5

TRANSFORMADORES CON CONDUCTORES EMBEBIDOS EN FERRITA

Una vez estudiadas las posibilidades que ofrecen las estructuras de conductores embebidos en ferrita para desarrollar bobinas integradas de capa gruesa, el siguiente paso será tratar de conseguir, utilizando la misma tecnología, el otro tipo de componentes magnéticos: los transformadores. Para ello, en primer lugar se identifica el tipo de estructuras integradas que pueden ser utilizadas para la obtención de estos dispositivos, teniendo en cuenta tanto factores tecnológicos como de funcionamiento.

A continuación, se pasa a determinar las ecuaciones que permiten calcular los principales parámetros de un transformador, a saber, inductancia magnetizante, inductancia de dispersión y resistencia serie de los devanados. Si bien el cálculo de los dos primeros parámetros no aporta ninguna novedad con respecto a lo visto para el caso de bobinas integradas, la determinación de la inductancia de dispersión utiliza un método distinto basado en un modelo de reluctancias ampliamente comentado en la literatura.

El contenido de este quinto Capítulo se completa con una serie de criterios de diseño que se van indicando a lo largo del mismo con la intención de posibilitar la obtención de buenos transformadores integrados (dentro de las limitaciones que ofrece la tecnología considerada). Estos criterios cristalizarán en un procedimiento de diseño definido en este Capítulo y automatizado mediante un fichero de Mathcad *que se incluye en las últimas páginas del presente trabajo.*

5.1. ESTRUCTURA DE LOS TRANSFORMADORES INTEGRADOS

A la hora de diseñar transformadores integrados con la tecnología de capa gruesa que se presenta en este trabajo, se debería contemplar la posibilidad de utilizar cualquiera de las cuatro estructuras representadas en la Figura 5.1.

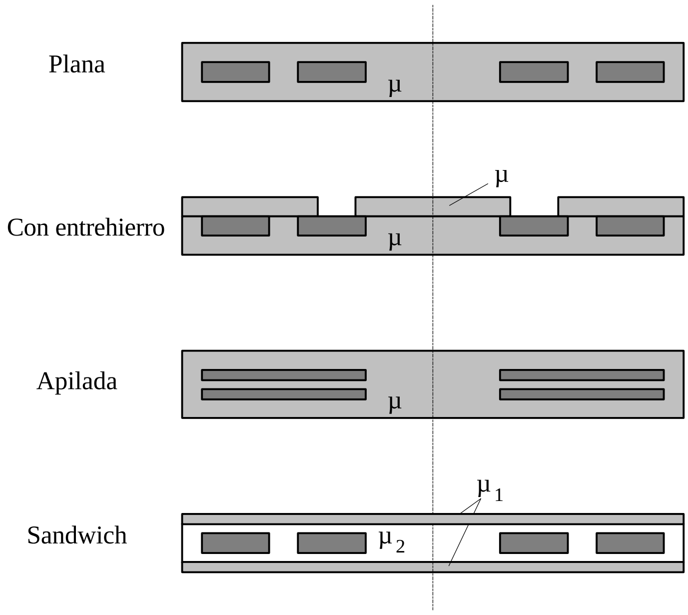


Figura 5.1. Posibles estructuras de transformador

De estas cuatro estructuras, dos ya habían sido rechazadas por impedimentos tecnológicos (las estructuras con entrehierro y las estructuras tipo *sandwich*), por lo que quedan también descartadas para desarrollar transformadores. Esta eliminación no supone en este caso mayor problema, ya que la ventaja que ofrecerían estas estructuras sería la de poder insertar un camino de baja permeabilidad magnética (entrehierro), lo cual no suele ser necesario en el caso de transformadores. Así pues, de nuevo es necesario elegir entre las estructuras planas y las estructuras apiladas para poder desarrollar transformadores.

Aprovechando que ambas estructuras ya fueron ampliamente estudiadas en el Capítulo 3, se puede afirmar que la única que podría resultar válida para desarrollar transformadores integrados con la tecnología considerada es la estructura apilada. Esto es así porque, como ya quedó demostrado en la Sección 3.3.1, las estructuras planas no permiten que se produzca acoplamiento entre los conductores que las constituyen (y esto es condición *sine que non* en un transformador), mientras que las apiladas sí dan lugar a que dichos conductores estén acoplados. En definitiva, la única posibilidad que existe para desarrollar transformadores integrados de conductores embebidos en ferrita mediante tecnología de capa gruesa pasa necesariamente por la utilización de estructuras apiladas, que son las únicas que garantizan el acoplamiento entre conductores.

Aceptando que, efectivamente, los transformadores integrados a analizar se desarrollarán con la mencionada estructura, es necesario recordar en este punto que las diferentes *vueltas* del componente magnético están separadas por finas capas de ferrita. Esto da lugar a que parte del flujo generado por las espiras del primario se cierre a través de dichas láminas evitando que pueda concatenar las espiras del secundario como se muestra en la Figura 5.2. La consecuencia de este fenómeno es que el acoplamiento, aunque existente, es bastante imperfecto, dando así lugar a un flujo de dispersión nada despreciable.

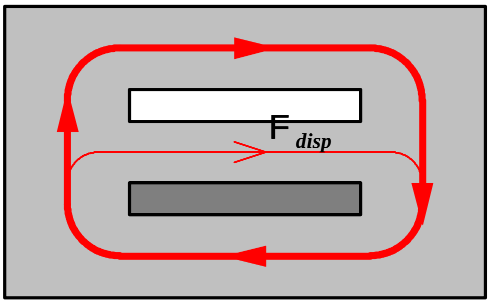


Figura 5.2. Flujo de dispersión en estructuras apiladas.

Aun sabiendo esto de antemano, que ya indica que los transformadores desarrollados con esta tecnología van a tener una inductancia de dispersión elevada, se va a continuar analizando esta estructura para obtener transformadores, tratando de establecer su posible rango de aplicación y cuáles son sus limitaciones. Para ello, se acepta un modelo clásico de transformador y se procede a indicar de qué manera se puede determinar el valor de la inductancia magnetizante, de la resistencia serie de los devanados y de la inductancia de dispersión. El modelo de transformador que se va a utilizar para ello es el recogido en la Figura 1.10 del Capítulo 1, y se representa a continuación incluyendo la resistencia serie de los devanados.

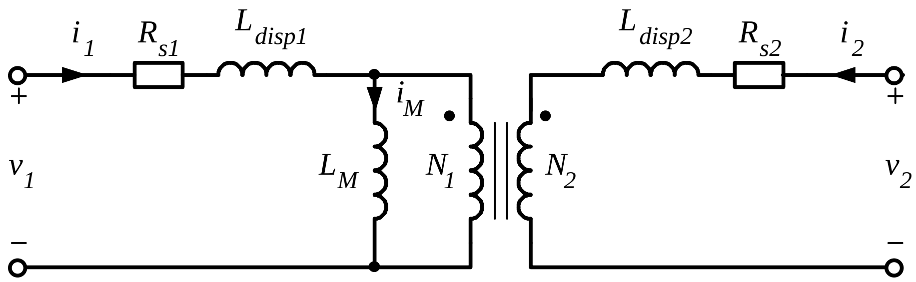


Figura 5.3. Modelo de transformador considerado.

Al método empleado para la determinación de la inductancia de dispersión se le va a prestar especial atención por lo novedoso del mismo con respecto a lo ya visto para diseñar bobinas, si bien su estudio va a apoyarse en la misma idea de trayectorias elípticas para calcular la reluctancia de los caminos que atraviesa el flujo de dispersión.

5.2. INDUCTANCIA MAGNETIZANTE Y RESISTENCIA SERIE

La determinación de estos dos parámetros del transformador no supone variación alguna respecto a lo planteado en el Capítulo anterior para el caso de bobinas desarrolladas mediante estructuras apiladas.

Por lo que se refiere a la inductancia magnetizante, se trata del valor que se mediría en uno de los devanados del transformador cuando el otro devanado no maneja corriente (está en vacío). Esto supone que el flujo generado dentro de la estructura magnética se debe únicamente a un devanado y, despreciando la dispersión que se produce entre las capas conductoras, sigue el camino representado en la Figura 5.4. Como se puede apreciar, la situación representada en esta Figura es la misma que se presentaba para el caso de bobinas, con la única diferencia de que el flujo que se considera encierra ahora a una serie de capas conductoras que no manejan corriente. Como se está considerando que el flujo rodea toda la estructura y lo único que se tiene en cuenta es la corriente neta que queda dentro de la trayectoria que define (independientemente de que esta corriente se deba a la contribución de todas las capas conductoras o sólo a parte de ellas), se puede considerar que la situación que se da es, en efecto, la misma que se tiene para el caso de bobinas.

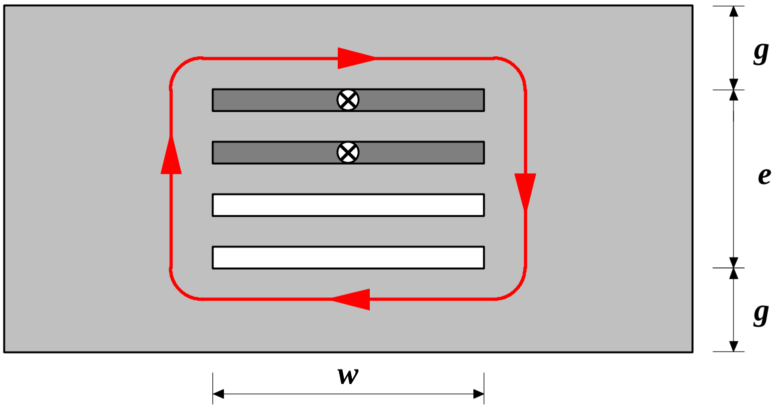


Figura 5.4. Flujo generado por un único devanado en la estructura.

En consecuencia, la inductancia magnetizante se determina aplicando la misma expresión que se obtuvo para el caso de bobinas y que se reproduce en la Ecuación (5.1) aplicada al cálculo de la inductancia magnetizante.

$$\boxed{\frac{L_M}{l} = \frac{\mathrm{m}\cdot N^2}{2\cdot \mathrm{p}}\cdot \ln\left(\frac{[(w+e)+4\cdot g]+\sqrt{2\cdot\left(w^2+e^2\right)+4\cdot g\cdot[2\cdot(w+e)+4\cdot g]}}{(w+e)+\sqrt{2\cdot\left(w^2+e^2\right)}}\right)} \qquad (5.1)$$

Las consideraciones que hay que hacer para aceptar que la aproximación conseguida con esta expresión es suficientemente buena son las mismas que las hechas para el caso de las bobinas.

