

Balastos Electrónicos: Inversores Resonantes

José Marcos Alonso Álvarez
Mayo 1999

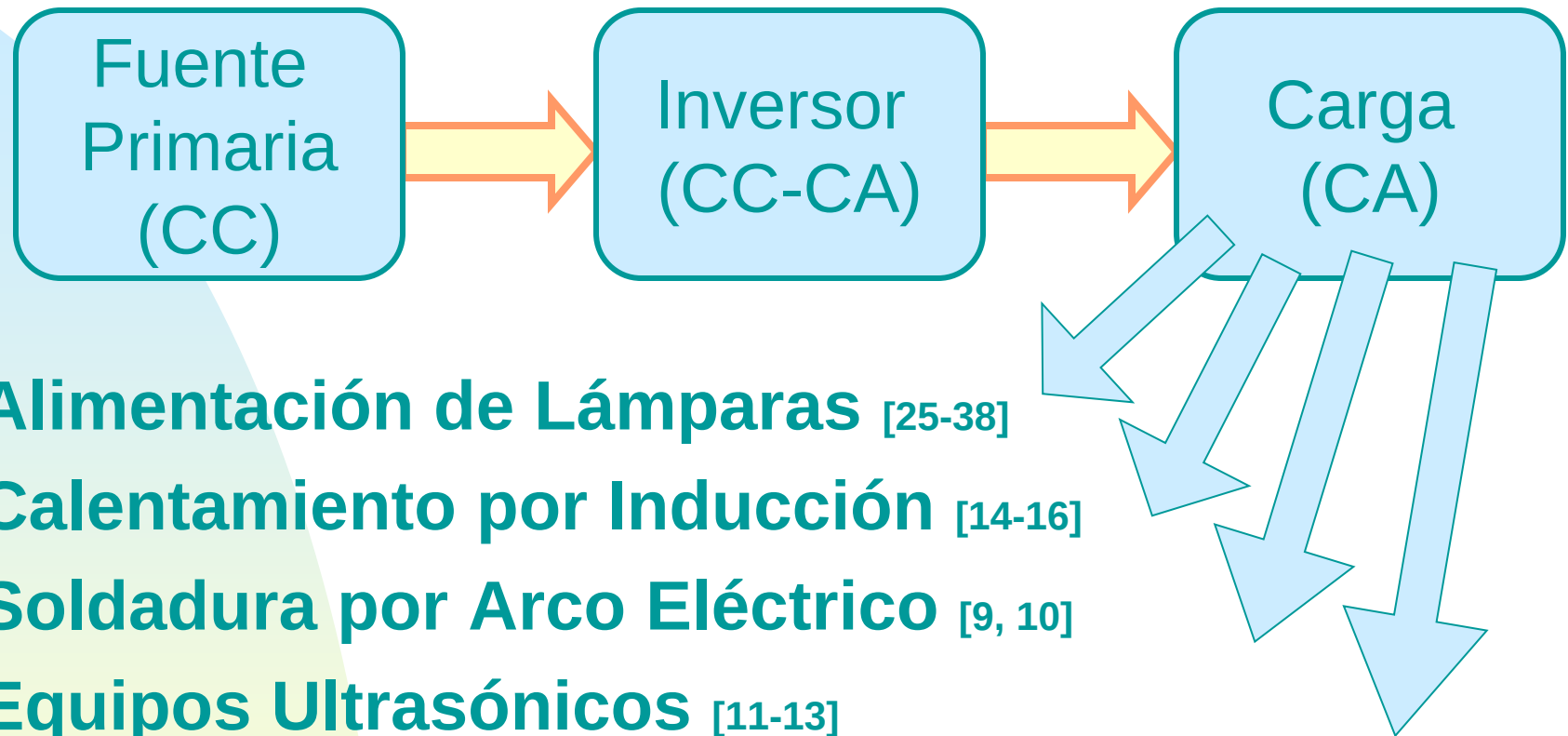
Objetivos

- Conocer la estructura básica y parámetros que caracterizan a un inversor resonante.
- Conocer las configuraciones básicas de inversores resonantes. Métodos de control y modos de funcionamiento.
- Metodología de análisis de inversores resonantes operando en régimen permanente.
- Características de comportamiento de algunos inversores típicos.
- Capacidad de selección de topologías
- Conocer la metodología básica de análisis dinámico de inversores resonantes.
- Ejemplos de análisis dinámico

Índice

- **Introducción**
- **Topologías y Control de Inversores Resonantes**
- **Análisis Estático de Inversores Resonantes**
- **Introducción al Análisis Dinámico de Inversores Resonantes. Ejemplos**
- **Bibliografía**

Aplicaciones



- **Alimentación de Lámparas** [25-38]
- **Calentamiento por Inducción** [14-16]
- **Soldadura por Arco Eléctrico** [9, 10]
- **Equipos Ultrasónicos** [11-13]
- **Procesos Electrostáticos** [6-8]
- **Reguladores CC-CC Conmutados** [17-24]

Parámetros Característicos

Onda Alterna de Salida (Tensión o Corriente):

Distorsión del armónico de orden n:

$$D_n = \frac{V_n}{V_1}$$

Distorsión Armónica Total:

$$THD (\%) = \frac{\sqrt{V_2^2 + V_3^2 + \dots + V_n^2 + \dots}}{V_1} \cdot 100$$

Factor de Distorsión del Armónico de orden n:

$$DF_n = \frac{V_n}{V_1 n}$$

Factor de Distorsión Total:

$$TDF (\%) = \frac{\sqrt{\sum_{2,3,\dots} \left(\frac{V_n}{n} \right)^2}}{V_1} \cdot 100$$

Diagrama de Bloques

Inversor Alimentado en Tensión

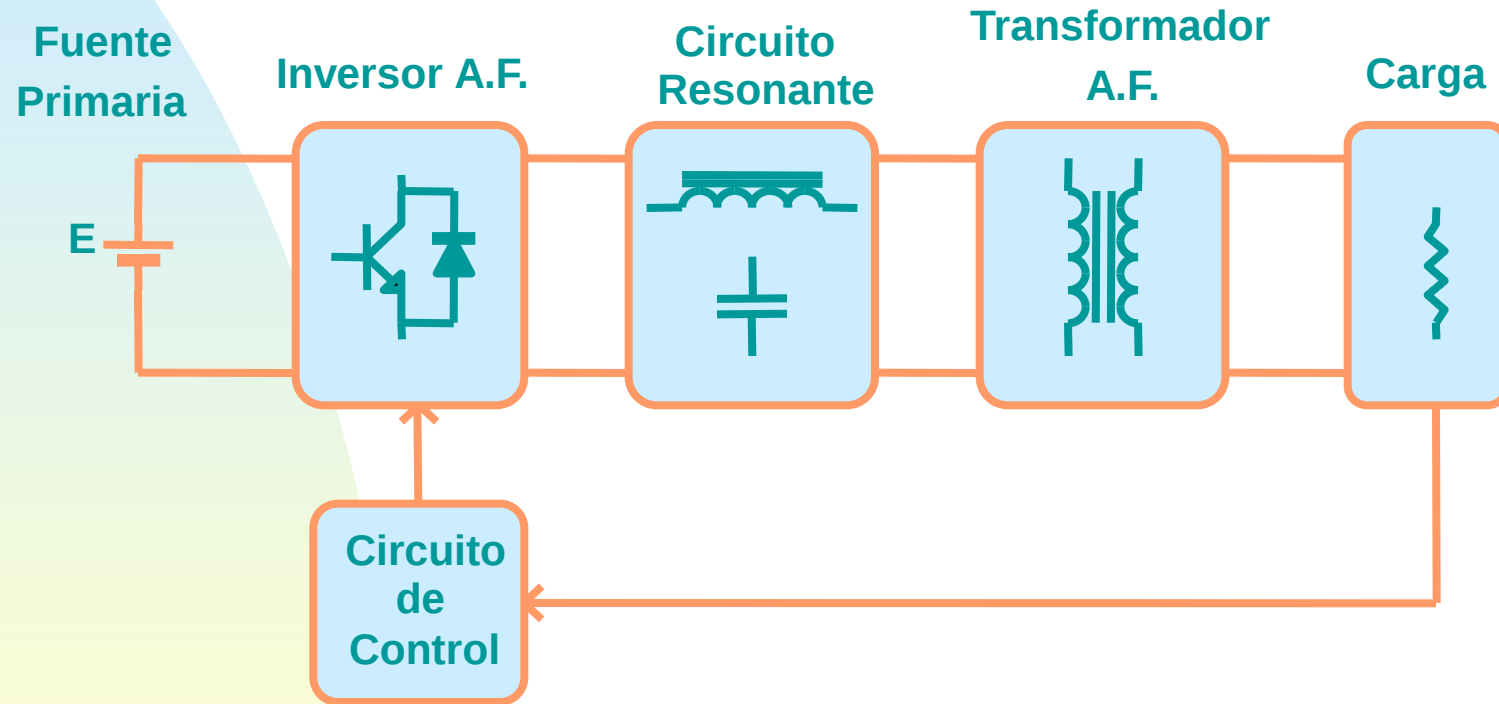
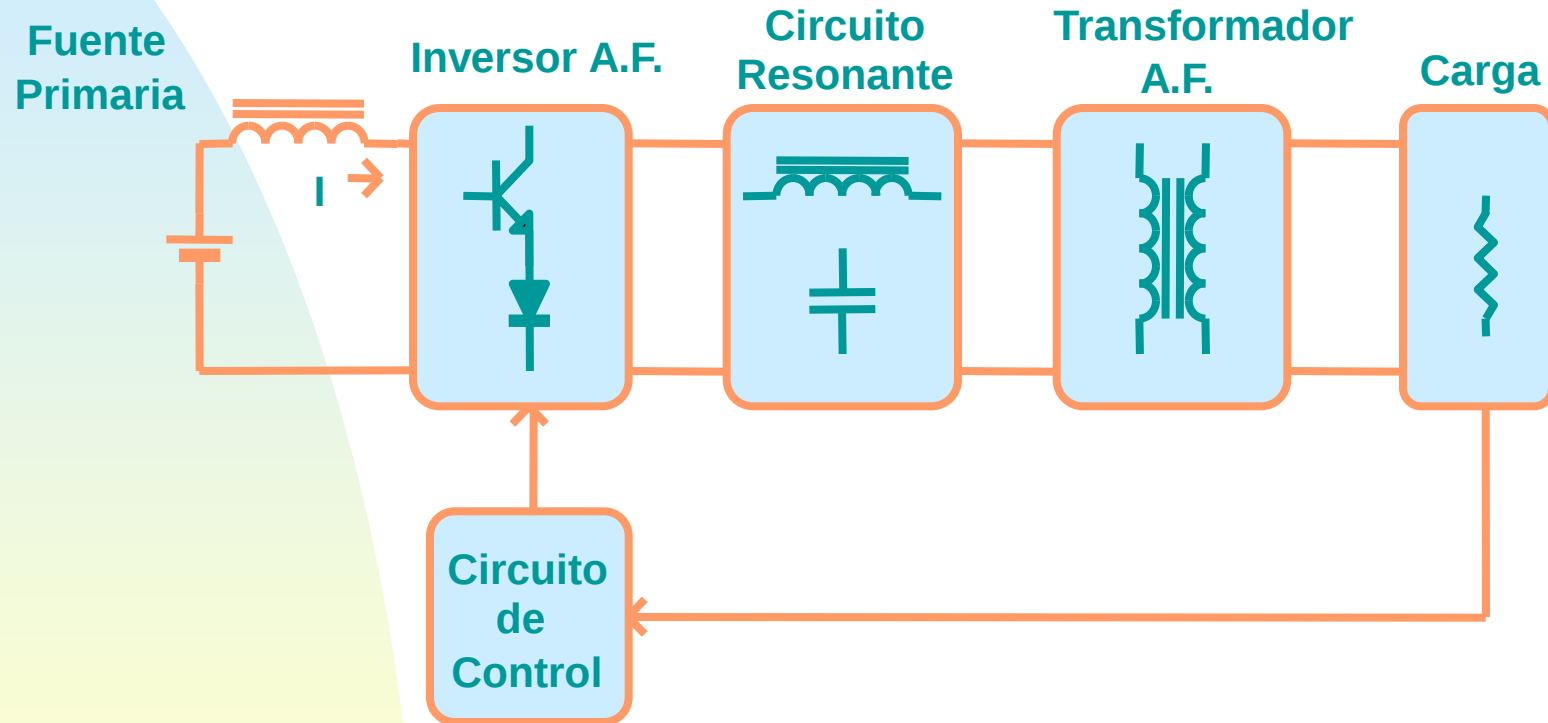


