilidad del núcleo fuese infinita, H debería ser cero para evitar que la densidad de flujo magnético B fuese infinita, pero la condición de nulidad de H sólo se verifica si la suma de f.m.m. es cero, es decir:

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1} \tag{1.42}$$

de donde se concluye que los sentidos de las corrientes son opuestos: una entrante y otra saliente de su terminal correspondiente.

La impedancia *vista* desde los terminales de entrada (correspondientes al devanado 1) supuesta una señal senoidal en los mismos, corresponde a la relación entre su tensión y su corriente. Por tanto, haciendo uso de las Ecuaciones (1.40) y (1.42):

$$Z_{1} = \frac{v_{1}}{i_{1}} = \left(\frac{N_{1}}{N_{2}}\right)^{2} \cdot \frac{v_{2}}{i_{2}} = \left(\frac{N_{1}}{N_{2}}\right)^{2} \cdot Z_{2}$$
(1.43)

En la Figura 1.8 se ilustra el caso de una impedancia de carga de valor  $Z_2$  situada en el secundario que podría reemplazarse, a efectos del primario, por una impedancia equivalente  $Z_1$  del valor indicado por la Ecuación (1.43).



Figura 1.8. Impedancia referida al primario.

Las Ecuaciones (1.40) a (1.43) describen el comportamiento de un transformador ideal. Un transformador real difiere del ideal en tres aspectos fundamentales:

- a) Las tensiones no responden exactamente a la relación (1.40), puesto que la existencia de un flujo de dispersión evita que todo el flujo que atraviesa uno de los devanados cruce el otro.
- b) La permeabilidad es finita, con lo que la Ecuación (1.42) tampoco es totalmente cierta. Es necesaria una f.m.m. total no nula para crear un flujo en el núcleo. La corriente precisa para crear ese campo se denomina corriente magnetizante.
- c) Las Ecuaciones (1.40) y (1.42) expuestas no dependen de la frecuencia, pudiendo usarse en continua, pero éste no es el caso de un transformador real.

A pesar de estas diferencias, la aproximación del transformador ideal resulta muy útil en el modelado de los transformadores reales.

## 1.3.2.2. Inductancia magnetizante

Tal y como ha sido puesto de manifiesto, para que dos devanados se encuentren acoplados magnéticamente deberá existir un flujo que los atraviese a ambos. Normalmente, uno de ellos genera una densidad de campo B que enlaza al otro devanado. Según la Ecuación (1.8), sólo en el caso hipotético de permeabilidad infinita puede existir densidad de flujo B sin intensidad de campo H, y por tanto con f.m.m. total nula. La mayor aproximación se obtendrá empleando un núcleo sin entrehierro y alta permeabilidad. En ese caso, lo que se tiene desde uno de los devanados, si el otro se encuentra en circuito abierto, es simplemente una inductancia de valor muy elevado (pero finito) denominada

inductancia magnetizante. En función de cuál sea el devanado desde el que se mide la inductancia magnetizante, ésta puede tomar dos valores distintos que estarán relacionados entre sí por el cuadrado de la relación de espiras.

La Figura 1.9 muestra un transformador con acoplamiento perfecto pero con una inductancia magnetizante finita  $L_M$  que se sitúa en paralelo con el transformador ideal correspondiente.



Figura 1.9. Modelo con inductancia magnetizante.

La inductancia magnetizante podría situarse en cualquiera de los dos lados del transformador ideal. La corriente que circula a través de esa inductancia ( $i_M$ ) se denomina corriente magnetizante y es la causante de que la Ecuación (1.42) no sea exacta debido a la necesidad de que la f.m.m. total generada por los dos devanados sea no nula.

El cálculo de la inductancia magnetizante de un transformador se obtiene por el mismo procedimiento de cálculo de inductancias visto con anterioridad si se considera únicamente el devanado primario o el secundario y se mantiene el otro en circuito abierto.

# 1.3.2.3. La inductancia de dispersión

Según se ha comentado al hablar de los circuitos magnéticos, es muy probable que no todo el flujo generado por uno de los devanados circule por el circuito magnético y atraviese el otro devanado. Existe una porción de flujo que atraviesa el aire y no enlaza a los dos devanados, lo que provoca un acoplamiento imperfecto entre los mismos.

A la hora de incluir esta circunstancia en el modelo de un transformador real, se incorporan unas inductancias de dispersión en serie con los terminales de entrada y salida tales como  $L_{disp1}$  y  $L_{disp2}$  en la Figura 1.10.



Figura 1.10. Modelo con inductancias de dispersión

La relación de tensiones primario/secundario diferiría de la dada por la Ecuación (1.40) debido a las *caídas de tensión* existentes en las dos inductancias de dispersión.