Por lo que se refiere a la resistencia serie de los devanados, también es aplicable todo lo indicado para bobinas de estructuras apiladas, con lo que es posible determinar el valor de la resistencia en baja frecuencia de los devanados del transformador con la misma expresión que se vio entonces.

$$\boxed{\frac{R_{dc}}{l} = R_{sq}\cdot\frac{25\cdot 10^{-6}}{t_{cond}}\cdot\frac{N}{n\cdot w}} \qquad (5.2)$$

Como sucediera en el caso de las bobinas, en esta Ecuación ya se tiene en cuenta que siempre es posible utilizar n capas conductoras conectadas en paralelo para reducir la resistencia de los devanados. Sin embargo, no es conveniente abusar de esta técnica, ya que al aumentar el número de capas también se aumenta el número de capas de ferrita que ofrecen un camino alternativo al flujo de dispersión. En consecuencia, el efecto beneficioso que supone la conexión de capas en paralelo (reducción de la resistencia serie de los devanados) viene acompañado por un efecto negativo (aumento de la inductancia de dispersión).

Además de tener en cuenta la dispersión que se produce al aumentar el número de capas, es conveniente asegurar que las pérdidas que se producen en el devanado primario son iguales a las que se producen en el secundario. De este modo se garantiza que todo el material conductor está convenientemente aprovechado. Esta condición da lugar a un criterio de diseño que se determina a continuación.

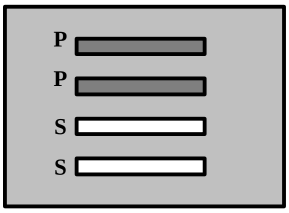
Supóngase un transformador integrado con estructura apilada y compuesto por N_1 vueltas de primario y N_2 vueltas de secundario. A su vez, y con el fin de reducir la resistencia serie de los devanados, cada vuelta de primario consta de n_1 capas conductoras conectadas en paralelo, siendo n_2 el número de capas conductoras conectadas en paralelo por cada vuelta de secundario. De este modo, el transformador estará constituido por un total de $N_1 \cdot n_1$ capas conductoras de primario y $N_2 \cdot n_2$ de secundario adecuadamente conectadas entre sí. Si se acepta que todas las capas conductoras (tanto las de primario como las de secundario) tienen la misma sección S_c, se pueden calcular las pérdidas que se producen en los dos devanados por conducción:

$$P_{cond1} = R_{s1} \cdot I_{ef1}^2 = \rho \cdot \frac{N_1 \cdot l}{n_1 \cdot S_c} \cdot I_{ef1}^2 \qquad P_{cond2} = R_{s2} \cdot I_{ef2}^2 = \rho \cdot \frac{N_2 \cdot l}{n_2 \cdot S_c} \cdot I_{ef2}^2 \quad (5.3)$$

donde l es la longitud de las capas conductoras (las capas están depositadas unas encima de otras y, por tanto, tienen todas la misma longitud) y ρ es la resistividad del material elegido como conductor. Si se igualan ambas expresiones y se hace uso de que las corrientes de ambos devanados están relacionadas por el número de espiras del transformador, se llega a la siguiente igualdad

$$\rho \cdot \frac{N_1 \cdot l}{n_1 \cdot S_c} \cdot I_{ef1}^2 = \rho \cdot \frac{N_2 \cdot l}{n_2 \cdot S_c} \cdot \left(\frac{N_1}{N_2} \cdot I_{ef1} \right)^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{N_1 \cdot n_1 = N_2 \cdot n_2} \qquad (5.4)$$

es decir, que el número total de capas a utilizar deberá ser el mismo para el primario y para el secundario independientemente de cómo se conecten entre sí. Según esto, suponiendo una estructura con dos capas por devanado como la recogida en la Figura 5.5, será posible cumplir esta condición dando lugar a cuatro transformadores distintos según se conecten las capas de cada devanado en serie o en paralelo.



Conexión de las capas		Resistencia serie		Relación de tranformación
Primario	Secundario	Primario	Secundario	
Paralelo	Paralelo	R1 = R	R2 = R	1 : 1
Paralelo	Serie	R1 = R	R2 = 4·R	1 : 2
Serie	Paralelo	R1 = 4·R	R2 = R	2 : 1
Serie	Serie	R1 = 4·R	R2 = 4·R	2 : 2

Figura 5.5. Distintas posibilidades de transformador para una estructura dada.

5.3. INDUCTANCIA DE DISPERSIÓN

Como se acaba de ver en la Sección anterior, será normal que el transformador presente más de una capa conductora por devanado con el objetivo de poder: (a) reducir la resistencia serie de los mismos; y (b) conseguir la relación de transformación deseada. Se ha indicado también que, sea cual sea la configuración elegida, es conveniente que el número de capas conductoras sea el mismo en ambos devanados. Lo que aún queda por determinar es cómo disponer todas las capas conductoras en la estructura.

Llegados a este punto, es evidente que cada diseñador puede escoger la disposición que considere más oportuna, y que surgirían muchas posibilidades distintas a medida que se aumentara el número de capas utilizadas. Sin embargo, es conveniente tener en cuenta que la disposición de las capas conductoras en la estructura no es un tema baladí, sino que tiene mucha importancia a la hora de determinar la inductancia de dispersión del transformador. Dicha inductancia es función de la energía magnética almacenada en la estructura que no se utiliza para transferir la potencia entrante por el primario al devanado secundario, y esta energía depende en gran medida de la disposición de las capas conductoras [5.1].

En esta Sección se van a considerar dos disposiciones extremas de dichas capas: el caso en que todas las capas de primario estén juntas en un lado y todas las capas de secundario estén juntas en el otro (Figura 5.6.a), y el caso en que las capas de primario estén intercaladas con las de secundario (Figura 5.6.b).

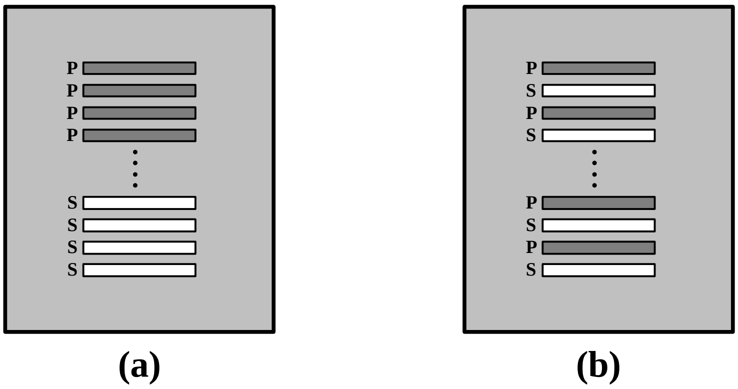


Figura 5.6. Disposición de las capas conductoras: (a) Agrupada. (b) Entrelazada.

En cualquiera de los dos casos, se hace necesario determinar cuál es el valor de la reluctancia que presentan los caminos magnéticos entre capas, que son los que sigue el flujo de dispersión. Una vez determinados estos valores, será posible aplicar el modelo de reluctancias [5.2, 5.3] para obtener un circuito equivalente que nos permita determinar el comportamiento magnético debido a cada capa. Conectados adecuadamente, se obtendrá un modelo total que posibilita el cálculo de la inductancia de dispersión asociada a la estructura considerada.

5.3.1. Modelo de reluctancias para el cálculo de la dispersión

El paso de corriente por una cualquiera de las capas de la estructura origina un flujo que se cierra alrededor de la misma siguiendo trayectorias que se pueden considerar elípticas, tal como se indica en la Figura 5.7. La mayor o menor reluctancia de estas trayectorias determina que el flujo de dispersión sea pequeño o elevado respectivamente.

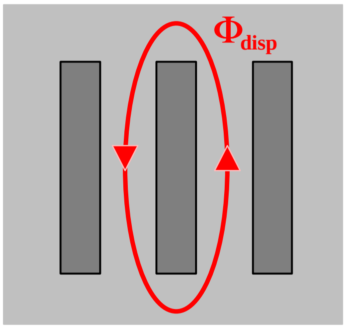


Figura 5.7. Trayectorias definidas por el flujo de dispersión.

Como el flujo generado por una capa no tiene porqué cerrarse únicamente alrededor de la misma, sino que puede hacerlo por las porciones de ferrita existentes entre las otras capas, será necesario considerar la estructura en conjunto. Por ello, supuestas conocidas las corrientes que circulan por cada capa, el modelo de reluctancias definido por Dauhajre [5.2] determina que la estructura magnética se puede representar de forma simplificada mediante fuentes de f.m.m. de valor *N·I* (correspondientes a cada una de las capas, por lo que *N*=1) que presentan a ambos lados sendas reluctancias (correspondientes a los trozos de ferrita situados a ambos lados de las capas). Se pasaría así a una estructura genérica como la indicada en la Figura 5.8, donde se muestra el circuito magnético que se puede utilizar para representar el comportamiento de estructuras apiladas como las utilizadas para obtener los transformadores planos estudiados.

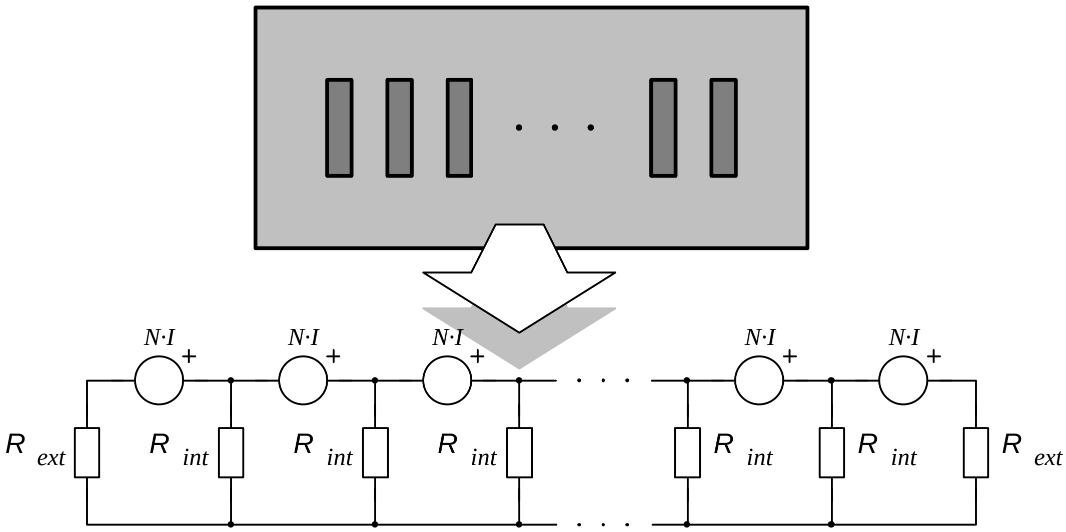


Figura 5.8. Modelo de reluctancias asociado a una estructura magnética apilada.