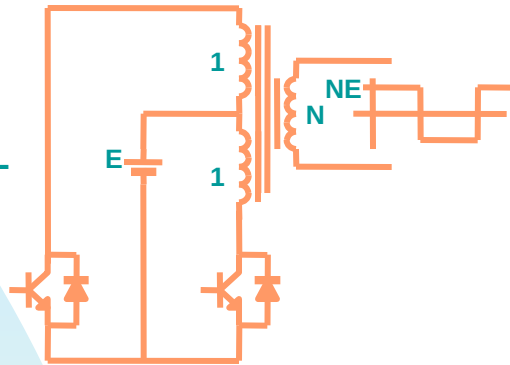
Diagrama de Bloques

Inversor Alimentado en Corriente

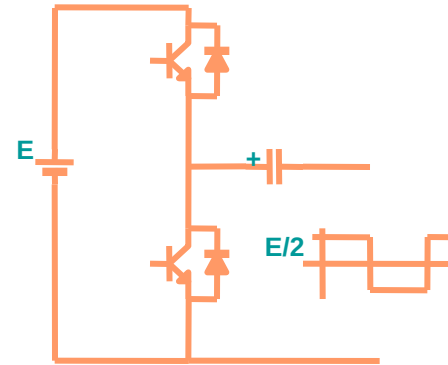


Topologías de Inversores

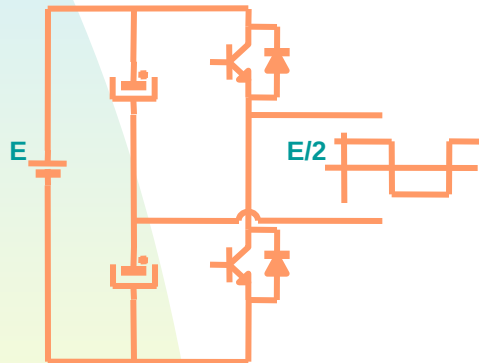
PUSH-PULL



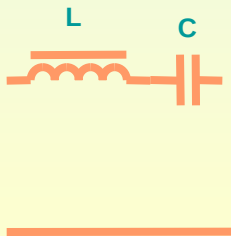
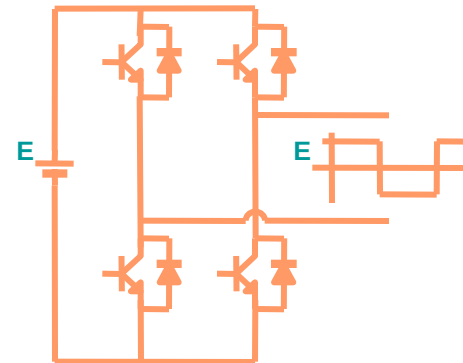
ASIMÉTRICO



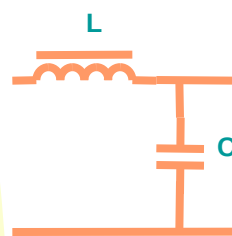
MEDIO PUENTE



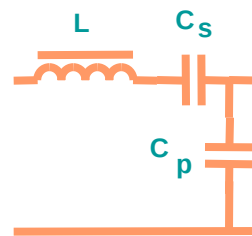
PUENTE COMPLETO



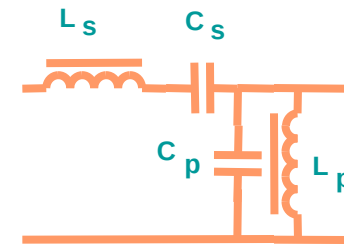
LC Serie



LC Paralelo

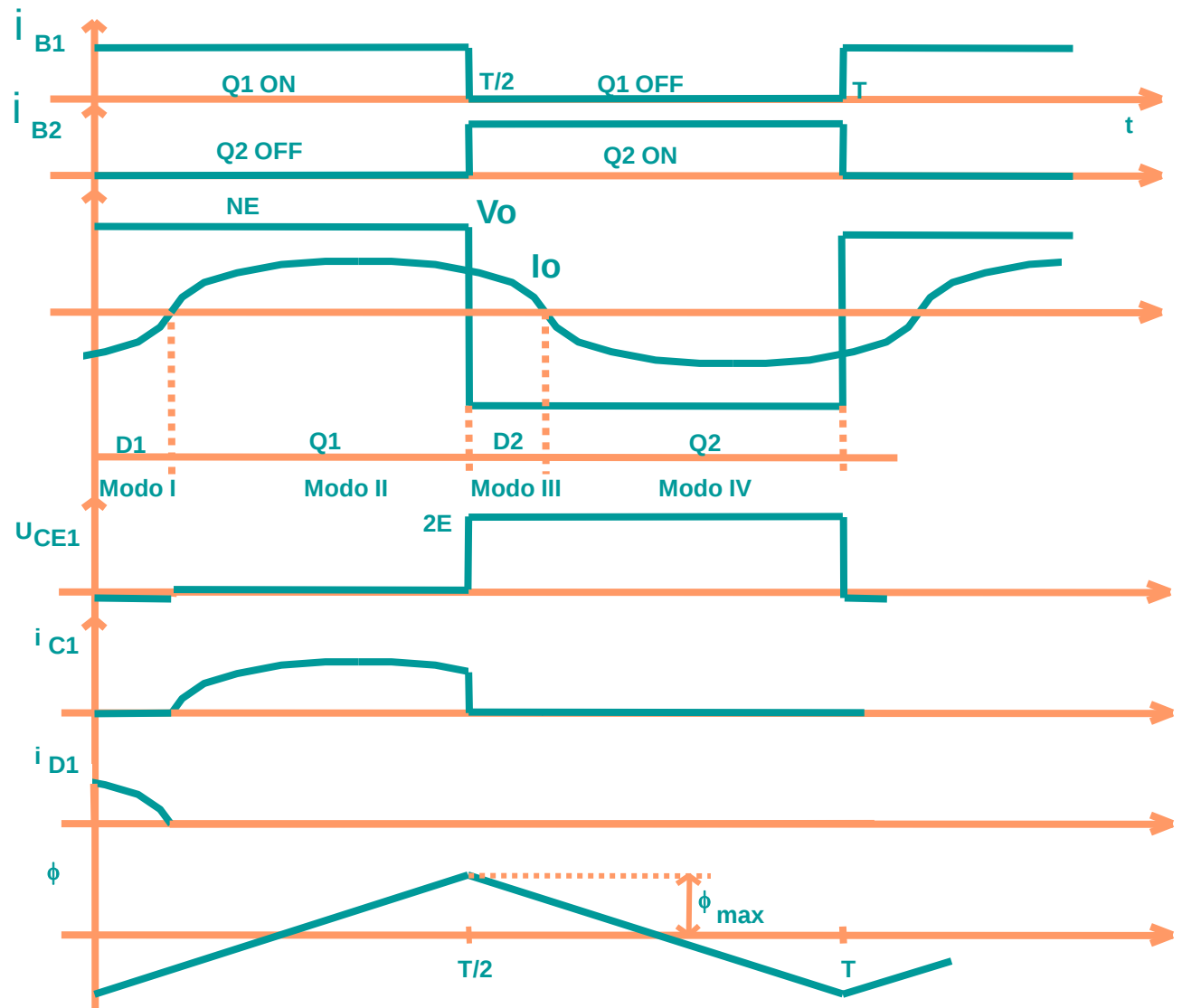
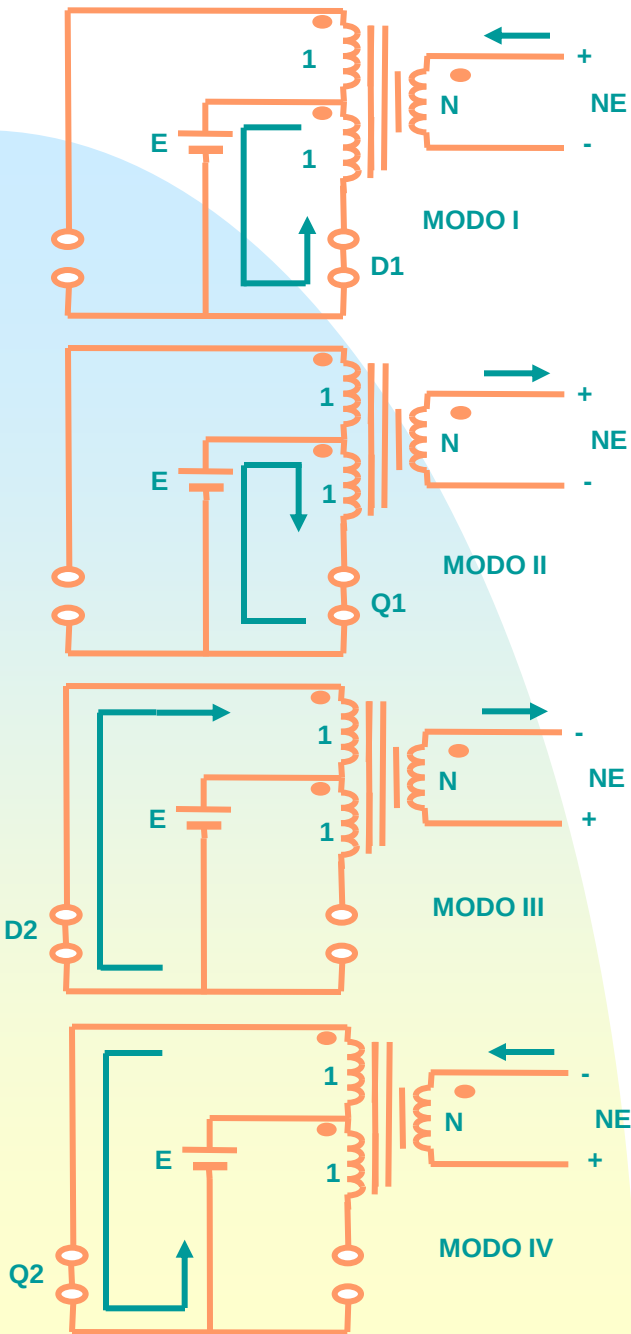