La dispersión del flujo fuera del circuito magnético presenta un efecto más importante en los transformadores que en las bobinas. En estas últimas, el único efecto es un aumento del valor previsto, mientras que en el otro caso se interfiere el funcionamiento básico del transformador. Por tanto, será necesario conocer el motivo de la dispersión del flujo en un transformador para realizar un diseño más efectivo. En la mayoría de los casos se pretenderá minimizar este parámetro, puesto que, aparte de la discrepancia con la Ecuación (1.40), la inductancia de dispersión puede provocar la aparición de sobretensiones indeseadas en los dispositivos de conmutación al intentar cortar de manera brusca la corriente que circula a través de ellos. Ese sería el caso del convertidor cc/cc mostrado en la Figura 1.11, donde la inductancia de dispersión se sitúa de manera directa en serie con el transistor de conmutación.



Figura 1.11. Convertidor PWM de topología flyback.

21

En casos como el de los convertidores resonantes, puede ser oportuno tener ajustado ese valor con la finalidad de incluir la inductancia de dispersión en la inductancia resonante (Figura 1.12).



Figura 1.12. Convertidor de interruptor resonante.

En cualquier caso, está claro que en todas las aplicaciones se necesita tener controlado el citado parámetro.

La determinación de la inductancia de dispersión puede efectuarse por un procedimiento de medida, si se dispone ya del transformador, o por un procedimiento analítico a partir del detalle constructivo y la disposición de los devanados. Este procedimiento es de mayor interés si se pretende realizar el ajuste de manera previa a la materialización del transformador, como ocurre en la mayoría de los casos.

La determinación de las trayectorias del flujo no común a ambos devanados conduce a la determinación analítica de la inductancia de dispersión. La Figura 1.13 muestra la distribución de campo magnético entre un devanado y el núcleo. Se ve que existe campo dentro del propio conductor y entre el devanado y el núcleo. Este campo no enlaza con el otro devanado (supuesto en otra columna, como en el caso de la Figura 1.7) y sería el principal motivo de la dispersión. La otra causa sería el flujo que *salta* fuera del núcleo antes de que se alcance el segundo devanado, pero esta segunda componente del flujo de dispersión suele presentar una menor transcendencia. Por tanto, la energía

almacenada en forma de campo magnético debido al flujo de dispersión se situará principalmente en los devanados y en el espacio comprendido entre los devanados y el núcleo. La inductancia de dispersión será, por tanto, un factor de medida de la misma.



Figura 1.13. Densidad de flujo entre devanados y núcleo.

En efecto, la energía almacenada responderá a la expresión

$$W_{disp} = \int w_{disp} \cdot dV = \int \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{m} \cdot dV$$
(1.44)

cumpliéndose a su vez:

$$W_{disp} = \frac{1}{2} \cdot L_{disp1} \cdot I_1^2 + \frac{1}{2} \cdot L_{disp2} \cdot I_2^2$$
(1.45)

$$W_{disp} = \frac{1}{2} \cdot L_{disp} \cdot I^2$$
(1.46)

Esta última expresión está referida bien al primario, bien al secundario del transformador, y supone que todo el flujo de dispersión que se produce en la estructura queda representado por la colocación de una única inductancia de dispersión en uno de los dos devanados. Por supuesto, la corriente que interviene en la Ecuación (1.46) es la que circula por el devanado considerado.

# **1.4. CONCLUSIONES**

En el presente Capítulo se han expuesto los fundamentos necesarios para abordar el estudio de cualquier estructura magnética. Asimismo, se han particularizado las ecuaciones más generales del Magnetismo al caso concreto de bobinas y transformadores. Las ecuaciones que permiten diseñar estos elementos magnéticos también han sido incluidas en este Capítulo, haciendo mención de los parámetros que pueden utilizarse para caracterizar dichos elementos (reluctancia, entrehierro, inductancia magnetizante, dispersión, etc.)

Quedan así sentadas las bases para acometer el estudio de nuevas estructuras que permitan desarrollar componentes magnéticos pensados para trabajar en aplicaciones de alta frecuencia y alta densidad de potencia.

# REFERENCIAS

- [1.1] Fernando Nuño García. "Elementos Magnéticos en Convertidores Electrónicos de Potencia: Bobinas y Transformadores". Lección de Oposición para la plaza de Profesor Titular de Universidad. Universidad de Oviedo. Marzo, 1993.
- [1.2] M. A. Plonus. "Electromagnetismo Aplicado". Editorial Reverté, S.A. 1982.
- [1.3] David K. Cheng. "Fundamentos de Electromagnetismo para Ingeniería". Addison Wesley Longman de México, S.A. 1998.