Como se aprecia en esta figura, se distinguen dos tipos de reluctancia. Por un lado están las más internas, correspondientes a los caminos magnéticos que definen las separaciones entre capas (que dan lugar a una reluctancia de valor R_{int}); por otro, las dos exteriores, que se corresponden con las *tapas* de ferrita utilizadas para definir la estructura magnética (la reluctancia de estas *tapas* queda representada por R_{ext}).

Para calcular el valor de estas dos reluctancias, se volverá a aplicar el método de las trayectorias elípticas definido en la Sección 4.2 de la presente Tesis Doctoral. Este método acepta que las trayectorias que define el flujo en su recorrido por la estructura magnética tienen forma elíptica, lo cual permite calcular la reluctancia que suponen. Aprovechando este conocimiento, se pueden calcular los valores de R_{int} y de R_{ext}. Para ello hay que tener en cuenta, además, que cada una de estas reluctancias se correspondería únicamente con media elipse, como se indica en la Figura 5.9. Además, resulta obvio que todas las reluctancias de valor R_{int} se encuentran *compartidas* por las dos capas que la definen, y que para calcularlas se puede considerar indistintamente la mitad de una trayectoria elíptica que rodee a cualquiera de las dos capas, ya que ambas darían lugar al mismo resultado (caso representado por las semi-elipses ① y ② en la Figura 5.9). Se observa también que en las dos capas de los extremos se deben considerar dos semi-elipses distintas: una externa que permita determinar R_{ext} (trayectoria ③ en la Figura), y otra interna que resultará en una nueva reluctancia de valor R_{int} (trayectoria ④).

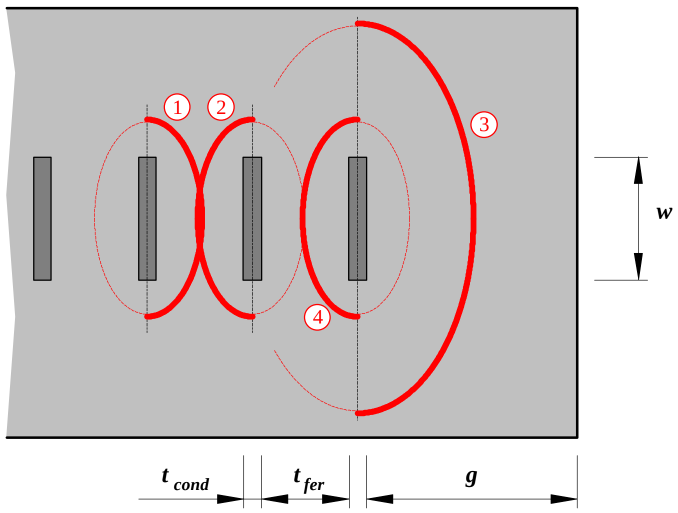


Figura 5.9. Definición de las trayectorias que permiten calcular el valor de las reluctancias del modelo.

Como sucediera con el cálculo de la inductancia de las estructuras magnéticas integradas de que se ocupa el presente trabajo, se considera más adecuado trabajar con permeancias en lugar de hacerlo con reluctancias, por lo que en lo que sigue se pasa a utilizar dicha magnitud. Según esto, la expresión matemática que permite determinar la permeancia total de un trozo de ferrita (de un metro de profundidad) supuestas trayectorias elípticas ha sido obtenida en la Ecuación (4.6). Dicha Ecuación se reproduce a continuación

$$P_{tot} = \int_0^g \frac{\mathrm{m} \cdot \mathrm{d}x}{2 \cdot \mathrm{p} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{w}{2} + x \right)^2 + \left(\frac{e}{2} + x \right)^2 \right]}} \qquad (5.5)$$

siendo las magnitudes *g*, *w* y *e* las indicadas en la Figura 4.4, que también se reproduce a continuación.

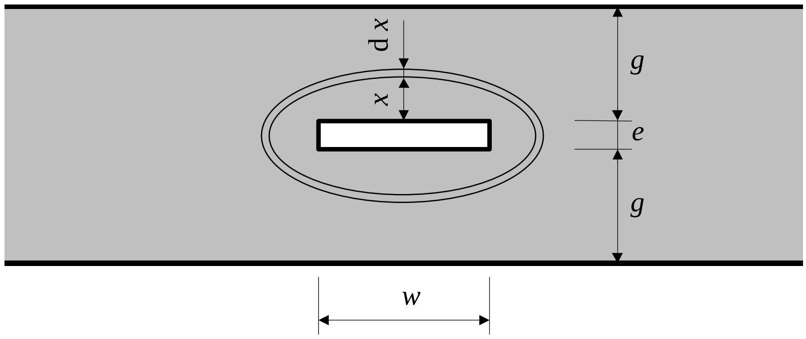


Figura 5.10. Magnitudes que intervienen en la Ecuación (5.5).

En el caso que se estudia en esta Sección, ya que sólo se considera media elipse, el valor de la reluctancia deberá ser la mitad del correspondiente a una elipse completa y, en consecuencia, el valor de la permeancia deberá ser el doble del indicado por la Ecuación (5.5). Además, si bien la longitud del conductor, *w*, y su espesor, *e*, están claramente definidos (ver Figura 5.9), el valor de *g* deberá elegirse adecuadamente según se pretenda calcular P_{ext} o P_{int}. Para la primera, como la semi-elipse considerada se extiende a través de una porción de ferrita de espesor *g*, ése será el valor a incluir en la expresión. Sin embargo, para determinar P_{int}, hay que tener en cuenta que la semi-elipse a considerar sólo atraviesa una porción de ferrita de valor t_{fer}, siendo este valor el que hay que utilizar en la Ecuación (5.5). Por tanto, el valor de las reluctancias P_{int} y P_{ext} se calcula como sigue:

$$\frac{P_{int}}{l} = 2 \cdot \int_0^{t_{fer}} \frac{\mathrm{m} \cdot dx}{2 \cdot \mathrm{p} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \left[\left(\frac{w}{2} + x \right)^2 + \left(\frac{t_{cond}}{2} + x \right)^2 \right]}} \qquad (5.6)$$

$$\frac{P_{ext}}{l} = 2 \cdot \int_0^g \frac{\mu \cdot dx}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{1}{2}\left[\left(\frac{w}{2}+x\right)^2 + \left(\frac{t_{cond}}{2}+x\right)^2\right]}} \tag{5.7}$$

Con estos valores, queda definido un circuito de reluctancias (permeancias) que representa el comportamiento magnético de las estructuras apiladas que se están estudiando. Haciendo uso de la dualidad que existe entre circuitos magnéticos y eléctricos, es posible convertir este circuito de reluctancias en un modelo eléctrico del transformador considerado. Este modelo eléctrico permitirá determinar la dispersión que se produce en estructuras de este tipo como se indica en las siguientes Secciones. Debe indicarse, no obstante, que este modelo eléctrico tiene una serie de limitaciones que lo invalidan en determinadas circunstancias, por lo que no se aconseja su uso en simuladores o en cálculos más complejos.

El-Hamamsi y Chang [5.3] recogen de manera clara y sencilla cómo obtener un circuito eléctrico dual del modelo de reluctancias propuesto por Dauhajre [5.2]. De este modo, el circuito de reluctancias recogido en la Figura 5.8 se convierte fácilmente en un circuito eléctrico como el representado a continuación.

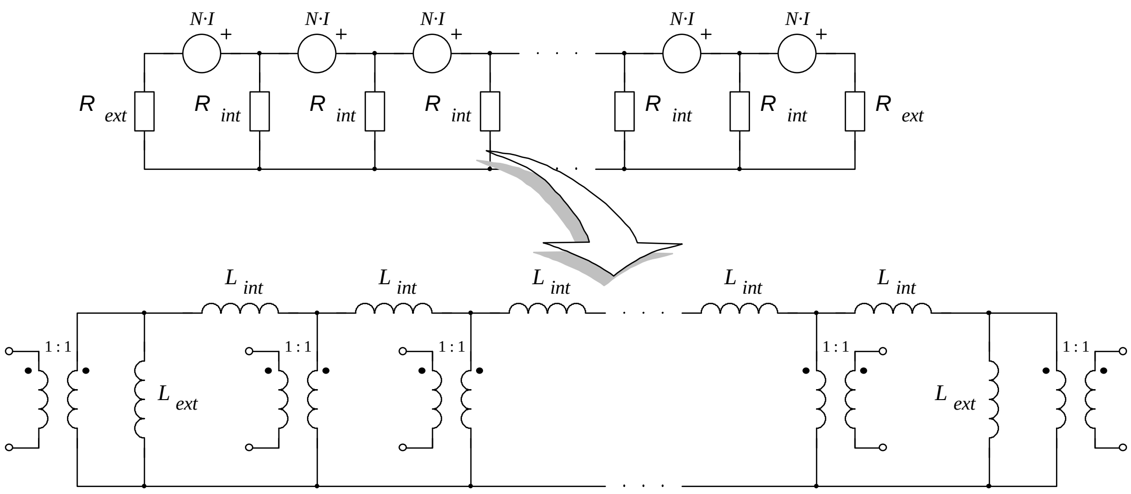


Figura 5.11. Modelo eléctrico asociado al circuito de reluctancias obtenido.

donde los valores de las bobinas se calculan a partir de la expresión genérica

$$L = P \cdot N^2 \tag{5.8}$$

como se puede deducir a partir de la Ecuación (1.22). Particularizando para el caso que se está estudiando, donde N=1 (ya que se considera un estudio capa por capa), resulta que los valores de las bobinas L_{int} y L_{ext} vienen dadas por

$$\boxed{\frac{L_{int}}{l} = 2\cdot\int_0^{t_{fer}} \frac{\mu\cdot dx}{2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{1}{2}\left[\left(\frac{w}{2}+x\right)^2+\left(\frac{t_{cond}}{2}+x\right)^2\right]}}} \tag{5.9}$$

$$\boxed{\frac{L_{ext}}{l} = 2\cdot\int_0^{g} \frac{\mu\cdot dx}{2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{1}{2}\left[\left(\frac{w}{2}+x\right)^2+\left(\frac{t_{cond}}{2}+x\right)^2\right]}}} \tag{5.10}$$

pudiéndose resolver la integral para obtener expresiones semejantes a la ya vista en la Ecuación 4.9. Se considera oportuno recordar en este punto que todo el estudio considera una estructura de un metro de profundidad, por eso las Ecuaciones (5.9) y (5.10) definen la inductancia de estas bobinas *por unidad de longitud*.