LCC Serie-Paralelo

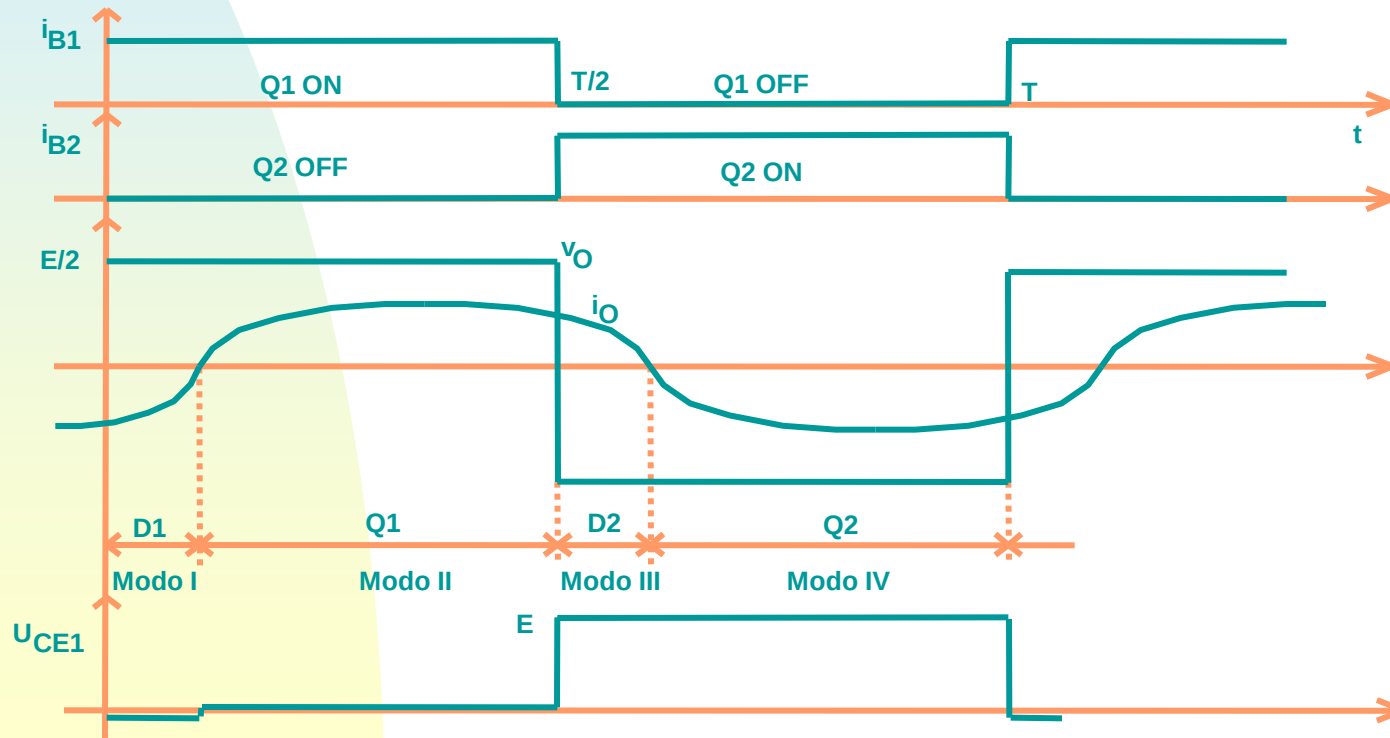
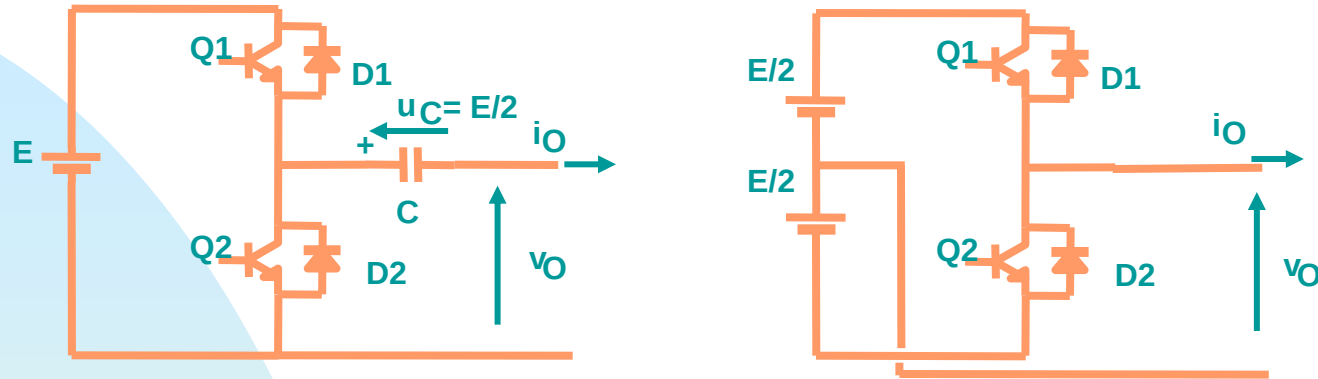


LCLC Serie-Paralelo

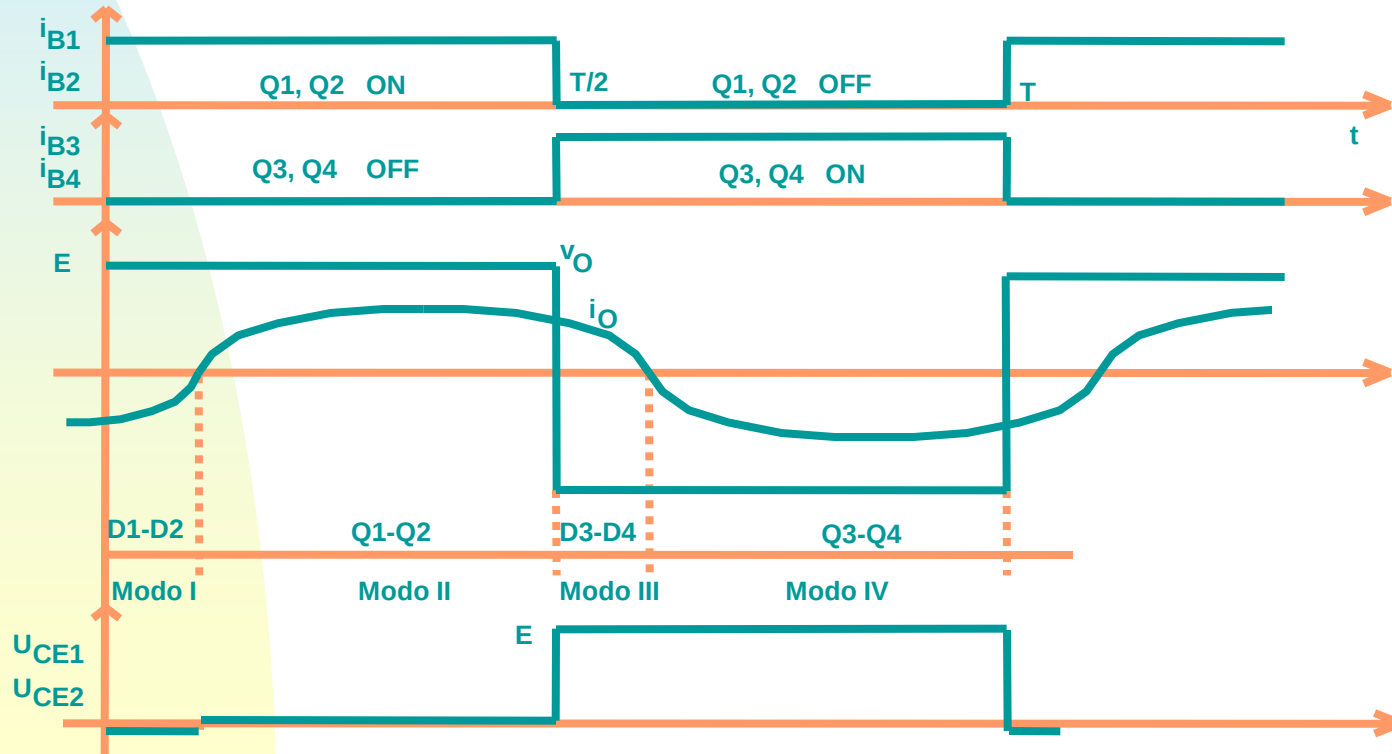
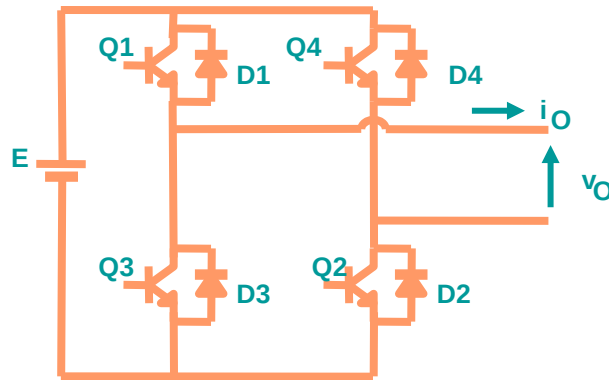
Inversor Push-Pull



Asimétrico y Medio Punte



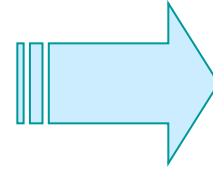
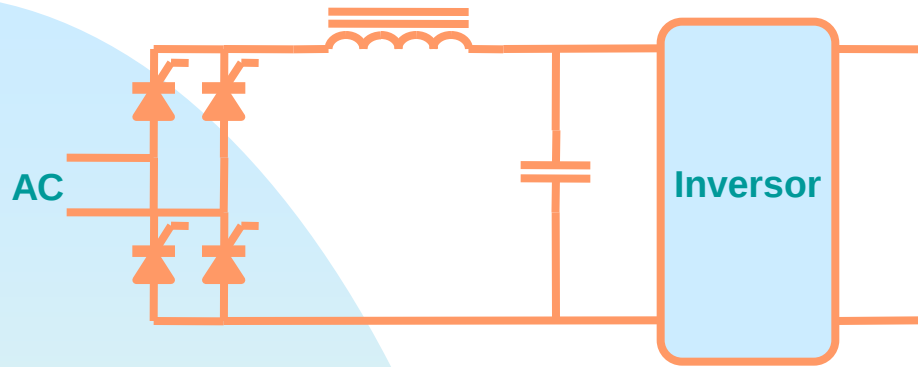
Puente Completo



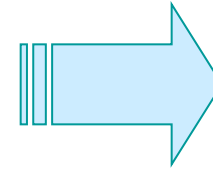
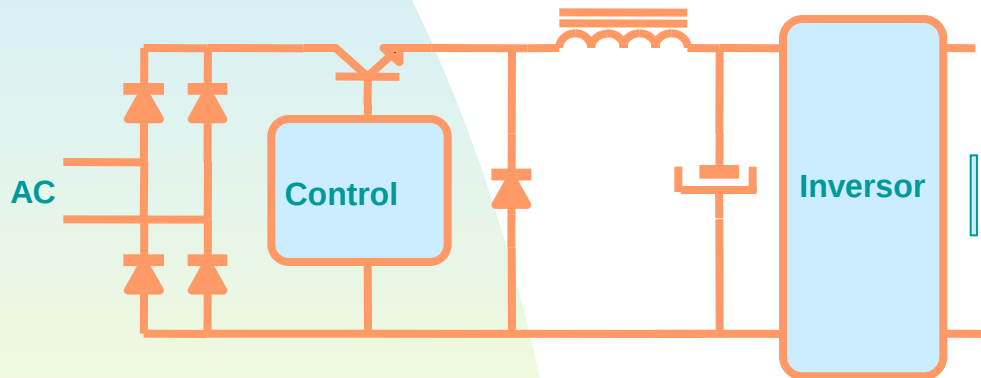
Control de la Potencia de Salida

- Control de la Tensión Continua de Entrada
- Control por Frecuencia de Conmutación
- Control por Deslizamiento de Fase
- Control por Modulación de Anchura de Pulso (PWM)
- Control por Modulación de Densidad de Pulsos (PDM)

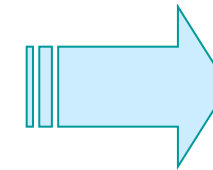
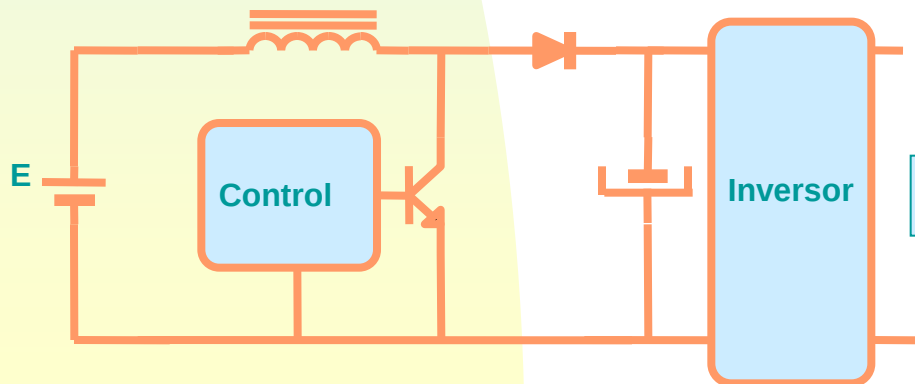
Variación de la Tensión de Entrada



- Potencias Altas
- Baja respuesta Dinámica

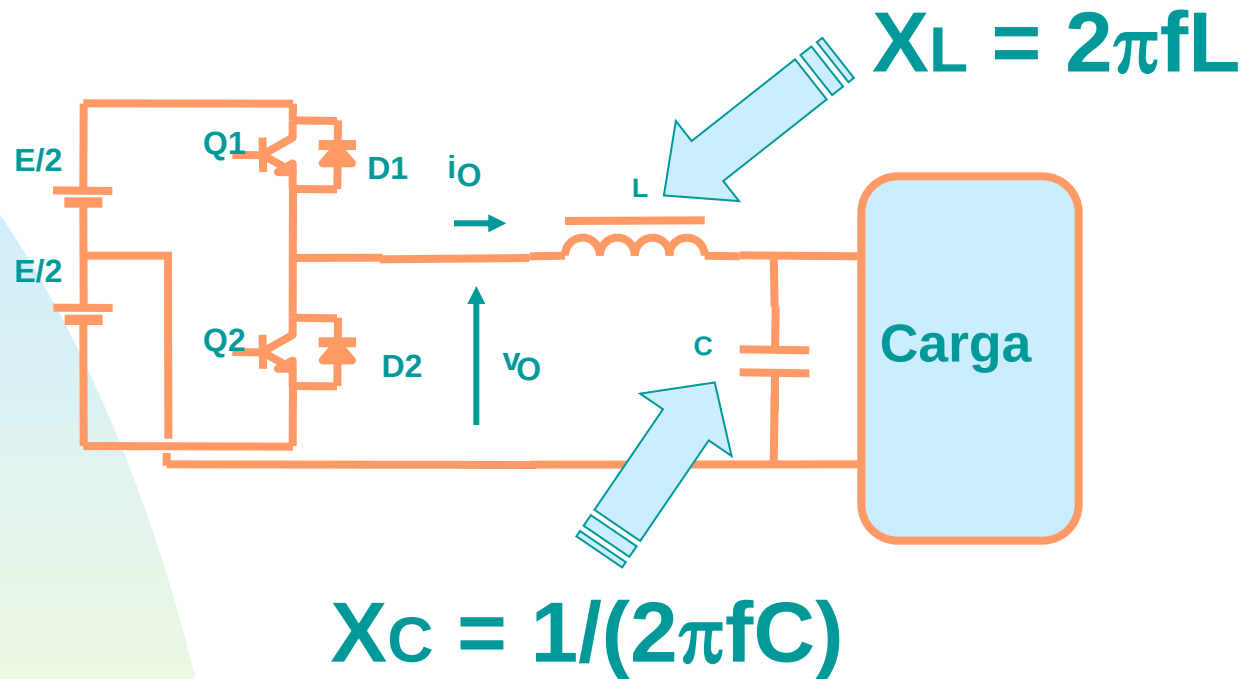


- Potencias Bajas-Medias
- Alta Respuesta Dinámica



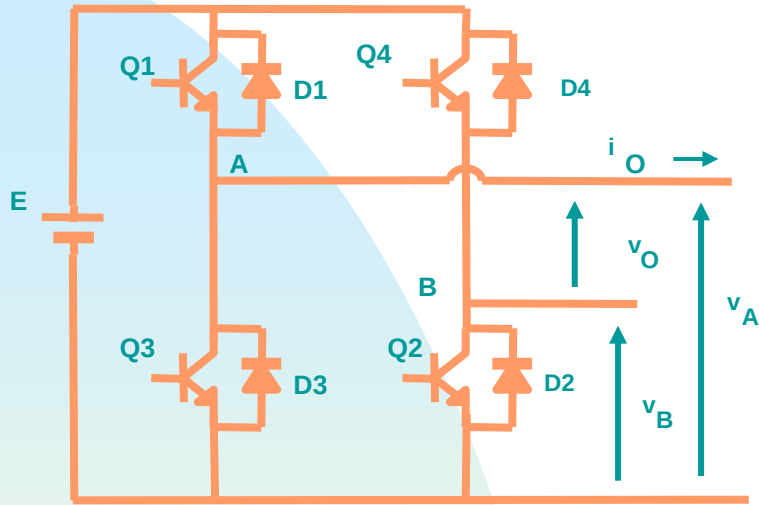
- Baja Tensión
- Alta respuesta Dinámica

Frecuencia de Conmutación

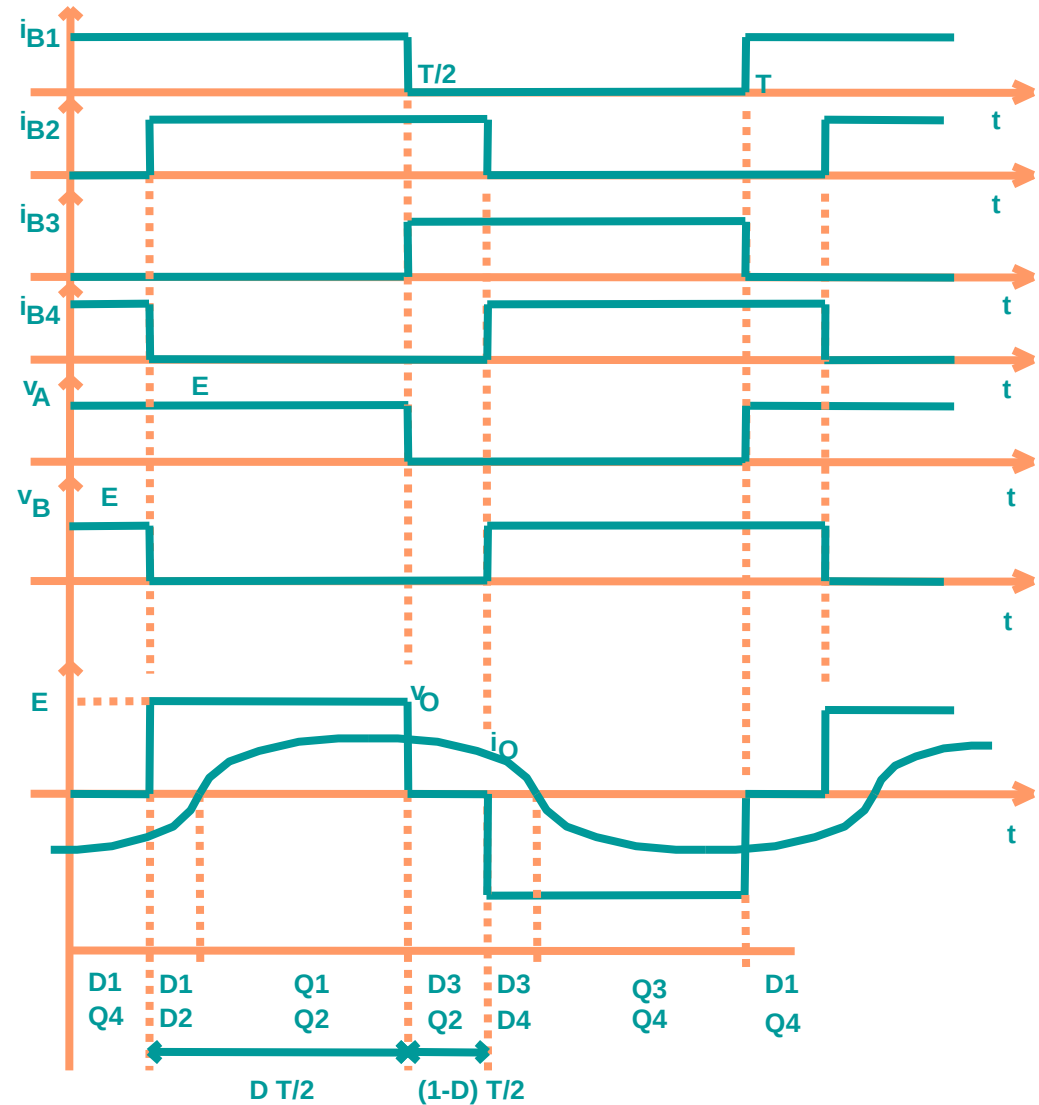


- La tensión y corriente en la carga dependen de la frecuencia de conmutación
- Fácil implementación
- Problemas de ruido y de optimización de magnéticos

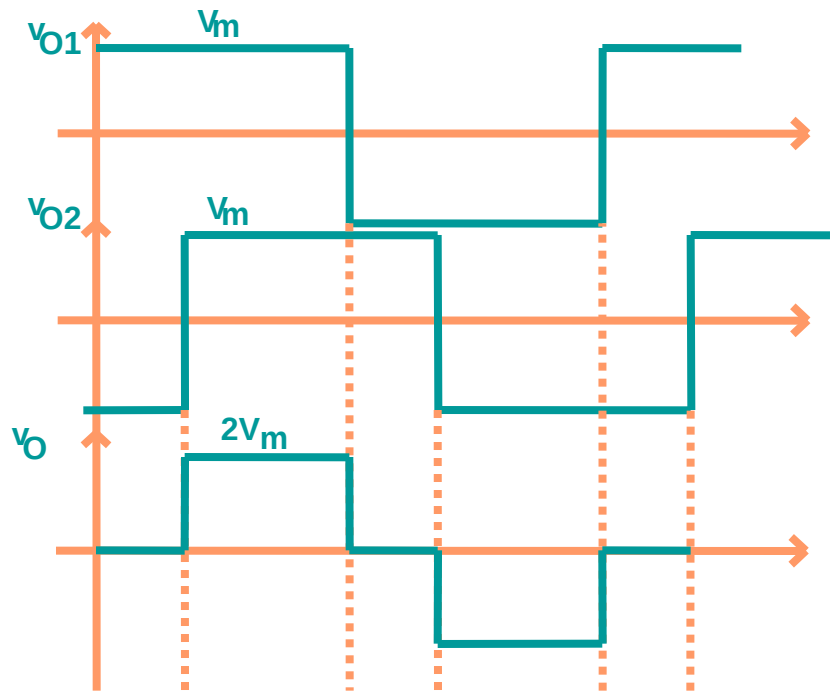
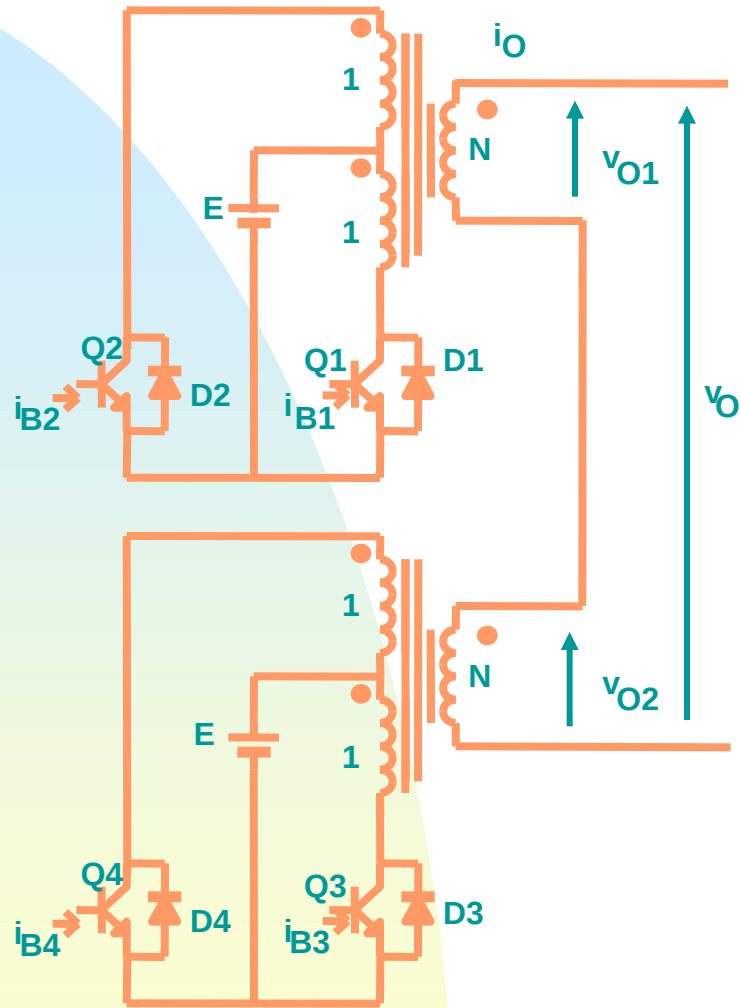
Deslizamiento de Fase