Los transformadores ideales que aparecen en el modelo eléctrico recogido en la Figura 5.11 tienen la misión de reproducir la situación que se da en cada capa en lo que a la corriente que manejan se refiere. Para hacer un estudio de la dispersión de la estructura como se persigue en este apartado y determinar cuál es la situación que se da en cada capa, se debe proceder a hacer un ensayo de cortocircuito con el transformador estudiado. Esto es así porque, aceptando como válido el modelo de transformador recogido en la Figura 5.3, es fácil comprobar que la mayor parte de la corriente del primario se cerrará a través de la inductancia L_{disp2} como se muestra en la Figura 5.12, ya que [normalmente] $L_M >> L_{disp2}$. Por tanto, prácticamente toda la energía que se almacena en un transformador durante un ensayo de cortocircuito es energía de dispersión.

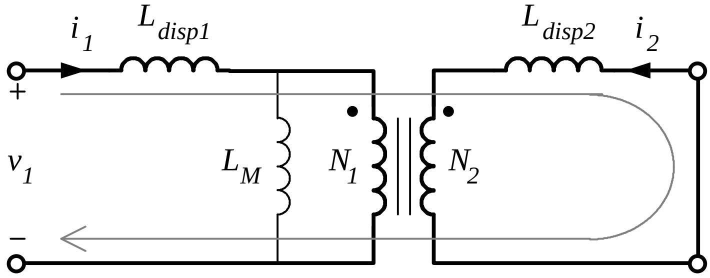


Figura 5.12. Elementos que intervienen en un ensayo de cortocircuito.

Por tanto, si el circuito eléctrico que se acaba de obtener permite determinar la energía que se almacena en el transformador durante un análisis como el indicado, será posible determinar el valor de la inductancia de dispersión que forma parte del modelo de transformador considerado. Para conseguirlo, se deben hacer circular por dicho circuito unas corrientes equivalentes a las que se dan en un ensayo de cortocircuito, en el que se verifica que el número de amperios·vuelta del primario es [idealmente] igual al del secundario.

$$N_1 \cdot i_1 = N_2 \cdot i_2 \tag{5.11}$$

Como el circuito eléctrico que se va a utilizar proporciona terminales para cada capa de la estructura será necesario determinar qué corriente circula por cada una de ellas. Teniendo en cuenta la regla de diseño indicada por la Ecuación (5.4)

$$N_1 \cdot n_1 = N_2 \cdot n_2 \tag{5.12}$$

se puede calcular la corriente que circula por cada capa como sigue

$$\begin{aligned} &\text{Primario} \quad \rightarrow \quad i_{capa1} = \frac{i_1}{n_1} \\ &\text{Secundario} \quad \rightarrow \quad I_{capa2} = \frac{i_2}{n_2} = \frac{i_1 \cdot \dfrac{N_1}{N_2}}{n_1 \cdot \dfrac{N_1}{N_2}} = \frac{i_1}{n_1} \end{aligned} \tag{5.13}$$

Es decir, que todas las capas conductoras de un transformador como los que se están considerando llevan la misma corriente

Conocido este dato, ya es posible llevar a cabo una evaluación de la energía que se almacena en la estructura magnética durante un ensayo de cortocircuito. Para ello se supondrá que por cada capa circula una corriente de 1A (con el sentido adecuado según sea una capa del devanado primario o del secundario) y se estudiará el circuito eléctrico correspondiente. Con el objeto de simplificar la resolución matemática de este circuito, la circulación de la mencionada corriente no se llevará a cabo mediante los transformadores ideales que se incluyen en el mismo, sino aplicando directamente una fuente de corriente que representa el comportamiento del secundario de dichos transformadores.

A continuación se recogen los resultados obtenidos para las dos disposiciones de devanados que se consideran: agrupada y entrelazada.

5.3.2. Dispersión en el caso de devanados agrupados

En transformadores con disposición agrupada de devanados, todas las capas correspondientes a un mismo devanado están juntas. Esto se traduce en que el circuito eléctrico equivalente presentará un aspecto como el que se indica en la Figura 5.13.

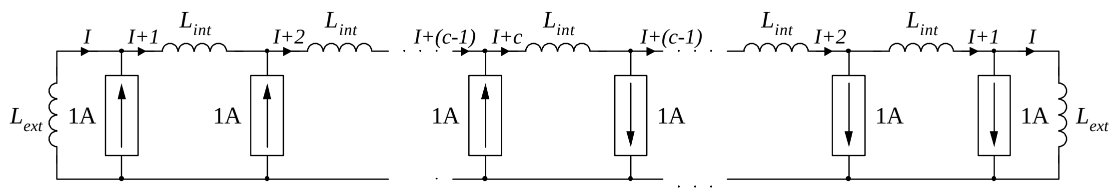


Figura 5.13. Ensayo de cortocircuito en transformadores con disposición agrupada.

donde c es el número total de capas conductoras en el devanado primario, que (como ya se ha indicado) coincidirá con el número total de capas conductoras en el secundario.

Para poder calcular la energía almacenada en un circuito como éste, será necesario determinar, en primer lugar, el valor de la corriente I que circula por las bobinas asociadas a las *tapas* de ferrita de la estructura (L_{ext}). Aplicando la ley de mallas de Kirchoff a la malla más externa se llega a obtener una expresión del tipo:

$$2 \cdot L_{ext} \cdot I + 2 \cdot \left[L_{\text{int}} \cdot (I+1) + L_{\text{int}} \cdot (I+2) + \cdots + L_{\text{int}} \cdot (I+c-1) \right] + L_{\text{int}} \cdot (I+c) = 0 \quad (5.14)$$

Agrupando todos los términos que multiplican a I se obtiene

$$I \cdot \left[2 \cdot L_{ext} + 2 \cdot (c-1) \cdot L_{\text{int}} + L_{\text{int}} \right] = -L_{\text{int}} \cdot c - 2 \cdot L_{\text{int}} \cdot \sum_{k=1}^{c-1} k \quad (5.15)$$

de donde se puede despejar el valor de la corriente de interés teniendo en cuenta que el sumatorio representa la suma de los c-1 primeros términos de una serie aritmética. Teniendo en cuenta, además, que el número de capas conductoras en uno de los devanados viene dado por $c = N_1 \cdot n_1$ (donde debe recordarse que N_1 es el número de vueltas, siendo n_1 el número de capas en paralelo que constituyen cada una de esas vueltas), la expresión de dicha corriente resulta ser:

$$\boxed{I = -\frac{(N_1 \cdot n_1)^2 \cdot L_{int}}{2 \cdot L_{ext} + (2 \cdot N_1 \cdot n_1 - 1) \cdot L_{int}}} \tag{5.16}$$

Conocida esta corriente, ya es posible determinar la energía magnética que se almacena en la estructura haciendo uso de la expresión de la energía que se almacena en una bobina, la cual ya fue recogida en la Ecuación (1.21).

$$W_L = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 \tag{5.17}$$

Aplicando esta expresión a todas las bobinas que aparecen en el circuito eléctrico de la Figura 5.13, se obtiene que la energía almacenada en la estructura magnética se calcula como se indica a continuación.

$$W_{disp} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot L_{ext} \cdot I^2 \right) + 2 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot L_{\text{int}} \cdot \sum_{k=1}^{c-1} (I + k)^2 \right] + \frac{1}{2} \cdot L_{\text{int}} \cdot (I + c)^2 \tag{5.18}$$

Agrupando adecuadamente los términos de esta Ecuación, y sustituyendo *c* por su valor, se llega a la expresión genérica que permite calcular la energía de dispersión almacenada en un transformador con disposición agrupada de devanados, que es

$$\boxed{W_{disp} = L_{ext} \cdot I^2 + L_{\text{int}} \cdot \left[\frac{(I + N_1 \cdot n_1)^2}{2} + \sum_{k=1}^{N_1 \cdot n_1 - 1} (I + k)^2 \right]} \tag{5.19}$$

siendo *I* la determinada en la Ecuación (5.16).

A partir de esta energía almacenada en la estructura (energía de dispersión), será posible obtener el valor de la inductancia de dispersión que se encarga de modelar este fenómeno. Para ello se igualará toda esta energía a la almacenada en una inductancia L_{disp} colocada en el devanado primario. De nuevo se hará uso de la Ecuación (5.17) para determinar el valor de la inductancia que almacena esa energía, lo cual implica la necesidad de conocer la corriente que la atraviesa, que será la corriente de primario. El valor de dicha corriente depende de cómo estén conectadas las capas conductoras entre sí. A modo de ejemplo se siguen considerando dos situaciones extremas: el caso en que todas las capas estén conectadas en paralelo, y el caso en que todas ellas estén conectadas en serie. Como en el cálculo de la energía total almacenada se ha aceptado que todas las capas llevan una corriente de 1A, se puede ver que la corriente de primario será: $I_1 = n_1$ amperios en ambos casos (nótese que n_1 valdrá 1 cuando se considere el caso en que todas las capas están conectadas en serie). Conocida esta corriente, se puede afirmar que la inductancia de dispersión referida al devanado primario vendrá dada, tanto si todas las capas están conectadas en serie como si lo están en paralelo, por:

$$L_{disp} = \frac{2 \cdot W_{disp}}{n_1^2} \tag{5.20}$$

Esta inductancia de dispersión no se corresponde directamente con ninguna de las dos representadas en el modelo tradicional de transformador de la Figura 5.3, sino que recoge el efecto de ambas. Como en los transformadores considerados los dos devanados presentan el mismo número de capas conductoras, es bastante acertado suponer que la dispersión se va a repartir por igual entre ambos devanados (respetando la relación de espiras), es decir, que en el modelo de transformador se aceptará

$$\boxed{L_{disp1} = L_{disp2} \cdot \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 = \frac{W_{disp}}{n_1^2}} \tag{5.21}$$

5.3.3. Dispersión en el caso de devanados entrelazados

Para el caso de transformadores con disposición entrelazada de devanados, se va a seguir un procedimiento análogo al que se acaba de ver. En este caso se van intercalando capas de primario con capas de secundario, por lo que se puede representar el comportamiento magnético de este tipo de estructuras mediante un circuito eléctrico equivalente como el de la Figura 5.14.

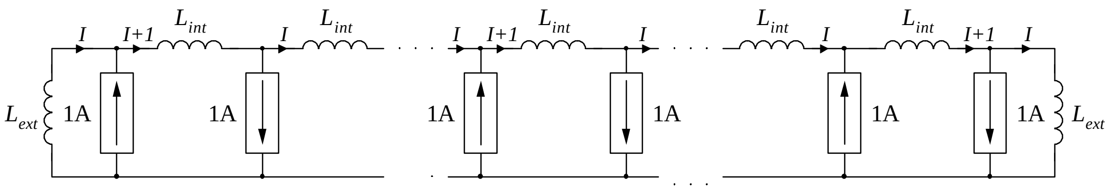


Figura 5.14. Ensayo de cortocircuito en transformadores con disposición entrelazada.

Nótese que el bloque representado en el centro de esta Figura corresponde al caso en que el número de capas conductoras en uno cualquiera de los devanados, *c*, es impar. Para los casos en que *c* sea par, la inductancia L_{int} situada en el centro del circuito eléctrico equivalente estaría atravesada por una corriente *I*, lo que implica que los sentidos de las fuentes de corriente situadas a ambos lados de la misma serían contrarios a los representados en la Figura 5.14. Sin embargo, el desarrollo que se incluye a continuación es válido tanto para los casos en que *c* sea par como para aquéllos en los que *c* es impar.

Sea cual sea, por tanto, el valor de *c*, la corriente *I* que circula por el circuito vuelve a calcularse a partir de la ley de mallas de Kirchoff aplicada a la malla más externa, lo que da lugar a una expresión del tipo:

$$2 \cdot L_{ext} \cdot I + (c-1) \cdot L_{\text{int}} \cdot I + c \cdot L_{\text{int}} \cdot (I+1) = 0 \tag{5.22}$$

Agrupando todos los términos que multiplican a *I* se obtiene

$$I \cdot \left[2 \cdot L_{ext} + (c-1) \cdot L_{\text{int}} + c \cdot L_{\text{int}}\right] = -L_{\text{int}} \cdot c \tag{5.23}$$

de donde, sustituyendo *c* por su valor, se puede despejar el valor de la corriente de interés:

$$\boxed{I = -\frac{N_1 \cdot n_1 \cdot L_{int}}{2 \cdot L_{ext} + (2 \cdot N_1 \cdot n_1 - 1) \cdot L_{int}}} \tag{5.24}$$

Conocida esta corriente, se procede a determinar la energía magnética almacenada en la estructura como ya se hizo para el caso anterior, utilizando ahora el circuito eléctrico de la Figura 5.14. Se obtiene así la siguiente expresión

$$W_{disp} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot L_{ext} \cdot I^2\right) + (c-1) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot L_{int} \cdot I^2\right) + c \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot L_{int} \cdot (I+1)^2\right] \tag{5.25}$$

Sustituyendo de nuevo *c* por su valor ($c = N_1 \cdot n_1$) y agrupando convenientemente los términos de esta ecuación, se obtiene la expresión que permite calcular la energía de dispersión almacenada en un transformador con disposición entrelazada de devanados.

$$\boxed{W_{disp} = \left(L_{ext} + \frac{N_1 \cdot n_1 - 1}{2} \cdot L_{\text{int}}\right) \cdot I^2 + \frac{N_1 \cdot n_1}{2} \cdot L_{\text{int}} \cdot (I+1)^2} \tag{5.26}$$

siendo *I*, en este caso, la determinada en la Ecuación (5.24).

Haciendo uso de esta energía de dispersión almacenada en la estructura, se obtendrá el valor de la inductancia de dispersión referida al devanado primario correspondiente a este caso, que vuelve a presentar la misma forma que la ya vista en la Ecuación (5.20):

$$L_{disp} = \frac{2 \cdot W_{disp}}{n_1^2} \tag{5.27}$$

siendo la única diferencia que, en este caso, el valor de W_{disp} a considerar es el dado por la Ecuación (5.26).

También se sigue manteniendo la expresión que permite calcular los valores de las inductancias de dispersión incluidas en el modelo tradicional de transformador representado en la Figura 5.3, ya que se acepta que la dispersión se va a repartir por igual entre ambos devanados, por lo cual

$$\boxed{L_{disp1} = L_{disp2} \cdot \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 = \frac{W_{disp}}{n_1^2}} \tag{5.28}$$

5.4. UTILIZACIÓN DE LAS ECUACIONES DE DISEÑO

Análogamente a lo visto para el caso de bobinas integradas mediante tecnología de capa gruesa, se pasa a continuación a indicar los pasos a seguir para llevar a cabo el diseño de transformadores con conductores embebidos en ferrita. Como sucediera con las bobinas, el principal inconveniente que afrontan los diseñadores es el reducido número de ecuaciones de diseño de que disponen en comparación con el número de variables a determinar.

Como primer paso, es necesario conocer cuáles son las especificaciones de que habitualmente se dispone a la hora de diseñar un transformador destinado a ser incluido en un convertidor electrónico. Lo normal es que a dicho transformador se le exija una determinada relación de transformación (r_t), posiblemente una resistencia serie menor que un valor dado y que no alcance la saturación durante su funcionamiento en las condiciones de trabajo para las que está pensado. Además, ocasionalmente puede ser necesario garantizar que su inductancia magnetizante presenta un cierto valor y/o que la relación entre ésta y la inductancia de dispersión está dentro de unos límites aceptables.

Esta información deberá ser adecuadamente complementada con las ecuaciones de diseño de que se dispone, que pasan a recordarse a continuación:

- Para la relación de transformación (r_t), se tiene

$$r_t = \frac{N_1}{N_2} \tag{5.29}$$

- Por lo que se refiere a la resistencia serie, se considerará únicamente la correspondiente al devanado primario usando la Ecuación (5.2), que se repite a continuación.

$$\frac{R_{dc1}}{l} = R_{sq} \cdot \frac{25 \cdot 10^{-6}}{t_{cond}} \cdot \frac{N_1}{n_1 \cdot w} \tag{5.30}$$

Además, la Ecuación (5.4) recoge un criterio de diseño que pretende garantizar que las pérdidas se reparten por igual entre ambos devanados. Según dicha Ecuación, debe cumplirse que

$$N_1 \cdot n_1 = N_2 \cdot n_2 \tag{5.31}$$

- El valor de la inductancia magnetizante, podría obtenerse a partir de la Ecuación (5.1), también repetida a continuación para el caso particular en que dicha inductancia esté referida al devanado primario.

$$\frac{L_{M1}}{l} = \frac{\mu \cdot N_1^2}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{[(w+e)+4 \cdot g]+\sqrt{2 \cdot (w^2+e^2)+4 \cdot g \cdot [2 \cdot (w+e)+4 \cdot g]}}{(w+e)+\sqrt{2 \cdot (w^2+e^2)}}\right) \tag{5.32}$$

pudiendo el espesor e igualarse en este caso a

$$e = (N_1 \cdot n_1 + N_2 \cdot n_2) \cdot t_{cond} + (N_1 \cdot n_1 + N_2 \cdot n_2 - 1) \cdot t_{fer} \tag{5.33}$$

- Del mismo modo, es posible determinar la inductancia de dispersión que presenta la estructura (referida al devanado primario) aplicando

$$\frac{L_{disp}}{l} = \frac{2 \cdot W_{disp}}{n_1^2} \tag{5.34}$$

siendo W_{disp} el valor calculado a partir de la Ecuación (5.19) o de la Ecuación (5.26) según los dos devanados presenten disposición agrupada o entrelazada respectivamente.

- Con esto, sólo resta establecer una condición para asegurar que el transformador no llega a saturarse. Para ello resulta necesario conocer la forma de onda de la tensión que se va a aplicar en el devanado primario, de modo que se pueda calcular la máxima variación que experimenta la densidad de flujo dentro de la estructura. Haciendo uso de la ley de Faraday presentada en la Ecuación (1.6), se obtiene la siguiente igualdad:

$$v_1 = -N_1 \cdot \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -N_1 \cdot \frac{\mathrm{d}\left(B \cdot A_e\right)}{\mathrm{d}t} = -N_1 \cdot A_e \cdot \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \tag{5.35}$$

de donde se deduce que

$$\Delta B = -\frac{1}{N_1 \cdot A_e} \cdot \int_0^t v_1(t) \cdot \mathrm{d}t \tag{5.36}$$

Por tanto, la máxima variación que se va a obtener para una tensión dada en el primario será

$$\Delta B_{máx} = \frac{\text{máx}\left[\int_0^t v_1(t) \cdot \mathrm{d}t\right]}{N_1 \cdot A_{mín}} \tag{5.37}$$

lo que hace necesario conocer la tensión que se aplica al devanado primario o bien el máximo de la integral implicada en el cálculo de $\Delta B_{máx}$. De este modo, y conocido el valor de la densidad de flujo de saturación del material utilizado, se podrá determinar cuál es la máxima variación aceptable para B y, en consecuencia, se dispondrá de otra ecuación de diseño. Conviene recordar que el valor de $\Delta B_{máx}$ no siempre coincide con el valor B_{sat} del material, sino que también hay que tener en cuenta cuál será el punto de funcionamiento del transformador dentro del convertidor donde se va a utilizar. La Figura 5.15 ilustra esta idea.

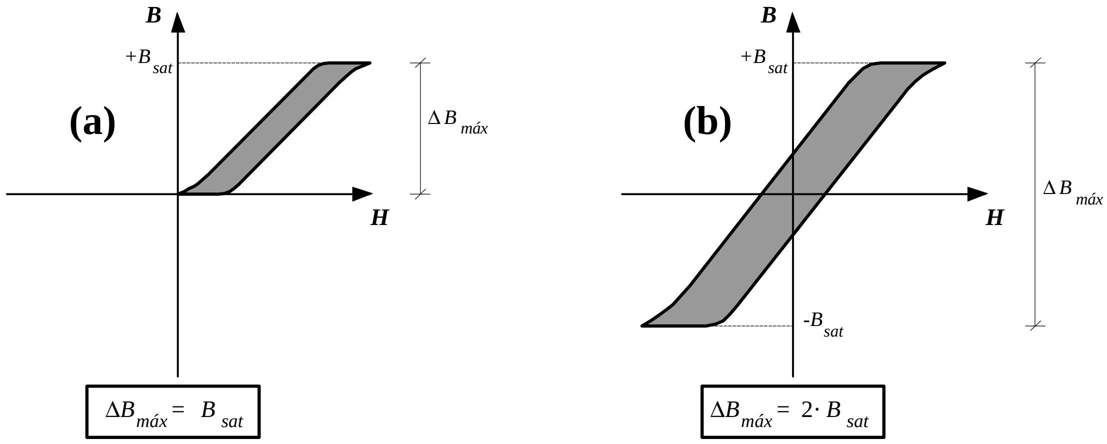


Figura 5.15. Determinación de la máxima variación de densidad de flujo aceptable.