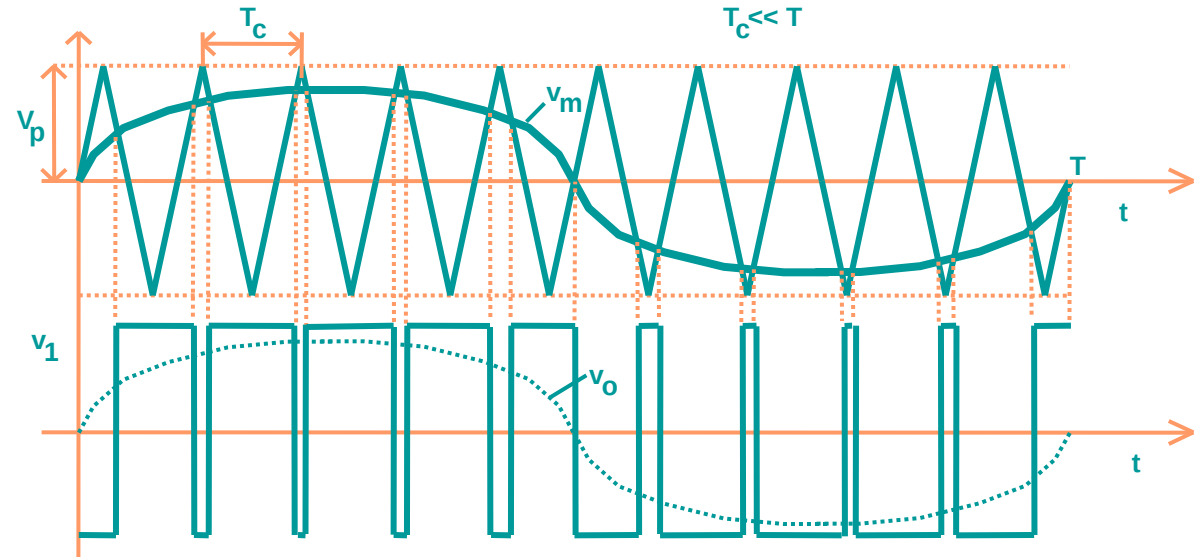
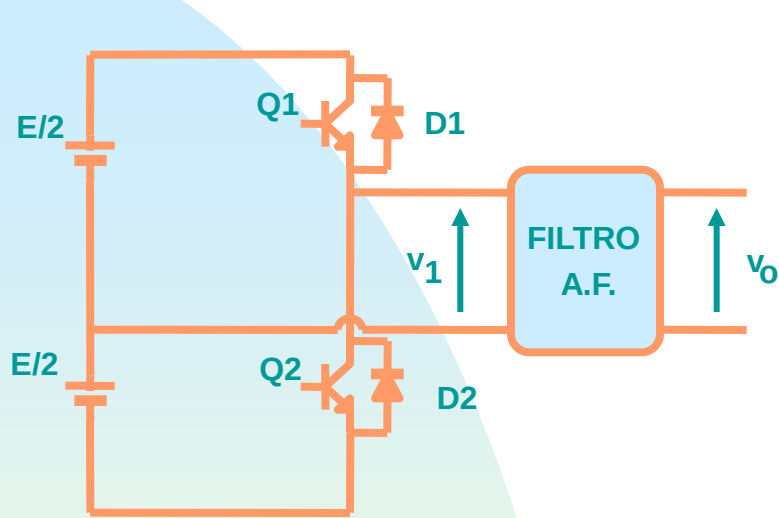
- Funcionamiento a frecuencia fija
- Baja distorsión de la onda de salida
- Distorsión mínima para $D=0.73$



Deslizamiento de Fase

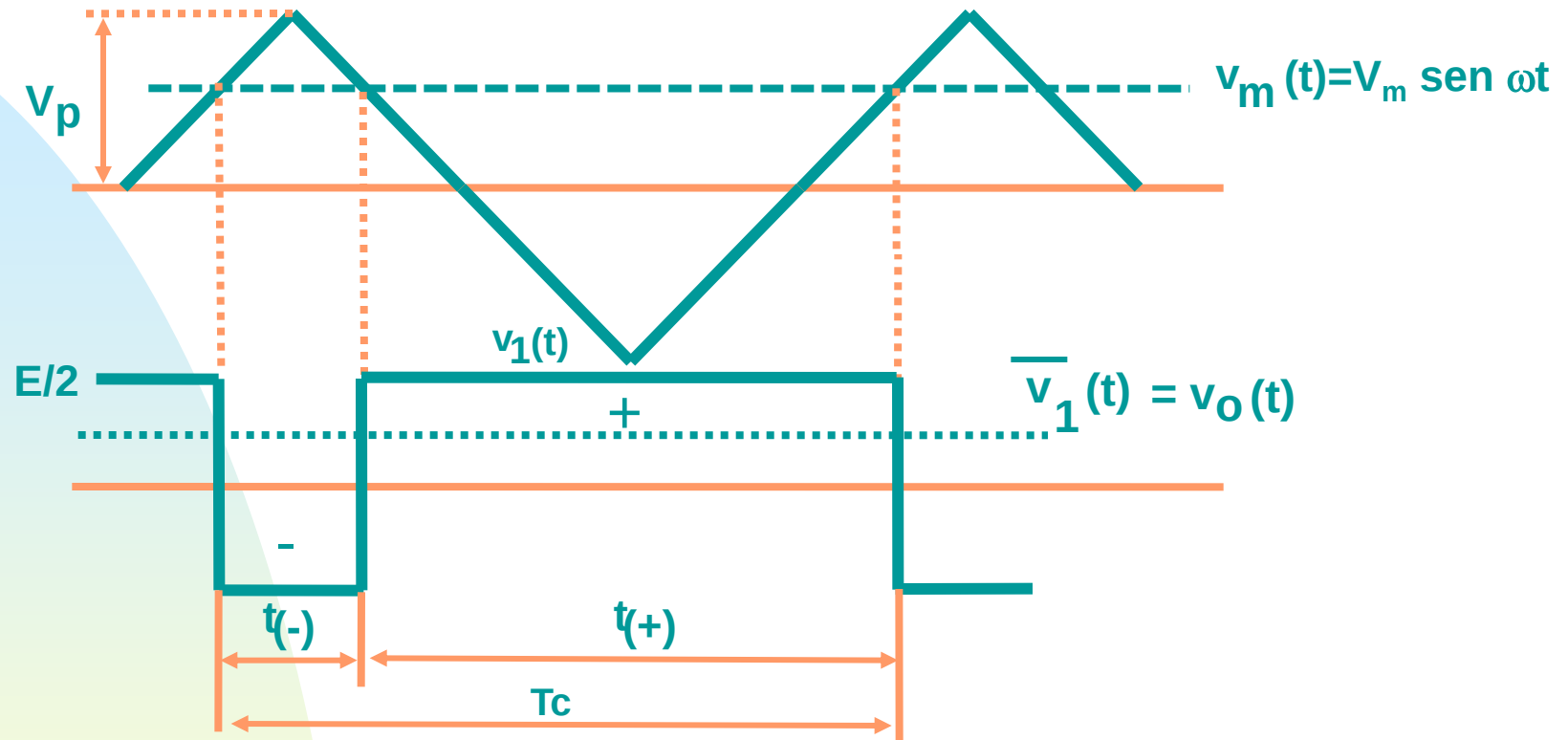


Modulación de Anchura de Pulso



- Comparación de una onda modelo con otra triangular
- Posterior filtrado de los armónicos superiores
- El valor instantáneo medio de la onda de salida es proporcional a la onda modelo (amplificador conmutado)
- Habitualmente: $T_c > 9 T$

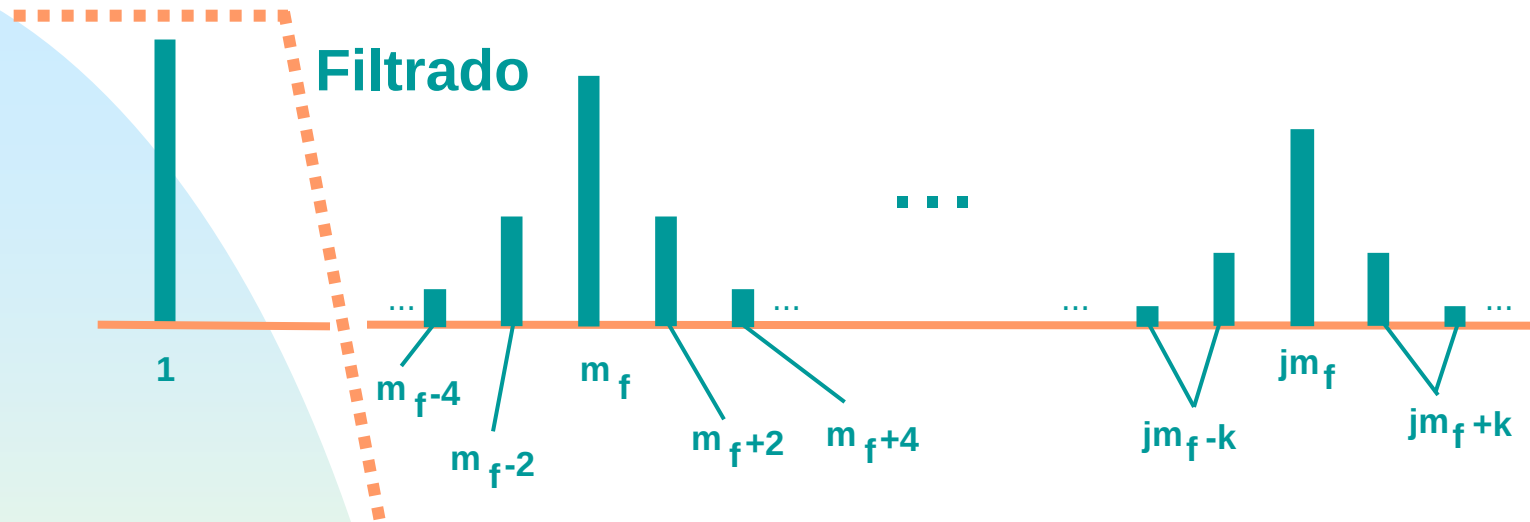
Formas de Onda PWM



$$v_o(t) = \bar{v}_1(t) = \frac{E}{2} \frac{v_m(t)}{V_p} = \frac{E}{2} m_a \sin \omega t$$

- Factor de modulación de amplitud: $m_a = V_m / V_p$

Distribución de Armónicos



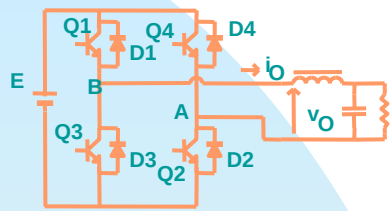
- Factor de modulación de frecuencia: $m_f = f_c / f$
- Frecuencia de los armónicos superiores:

$$f_h = (jm_f \pm k)f$$

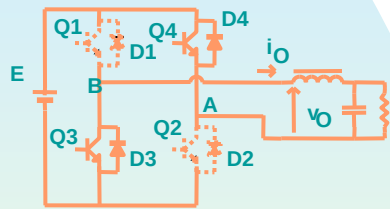
Para j par, k impar

Para j impar, k par

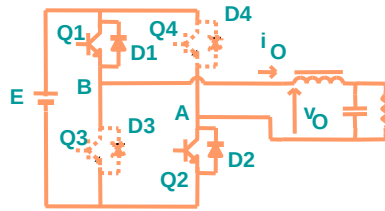
Modulación de Densidad de Pulsos [7]