Con las especificaciones indicadas, las ecuaciones de diseño disponibles y los parámetros establecidos por la tecnología utilizada, será necesario determinar el valor de siete variables, a saber, ancho de los conductores (w), número de vueltas de primario (N_1), número de capas conductoras por vuelta de primario (n_1), número de vueltas de secundario (N_2), número de capas conductoras por vuelta de secundario (n_2), espesor de la ferrita encima y debajo de los conductores (g) y longitud de la estructura (l). Una vez más, para compensar en cierta medida el mayor número de incógnitas que de ecuaciones de diseño, se aceptará que la estructura a diseñar tendrá una longitud l y una sección como la indicada en la Figura 5.16, cuyo aspecto es el mismo que el considerado para el diseño de bobinas.

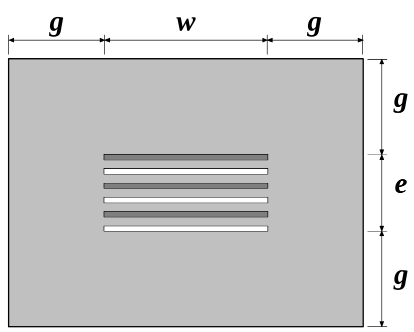


Figura 5.16. Sección del transformador a diseñar.

Así se calcula la mínima sección de la estructura ($A_{mín}$) que interviene en la Ecuación (5.37), pasando así dicha Ecuación a depender únicamente de los parámetros de diseño:

$$\text{Ä}B_{máx} = \frac{\text{máx}\left[\int_0^t v_1(t)\cdot \mathrm{d}t\right]}{N_1 \cdot g \cdot l} \tag{5.38}$$

En la Figura 5.16, además, se deja entrever que se va a adoptar una disposición entrelazada de los devanados. Aunque no es estrictamente necesario que esto sea así, sí resulta más aconsejable esta disposición que la disposición agrupada, ya que da lugar a valores más reducidos de la inductancia de dispersión, como se comprobará en el siguiente Capítulo.

El mayor problema a la hora de establecer un proceso para la resolución de las ecuaciones de diseño, radica en el hecho de que apenas hay valores fijados en las especificaciones de un transformador. Salvo por lo que se refiere a su relación de transformación, todo lo demás suelen ser límites más que valores exactos: conseguir *que no se sature*, obtener una resistencia serie *menor* que un determinado valor, hacer que la inductancia magnetizante sea *suficientemente grande*, lograr inductancias de dispersión *no muy elevadas en comparación con la magnetizante*. Criterios, en definitiva, que facilitan en cierta medida la obtención del transformador deseado, pero que dificultan la resolución matemática de las ecuaciones de diseño en busca de *una* solución. Por ello, el método que se propone para diseñar transformadores integrados mediante tecnología de capa gruesa como los estudiados en este trabajo, pasa por las etapas que se indican a continuación.

1. Definir las especificaciones que debe cumplir la estructura a desarrollar. Como ya se ha indicado, se deberá tener información de la relación de transformación deseada (r_t), de la tensión que se va a aplicar en el primario (v_1), de la máxima variación de densidad de flujo magnético que se permite en la estructura ($\Delta B_{máx}$), de la máxima resistencia serie que se considera aceptable para el devanado primario (R_{obj1}), del mínimo valor que pueda presentar la inductancia magnetizante ($L_{M\_mín}$) y del máximo valor que puede presentar la relación entre la inductancia de dispersión y la magnetizante ($k=L_{disp}/L_M$). No siempre se dispone de información acerca de todos estos parámetros. De todos ellos, sólo resultan indispensables la relación de transformación, r_t, la tensión aplicada al devanado primario, v_1, y la máxima variación de densidad de flujo permitida, $\Delta B_{máx}$.

2. Establecer los parámetros y las limitaciones del proceso tecnológico que se va a utilizar.

   Esta etapa coincide con la correspondiente al caso de bobinas. Como en aquel caso, será necesario conocer el espesor de cada capa depositada, t_{cond}, el espesor de la ferrita que debe colocarse entre capas conductoras, t_{fer}, la resistencia por cuadro de la pasta conductora empleada, R_{sq}, la permeabilidad de la pasta de ferrita, μ, y la máxima densidad de flujo que es capaz de soportar dicha pasta de ferrita, $B_{máx}$.

   También la información que se refiere a las limitaciones tecnológicas es la misma: el máximo número de capas conductoras que puede emplearse, $cond_{máx}$, y el máximo número de capas que se puede depositar en total para generar la estructura, lo cual define el máximo grosor total de la misma, $grosor_{máx}$.

3. Determinar todas las ecuaciones de diseño susceptibles de ser utilizadas. En este caso, son las Ecuaciones (5.29) a (5.38).

4. Resolver las Ecuaciones anteriores a partir de las especificaciones indicadas para la estructura.

   Si en el caso del diseño de bobinas éste constituye el paso más laborioso del proceso de diseño, la dificultad se incrementa al considerar el diseño de transformadores. Al inconveniente de tener más incógnitas que ecuaciones de diseño, se le añade el hecho de que no siempre se pueden utilizar todas las ecuaciones de diseño (porque no siempre se dispondrá de toda la información indicada en el punto 1.). Por ello, se ha optado por un método de diseño como el que se pasa a plantear a continuación.

   a) Para resolver el conjunto de ecuaciones se considera oportuno fijar un valor de w e ir recorriendo todos los posibles valores del resto de las incógnitas asegurándose siempre que se consiguen estructuras susceptibles de ser fabricadas.

   b) De acuerdo con lo indicado en el punto anterior, y teniendo en cuenta que, según la Ecuación (5.31), el número de capas conductoras en primario debe ser igual al número de capas conductoras en secundario, para cada valor de w elegido, se irán barriendo todos los valores [enteros] de N_1 comprendidos entre 1 y $cond_{máx}/2$. Además, para cada uno de los valores barridos de N_1, se irán considerando todos los posibles valores [enteros] de n_1 comprendidos entre 1 y $cond_{máx}/(2\cdot N_1)$. De este modo se han *fijado* tres variables garantizando que en ningún caso se estudiarán estructuras en las que el número de capas de primario sea mayor que la mitad del máximo número de conductores permitido. Conocidas N_1 y n_1, la relación de transformación, r_t, junto con la Ecuación (5.31), permite calcular también los valores de N_2 y n_2. Nótese que, debido a la necesidad de que N_2 y n_2 sean valores enteros, puede haber ocasiones en que no se pueda conseguir la relación de transformación deseada. Sólo se seleccionarán, como es lógico, aquellas estructuras que garantizan que se obtiene el valor especificado de r_t.

c) El conocimiento del número de capas conductoras (tanto de primario como de secundario), así como de la tecnología utilizada, permite calcular el espesor total de los conductores según la Ecuación (5.33). A partir de esta información y del máximo grosor que se puede proporcionar a la estructura magnética, es posible determinar el mayor espesor de la ferrita que se puede colocar encima y debajo de los conductores:

$$g_{máx} = \frac{grosor_{máx} - e}{2} \tag{5.39}$$

Conocido este valor, para cada conjunto de valores (w, N_1, n_1, N_2, n_2) identificado en el punto anterior, se tomarán varios valores de g comprendidos entre t_{cond} y $g_{máx}$ (cuatro o cinco valores serán bastantes en principio).

d) A estas alturas, se habrán dado a las variables w, N_1, n_1, N_2, n_2 y g todos los posibles valores que determinan estructuras que son tecnológicamente realizables. El siguiente paso consistirá en calcular la longitud l de la estructura que garantice que el transformador no se va a saturar. Para ello, se hace uso de la Ecuación (5.38). Al final de esta etapa, se dispondrá de información sobre todas las estructuras susceptibles de ser construidas cuya relación de transformación es la especificada y que, además, no llegan a saturarse ante la aplicación de una tensión v_1 en el primario como la indicada.

5. La siguiente etapa sólo se llevará a cabo si se dispone de todas o algunas de las especificaciones correspondientes a resistencia serie, inductancia magnetizante e inductancia de dispersión. Si es así, bastará con comprobar cuáles de las estructuras anteriores permiten alcanzar los valores deseados y elegir la que mejor cumpla las especificaciones. El objetivo de esta etapa es, pues, eliminar aquellas estructuras que, aun cumpliendo los requisitos tecnológicos, no satisfacen las especificaciones de funcionamiento.

   En este punto debe tenerse en cuenta que la longitud de la estructura se ha calculado de modo que se aproveche al máximo el núcleo magnético. Pudiera ser que en algunos casos interesase dotar a la estructura de una longitud mayor para alcanzar las especificaciones. Debe tenerse en cuenta que un incremento en la longitud de las estructuras da lugar a un aumento de su resistencia serie, su inductancia (magnetizante y de dispersión) y, por supuesto, su volumen; sin embargo, el máximo valor de la densidad de flujo disminuye, y otros valores, como la relación de transformación y la relación entre inductancia magnetizante e inductancia de dispersión, permanecen inalterados.

6. Por último, de entre las estructuras que sean susceptibles de ser realizadas y cumplan las especificaciones, se elegirá la más adecuada en función de criterios como el volumen total que ocupe, por ejemplo.

Para ilustrar este proceso de diseño, se considerará el caso en que se pretenda conseguir un transformador cuyas especificaciones sean:

$$r_t = 1 \qquad L_M \geq 8{,}25\mu H \qquad L_{disp} / L_M \leq 10\% \qquad R_{obj1} \leq 120 m\Omega$$

Estas especificaciones serían adecuadas, por ejemplo, para un transformador destinado a formar parte de un convertidor directo de 8W que permitiera pasar de 5V a la entrada a 3,3V a la salida (lo que supondría un ciclo de trabajo de 0,66).