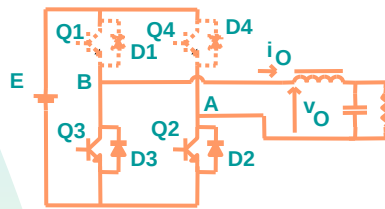
Circuito Inversor



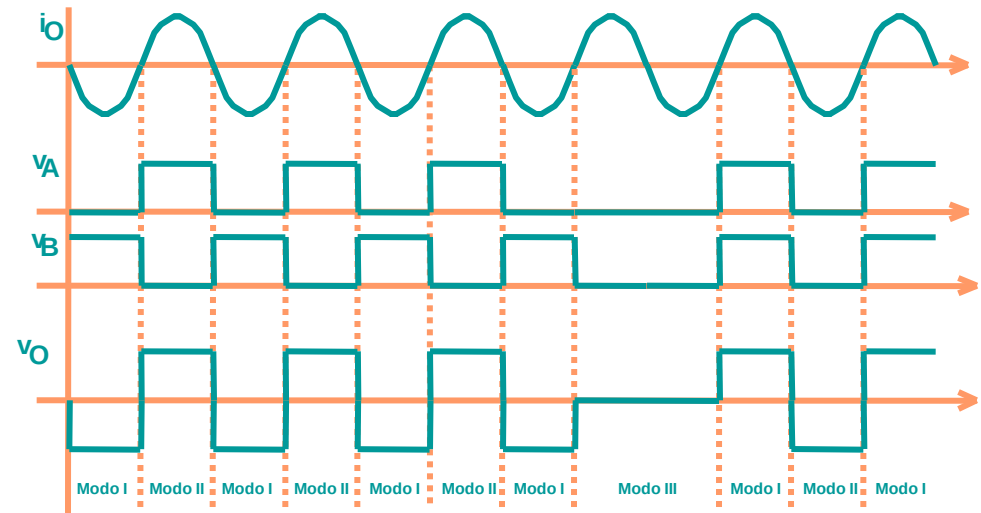
Modo II



Modo I



Modo III



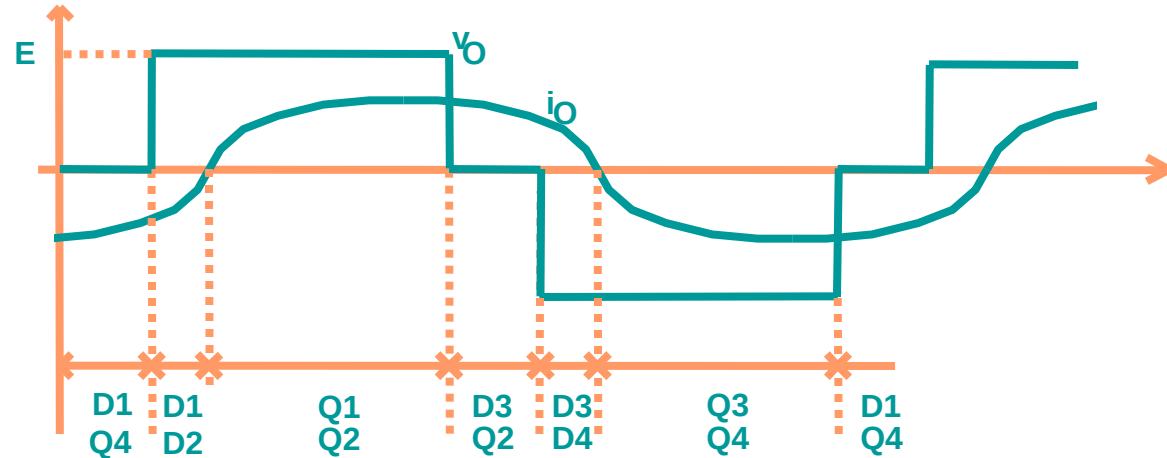
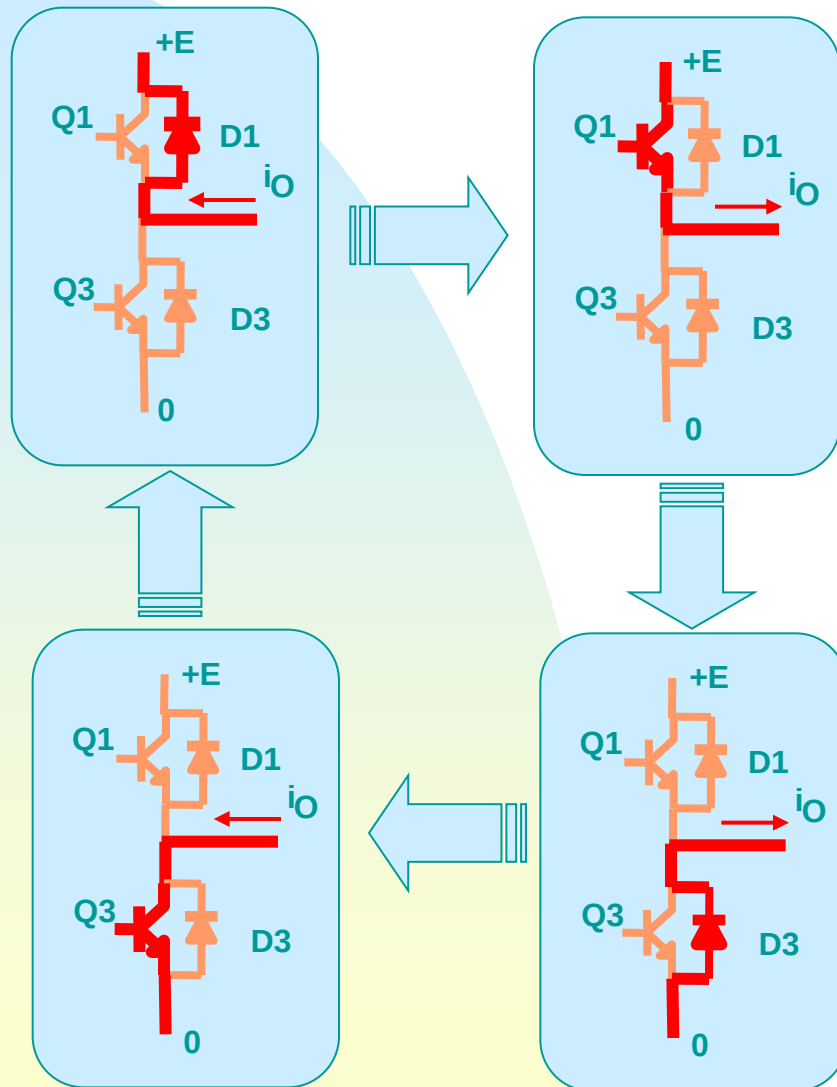
Densidad de pulsos: 3/4

- Amplio margen de control de la potencia de salida
- Gran precisión
- Aplicación en alimentación de procesos electrostáticos

Modos de Funcionamiento

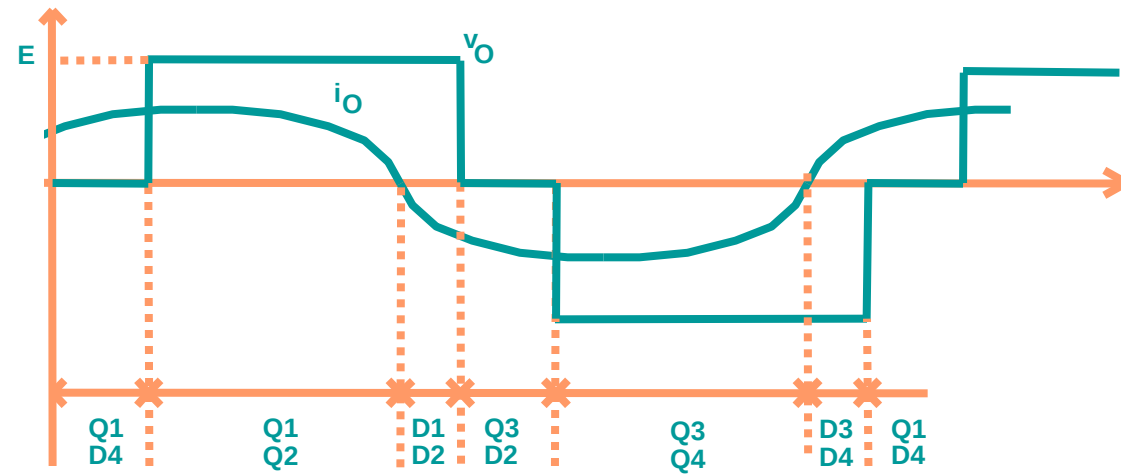
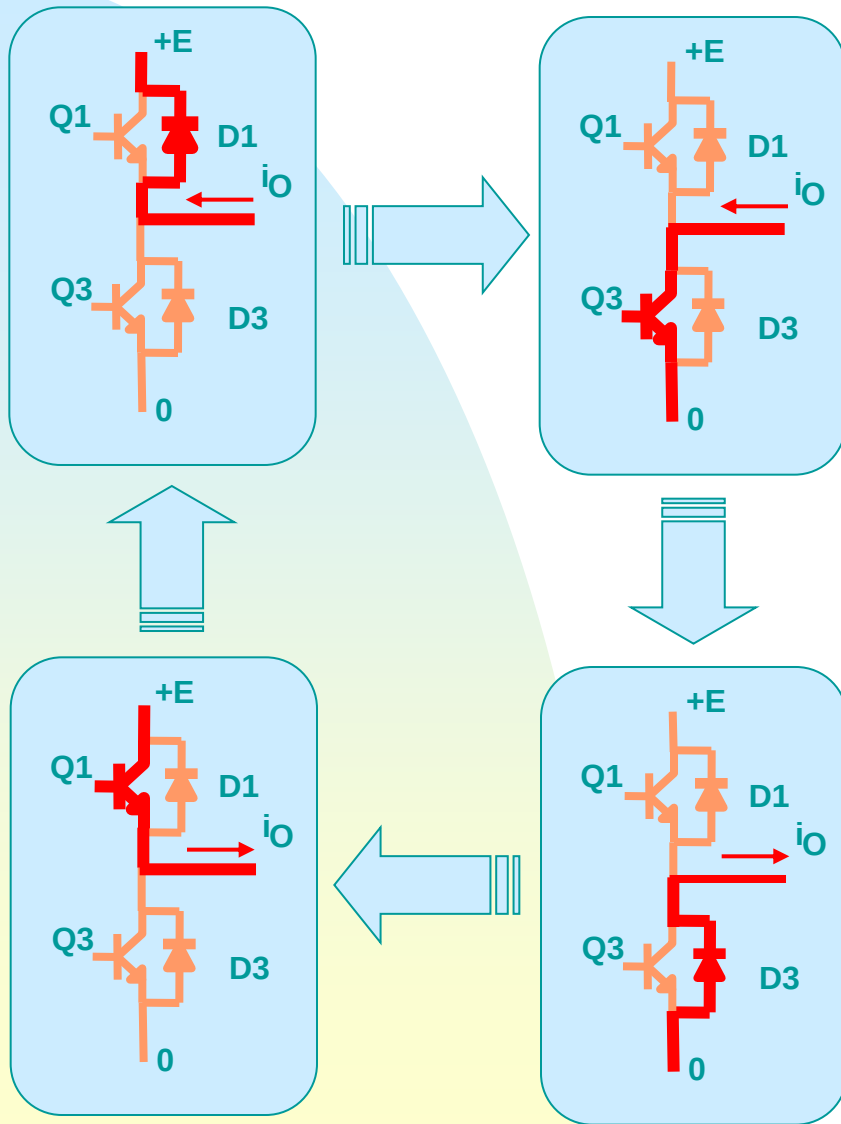
- En función del desfase entre tensión (V_o) y corriente (I_o) se tienen diferentes modos de funcionamiento:
 - ◆ Conmutación a Tensión Cero (ZVS)
 - ◆ Conmutación a Corriente Cero (ZCS)
 - ◆ Conmutación Mixta (ZVS-ZCS). Sólo en inversores en puente completo con control de fase.
- El modo de funcionamiento afecta a:
 - ◆ Las conmutaciones de los interruptores
 - ◆ La cantidad de energía reactiva manejada por el inversor

Conmutación a Tensión Cero (ZVS)