Los parámetros y limitaciones del proceso de fabricación son los mismos que se consideraron para el diseño de la bobina en el Capítulo anterior, volviéndose a utilizar los mismos valores que en aquel caso:

$cond_{máx} = 25$ $\quad\quad$ $capas = 100 \rightarrow grosor_{máx} = 1{,}5\text{mm}$

$t_{cond} = 15\mu\text{m}$ $\quad$ $t_{fer} = 50\mu\text{m}$ $\quad$ $R_{sq} = 1{,}2\ \text{m}\Omega\ /$ $\quad$ $\mu_r = 150$

junto con la información de la densidad de flujo de saturación: $B_{sat} = 0{,}3\text{T}$. Si se considera que el transformador a diseñar va a tener un funcionamiento como el indicado en la Figura 5.15(a), esto implica que $\Delta B_{máx} = 0{,}3\text{T}$

Con estos datos, se procede a resolver las ecuaciones de diseño teniendo en cuenta todo lo indicado anteriormente. Se toman en este caso seis posibles valores de *w*: 200µm, 800µm, 1,4mm, 2,0mm, 2,6mm y 3,2mm (de nuevo se han elegido estos valores en múltiplos de 0,2mm, que es la anchura mínima permitida para los conductores). Para cada uno de estos valores, se efectúan los barridos de las variables N_1, n_1 y g como se indicó en la descripción del proceso de diseño y se obtiene, a partir de la Ecuación (5.38), el valor de la longitud de la estructura que garantiza que no se va a alcanzar la saturación. De este modo, ya se conocen todas las dimensiones de las estructuras susceptibles de ser construidas. Tras la eliminación de aquéllas que no cumplen las especificaciones indicadas, es posible representar todos los parámetros que permitan decidir cuál es la más adecuada a las necesidades concretas del caso considerado.

Los gráficos representados entre la Figura 5.17 y la Figura 5.19 muestran varios parámetros (para un valor de *w* dado) en función del número de vueltas utilizado en el devanado primario. Estos parámetros son: la inductancia magnetizante (referida al devanado primario), la resistencia serie del devanado primario, la densidad de flujo máxima, la relación entre la inductancia de dispersión y la magnetizante, y el volumen de la estructura.

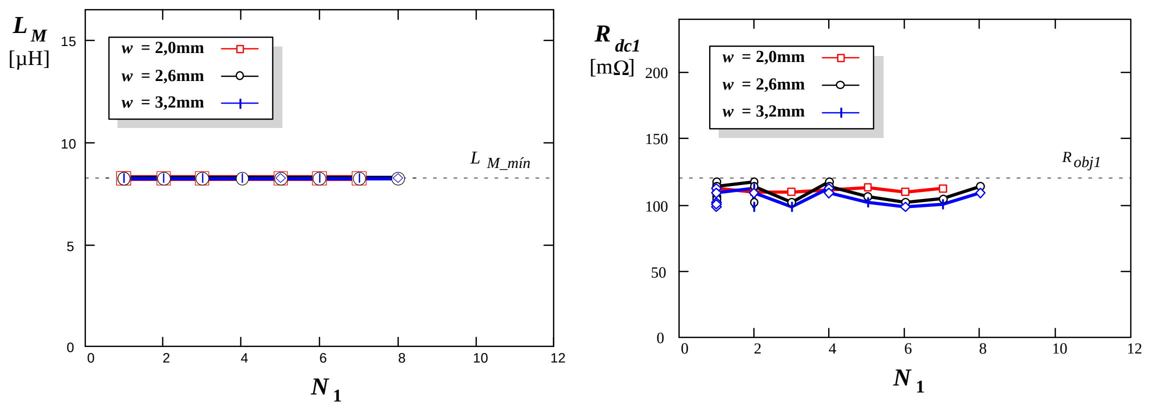


Figura 5.17. Inductancia magnetizante y resistencia serie de las estructuras seleccionadas.

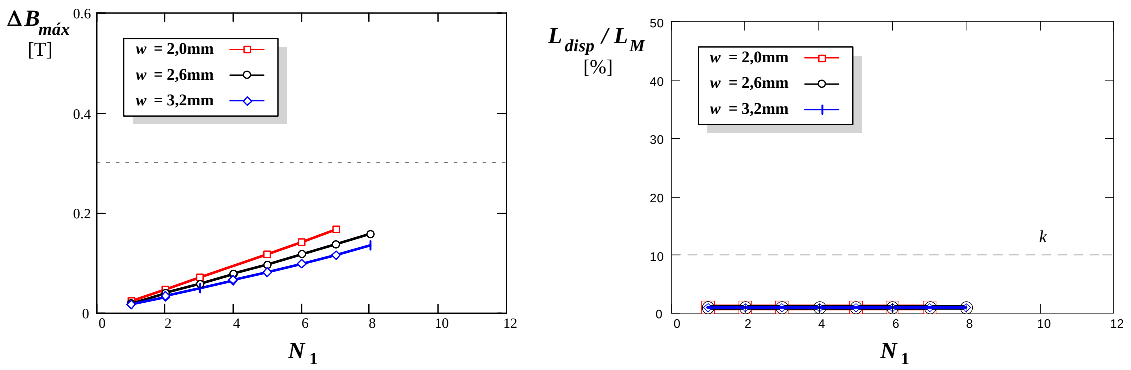


Figura 5.18. Máxima densidad de flujo y relación magnetizante/dispersión en las estructuras seleccionadas.

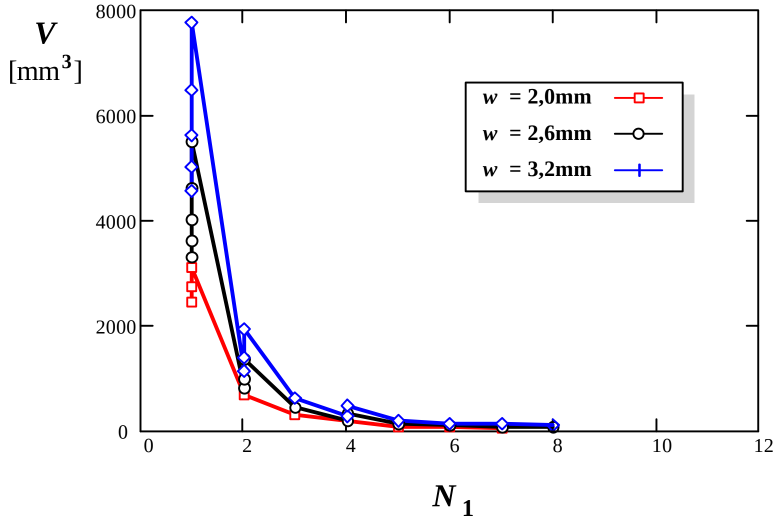


Figura 5.19. Volumen total de las estructuras seleccionadas.

El estudio podría completarse con gráficas como las que se recogen a continuación, en las que se muestran todas las posibles estructuras entre las que se puede elegir en forma de puntos que definen pares (volumen, resistencia serie) y (volumen, inductancia magnetizante). De este modo, se puede tener una idea más precisa de cómo se modifica una de las variables de elección al fijar otra.

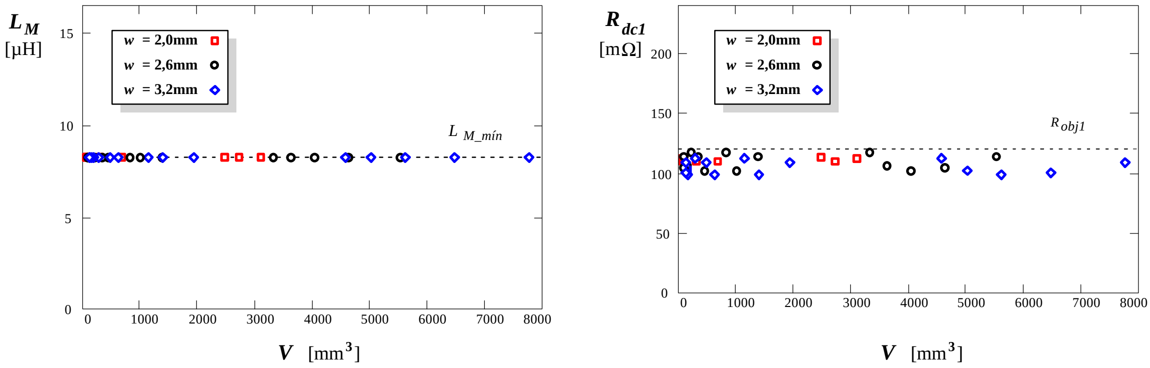


Figura 5.20. Relación volumen-inductancia magnetizante y volumen-resistencia serie en las estructuras realizables.

En el caso particular del ejemplo que se está considerando, se aprecia que el volumen no tiene ninguna influencia sobre el valor de la inductancia magnetizante de las estructuras propuestas. Evidentemente, esto no es siempre así. En todas estas Figuras, además, se aprecia que no aparece ninguna curva correspondiente a conductores con w de 0,2mm, de 0,8mm, ni de 1,4mm, ya que no se ha podido encontrar ninguna estructura realizable con la tecnología descrita que cumpla las especificaciones.

Una posible elección en este caso podría ser una de las formadas por 6 vueltas de una única capa conductora con devanados de 3,2mm. Esta estructura presenta uno de los menores volúmenes que se pueden obtener, a la vez que da lugar a uno de los menores valores de resistencia serie. Los parámetros que definen esta estructura son

w=3,2mm N_1=6 n_1=1 N_2=6 n_2=1 g=0,385mm l=26,212mm

con los que se obtienen las siguientes características:

$r_t = 1$ $R_{dc1} = 98{,}3\text{m}\Omega$ $L_M = 8{,}25\mu\text{H}$ $L_{disp} = 312\text{nH}$ $\Delta B_{máx} = 0{,}01\text{T}$

V=156,1mm^3

Como se puede observar, de las especificaciones fijadas inicialmente, la única que se ha verificado exactamente es la correspondiente a la inductancia magnetizante. Esto ha dado lugar a que todas las estructuras presenten un valor de $\Delta B_{máx}$ por debajo de los 0,3T especificados, ya que ha sido necesario calcular la longitud de la estructura que garantizase el valor de L_M, aunque ello suponga no aprovechar completamente las propiedades del núcleo utilizado.

A continuación se recoge en forma de Tablas toda la información obtenida en el ejemplo considerado con el objetivo de facilitar la elección de la estructura más adecuada. La Tabla 5.1 recoge información sobre las 20 estructuras que presentan menor volumen, mientras que la Tabla 5.2 incluye las 20 estructuras con menor resistencia serie.

	V (mm^3)	R_{dc1} (mΩ)	L_M (μH)	L_{disp}/L_M	w (mm)	N_1	n_1	g (mm)	l (mm)	N_2	n_2
L208	63,40	112,0	8,25	0,03996	2,0	7	1	0,320	16,00	7	1
L207	75,00	109,5	8,25	0,04128	2,0	6	1	0,385	18,25	6	1
L26F	86,25	113,8	8,25	0,03861	2,6	8	1	0,255	18,49	8	1
L26E	94,41	104,6	8,25	0,03774	2,6	7	1	0,32	19,42	7	1
L206	98,70	113,4	8,25	0,04503	2,0	5	1	0,450	22,69	5	1
L26D	112,20	102,4	8,25	0,03907	2,6	6	1	0,385	22,19	6	1
L32F	121,50	109,1	8,25	0,03727	3,2	8	1	0,255	21,83	8	1
L32E	132,10	100,4	8,25	0,03646	3,2	7	1	0,32	22,94	7	1
L26C	145,00	106,2	8,25	0,04268	2,6	5	1	0,45	27,62	5	1
L32D	156,10	98,3	8,25	0,03778	3,2	6	1	0,385	26,21	6	1
L32C	200,60	102,0	8,25	0,04128	3,2	5	1	0,450	32,63	5	1
L26A	207,50	117,3	8,25	0,04948	2,6	4	1	0,515	38,12	4	1
L32A	285,60	112,5	8,25	0,04784	3,2	4	1	0,515	45,01	4	1
L205	303,30	109,5	8,25	0,04128	2,0	3	2	0,385	73,00	3	2
L26B	345,00	113,8	8,25	0,03861	2,6	4	2	0,255	73,96	4	2
L269	448,70	102,4	8,25	0,03907	2,6	3	2	0,385	88,77	3	2
L32B	485,90	109,1	8,25	0,03727	3,2	4	2	0,255	87,31	4	2
L329	624,40	98,3	8,25	0,03778	3,2	3	2	0,385	104,80	3	2
L204	682,50	109,5	8,25	0,04128	2,0	2	3	0,385	164,30	2	3
L266	830,20	117,3	8,25	0,04948	2,6	2	2	0,515	152,50	2	2

Tabla 5.1. Estructuras válidas. Ordenación por volumen.

	R_{dc1} (mΩ)	V (mm^3)	L_M (µH)	L_{disp}/L_M	w (mm)	N_1	n_1	g (mm)	l (mm)	N_2	n_2
L323	98,3	5619	8,25	0,03778	3,2	1	6	0,385	943,6	1	6
L327	98,3	1405	8,25	0,03778	3,2	2	3	0,385	235,9	2	3
L329	98,3	624,4	8,25	0,03778	3,2	3	2	0,385	104,8	3	2
L32D	98,3	156,1	8,25	0,03778	3,2	6	1	0,385	26,21	6	1
L324	100,4	6475	8,25	0,03646	3,2	1	7	0,320	1124	1	7
L32E	100,4	132,1	8,25	0,03646	3,2	7	1	0,320	22,94	7	1
L322	102,0	5016	8,25	0,04128	3,2	1	5	0,450	815,6	1	5
L32C	102,0	200,6	8,25	0,04128	3,2	5	1	0,450	32,63	5	1
L263	102,4	4038	8,25	0,03907	2,6	1	6	0,385	798,9	1	6
L267	102,4	1010	8,25	0,03907	2,6	2	3	0,385	199,7	2	3
L269	102,4	448,7	8,25	0,03907	2,6	3	2	0,385	88,77	3	2
L26D	102,4	112,2	8,25	0,03907	2,6	6	1	0,385	22,19	6	1
L264	104,6	4626	8,25	0,03774	2,6	1	7	0,320	951,8	1	7
L26E	104,6	94,41	8,25	0,03774	2,6	7	1	0,320	19,42	7	1
L262	106,2	3625	8,25	0,04268	2,6	1	5	0,450	690,5	1	5
L26C	106,2	145	8,25	0,04268	2,6	5	1	0,450	27,62	5	1
L325	109,1	7774	8,25	0,03727	3,2	1	8	0,255	1397	1	8
L328	109,1	1944	8,25	0,03727	3,2	2	4	0,255	349,2	2	4
L32B	109,1	485,9	8,25	0,03727	3,2	4	2	0,255	87,31	4	2
L32F	109,1	121,5	8,25	0,03727	3,2	8	1	0,255	21,83	8	1

Tabla 5.2. Estructuras válidas. Ordenación por resistencia serie.

El último paso volvería a ser *doblar* la estructura para hacerla más consistente y manejable. Igual que sucediera con las bobinas integradas, se sugiere llevar a cabo esta operación respetando las dimensiones de la estructura inicial, tal y como se indicó en el Capítulo anterior y se recuerda en la Figura 5.21.

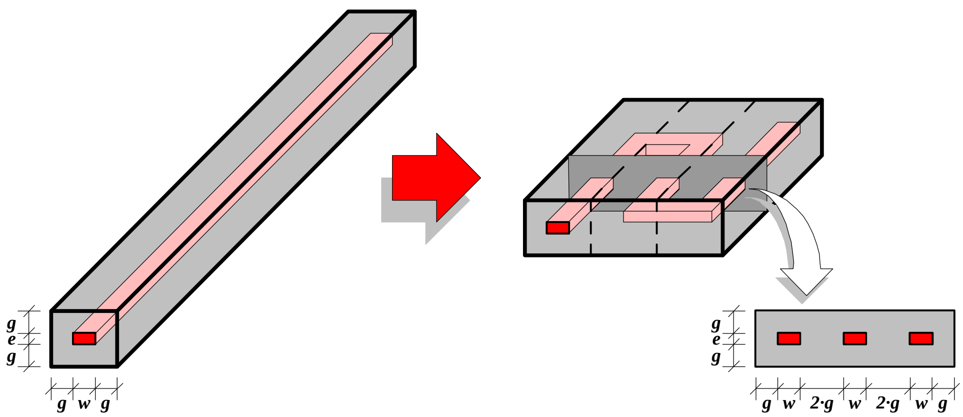


Figura 5.21. Disposición tipo meandro de los devanados.

En las páginas finales de esta Tesis Doctoral se recoge también un anexo donde se muestra un posible fichero de *Mathcad* [5.4] para llevar a cabo todas las operaciones descritas en esta Sección.

5.5. CONCLUSIONES

El diseño de transformadores mediante integración de capa gruesa como los estudiados en la presente Tesis Doctoral, sólo podrá ser posible si se utilizan estructuras apiladas, ya que es la única manera de conseguir un cierto acoplamiento entre las capas conductoras de ambos devanados. Aun así, la presencia de ferrita entre dichas capas conductoras (en lugar de aire, que es la situación que se da en los elementos magnéticos tradicionales), se traduce en un valor elevado de la inductancia de dispersión, por lo que el acoplamiento no será nunca muy elevado. Este hecho reduce el posible campo de aplicación de estos elementos, ya que los transformadores que se pueden obtener por este método no serán de muy buena calidad.

De todos modos, en este Capítulo se ha procedido a la caracterización de los transformadores obtenidos con esta tecnología, obteniendo los valores de los parámetros que conforman el circuito equivalente clásico de transformador, a saber, resistencia serie, inductancia magnetizante e inductancia de dispersión.

Los dos primeros (resistencia serie e inductancia magnetizante) se determinan del mismo modo que se indicó para el caso de bobinas. La inductancia magnetizante se refiere a uno de los dos devanados y se obtiene aplicando la expresión correspondiente a la inductancia de bobinas suponiendo que sólo conduce el devanado al cual está referida esta inductancia. En cuanto a la resistencia serie, se calcula exactamente igual que en el caso de las bobinas, teniendo en cuenta que es necesario determinar dos valores: uno por cada devanado.

El cálculo de la inductancia de dispersión supone una novedad con respecto a lo visto en el Capítulo anterior. Para poder determinar su valor se hace uso del modelo de reluctancias descrito por Dauhajre, con la particularidad de que los valores de reluctancia utilizados en dicho modelo se obtienen con la consideración de trayectorias elípticas para el flujo presentada en el Capítulo 3. Este modelo genera un circuito eléctrico equivalente al cual se le aplican las condiciones de funcionamiento propias de un ensayo de cortocircuito, lo que permite determinar la energía que se almacena en estas condiciones, que no es otra que la energía de dispersión. Conocida esta energía, la obtención de una bobina teórica que permita almacenar la misma energía (inductancia de dispersión) es inmediata. Aunque aquí se han considerado únicamente los casos extremos en los que todas las capas conductoras de un devanado están conectadas en serie o en paralelo, es posible analizar cualquier otra configuración siguiendo los pasos indicados.

Por otra parte, los estudios recogidos en este Capítulo permiten extraer dos criterios de diseño básicos a la hora de conseguir transformadores integrados cuyo comportamiento sea aceptable. Por un lado, será necesario que el número de capas conductoras utilizados para el devanado primario coincida con el empleado en el devanado secundario, de este modo, se garantiza un adecuado aprovechamiento del material conductor (con las pérdidas repartidas por igual en ambos devanados). Por otra parte, se puede comprobar que sólo resultarán adecuados los transformadores que intercalen sus devanados, de lo contrario se obtendrían inductancias de dispersión excesivamente elevadas. Sobre este punto, no obstante, se profundizará más en el siguiente Capítulo.

Por último, todos estos criterios han sido adecuadamente organizados para definir un procedimiento de diseño de transformadores integrados mediante tecnología de capa gruesa. Como resultado de esto, se ha generado un fichero de *Mathcad* que se incluye al final del presente trabajo y pretende automatizar el diseño de transformadores como los estudiados en esta Tesis Doctoral.

REFERENCIAS

[5.1] Fernando Nuño García. *"Elementos Magnéticos en Convertidores Electrónicos de Potencia: Bobinas y Transformadores"*. Lección de Oposición para la plaza de Profesor Titular de Universidad. Universidad de Oviedo. Marzo, 1993.

[5.2] A. Dauhajre. *"Modelling and Estimation of Leakage Phenomena in Magnetic Circuits"*. Tesis Doctoral, California Institute of Technology, Pasadena, Ca. Abril, 1986.

[5.3.] S.-A- El-Hamamsy, E. I. Chang. ”*Magnetics Modelling for Computer-Aided Design of Power Electronics Circuits*”. Proc. Power Electronics Specialists Conference PESC’89, pp. 635-645. Junio, 1994.

[5.4] Addlink Software Científico. “*Mathcad PLUS 6.0 Professional Edition*”. © 1986-1995 Mathsoft Inc.