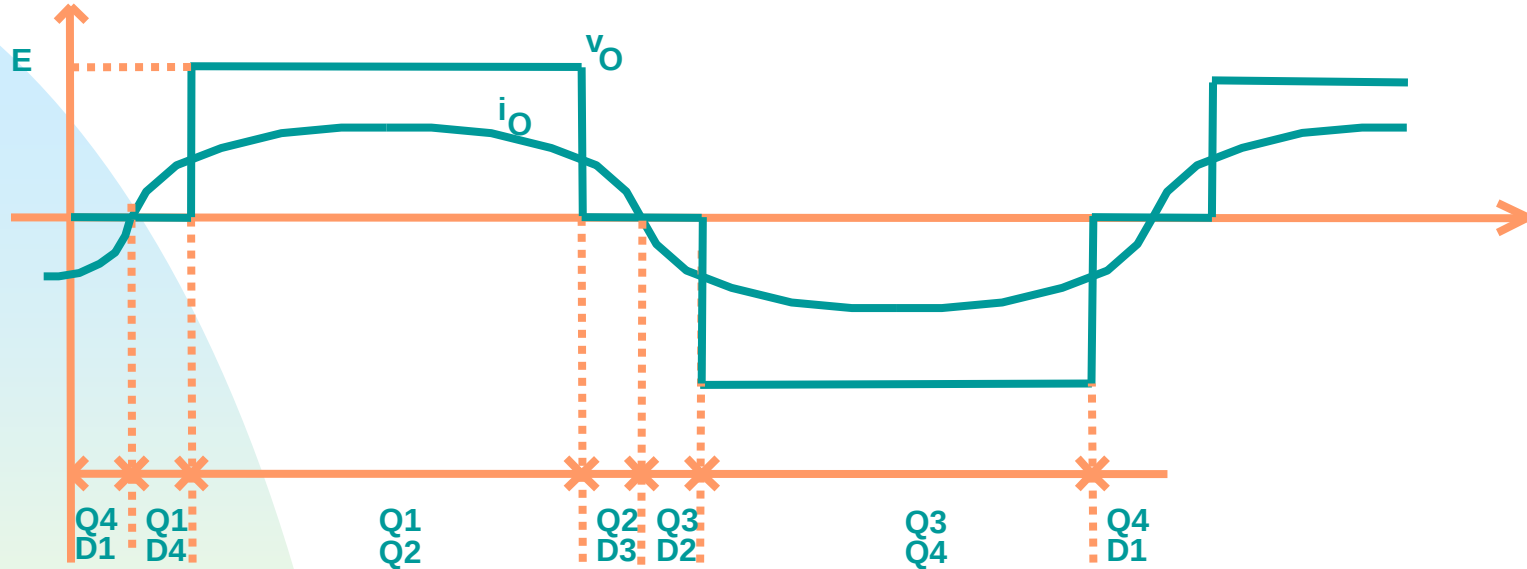
- Los transistores entran en conducción con tensión cero
- Los diodos salen de conducción de forma natural (inversión de la corriente)
- Sólo hay pérdidas en la salida de conducción de los transistores
- Util para MOSFET

Conmutación a Corriente Cero (ZCS)



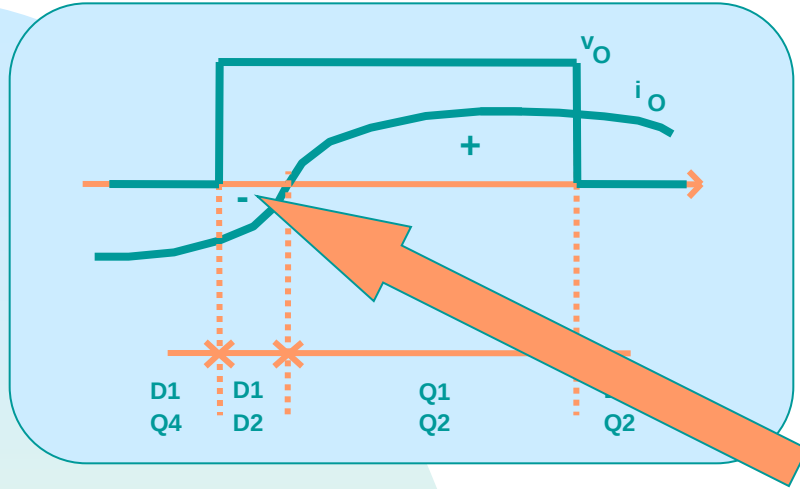
- Los diodos son polarizados inversamente. Cortocircuitos puntuales.
- Necesidad de diodos rápidos y tiempo muerto elevado
- La salida de conducción de los transistores se produce sin pérdidas (natural)
- Util para IGBTs.

Conmutación Mixta (ZVS-ZCS)



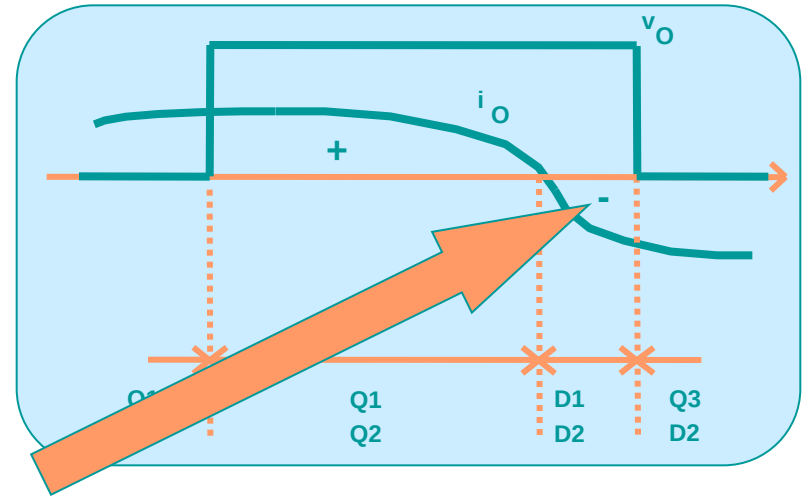
- Aparece en el puente completo operando con control de fase y ciclo de trabajo reducido.
- Una rama trabaja (Q1-Q3) con conmutación a tensión cero y la otra (Q2-Q4) con conmutación a corriente cero.

Balance de Energía

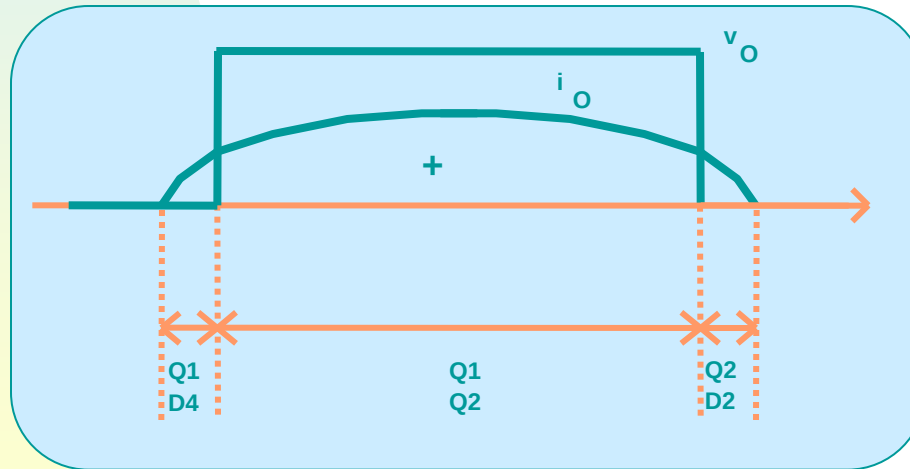


MODO ZVS

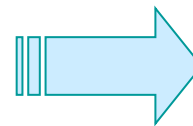
**Energía
Reactiva**



MODO ZCS

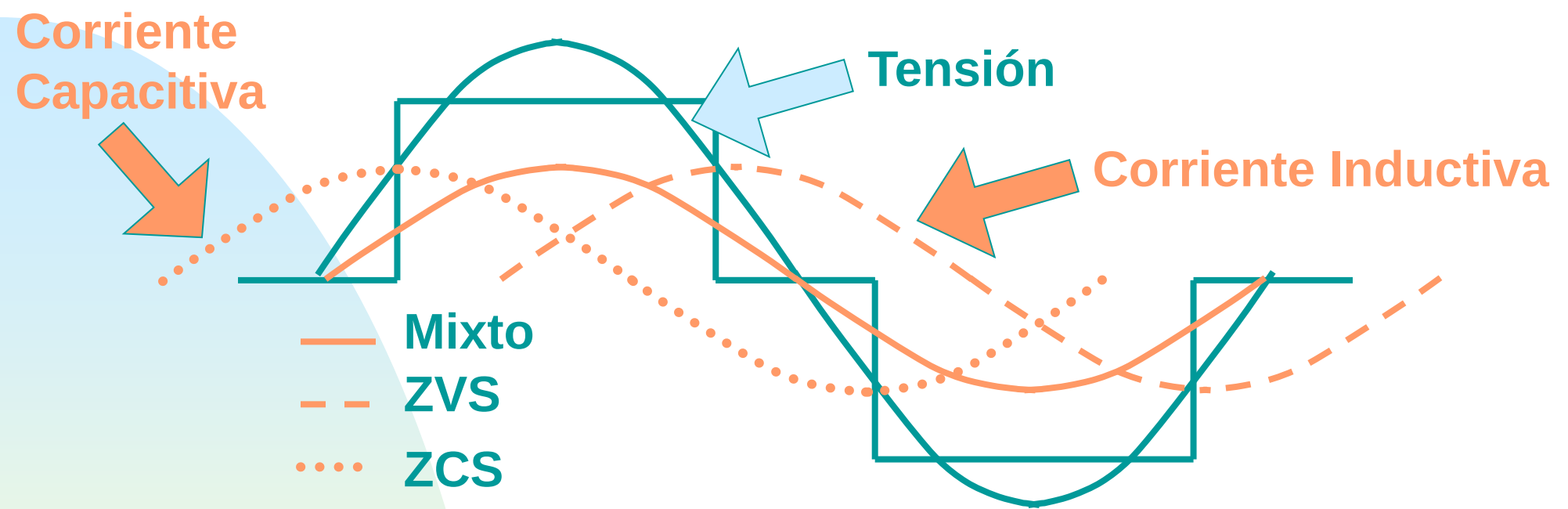


MODO MIXTO ZVS-ZCS



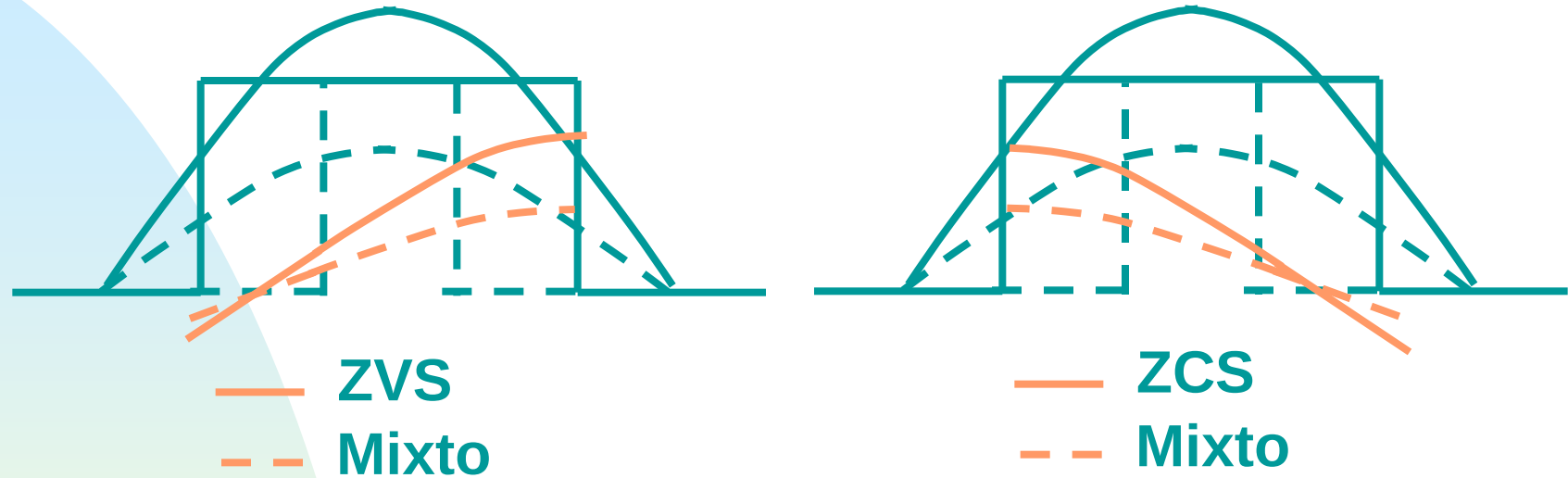
**No maneja
Energía
Reactiva**

Efecto de la Frecuencia



- La frecuencia afecta al desfase entre la tensión y corriente resonante
- A frecuencias altas las componentes inductivas predominan sobre las capacitivas (modo ZVS)
- A frecuencias bajas predominan las componentes capacitivas frente a las inductivas (modo ZCS)
- A frecuencias intermedias se tiene el modo mixto

Efecto del Ciclo de Trabajo



- Al variar el ciclo de trabajo la frecuencia permanece constante
- Para ciclos de trabajo reducidos aparece el modo de funcionamiento mixto (ZVS-ZCS)

Análisis Estático

Dos métodos de análisis:

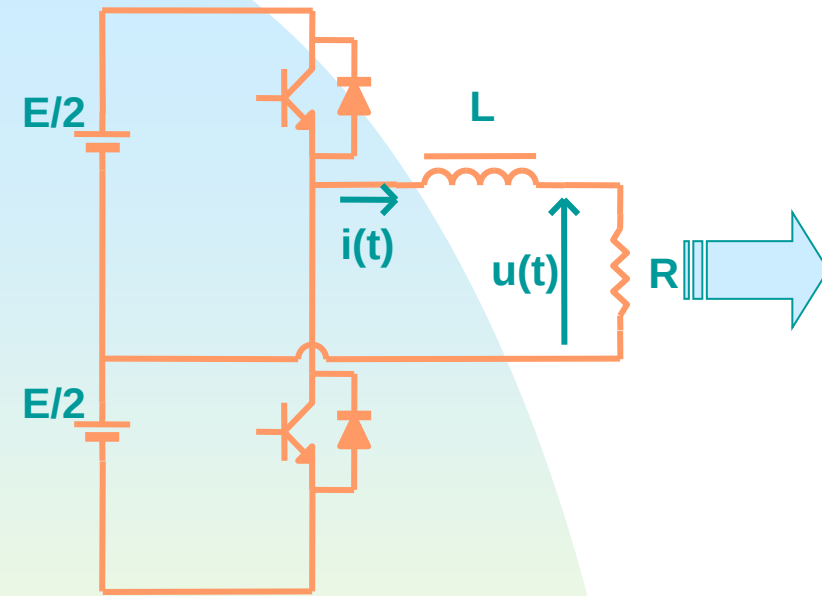
■ Método 1: [28]

- ◆ Se plantean y resuelven las ecuaciones diferenciales en cada modo topológico de funcionamiento.
- ◆ La solución de régimen permanente se obtiene aplicando las condiciones de contorno.
- ◆ Válido para obtener respuestas transitorias

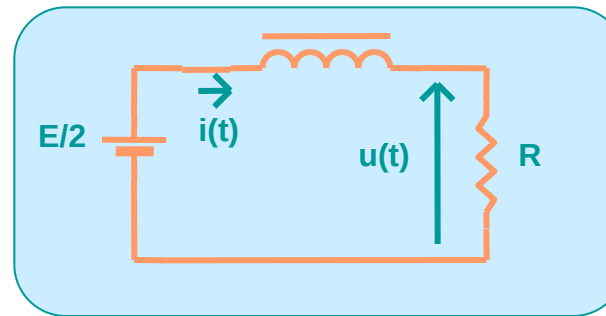
■ Método 2: [18, 26, 27, 29-31]

- ◆ Se emplea la teoría del desarrollo en serie de Fourier
- ◆ Solución tan precisa como se desee
- ◆ En principio sólo es válido para obtener la solución de régimen permanente

Método 1: Ejemplo



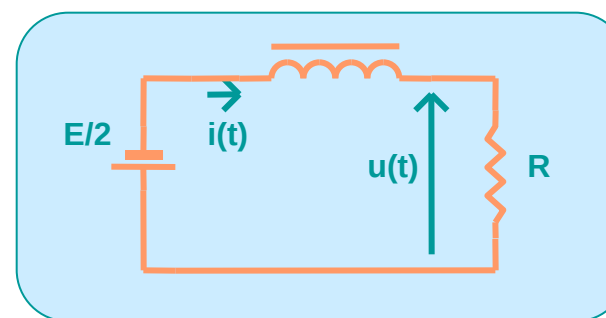
Modo M0: $0 < t < T/2$



$$i(t) = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = \frac{E}{2}$$

$$i(t) = \frac{E}{2R} + \left(i(0) - \frac{E}{2R} \right) e^{-\frac{tR}{L}}$$

Modo M1: $T/2 < t < T$

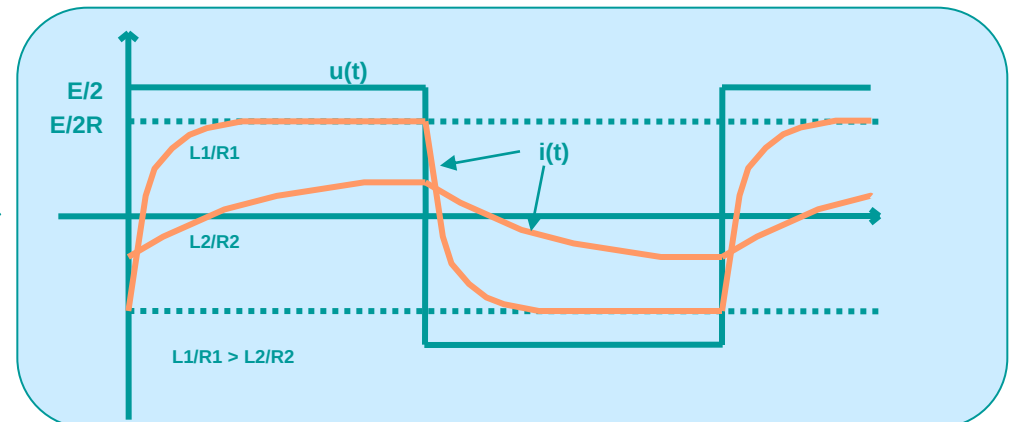


$$i(t) = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = -\frac{E}{2}$$

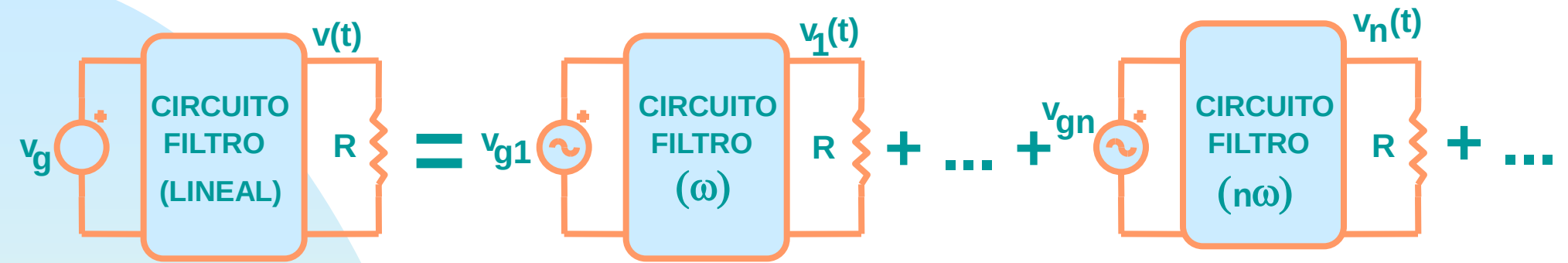
$$i(t) = -\frac{E}{2R} + \left(i(T/2) + \frac{E}{2R} \right) e^{-\frac{(t-T/2)R}{L}}$$

Condición de
Régimen
Permanente:
 $i(0) = -i(T/2)$

$$i(0) = -i(T/2) = \frac{-E}{2R} \frac{1 - e^{-\frac{TR}{2L}}}{1 + e^{-\frac{TR}{2L}}}$$



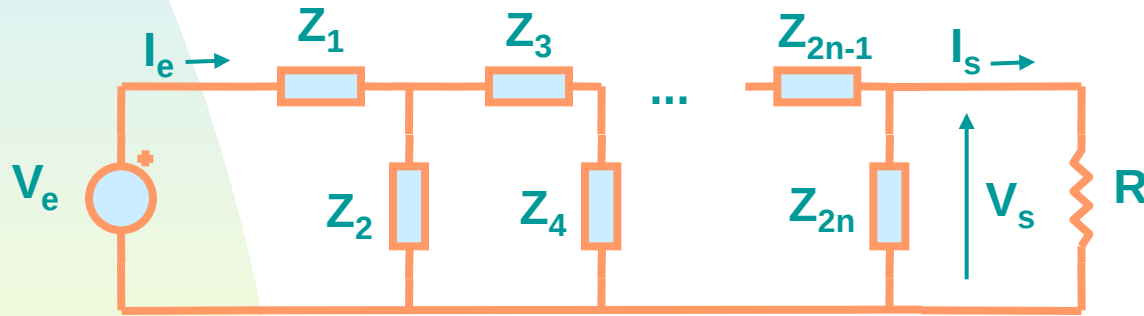
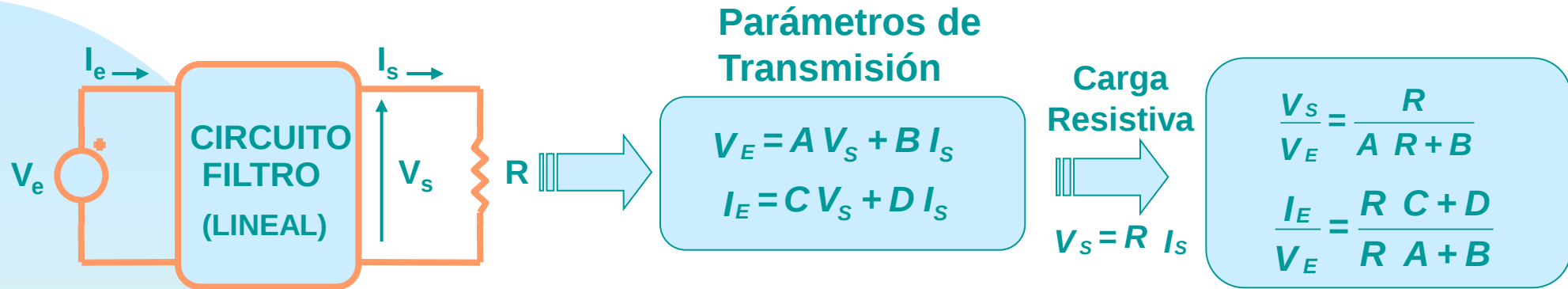
Método 2: Desarrollo de Fourier



$$v(t) = v_1(t) + \dots + v_n(t) + \dots = \sum_{1}^{\infty} v_i(t)$$

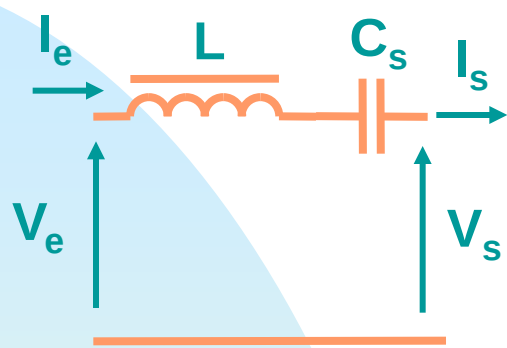
- Se obtiene el desarrollo en serie de Fourier de la onda alterna de entrada al circuito tanque
- Fácilmente implementable en ordenador
- No apto para circuitos no lineales

Estudio General [27]

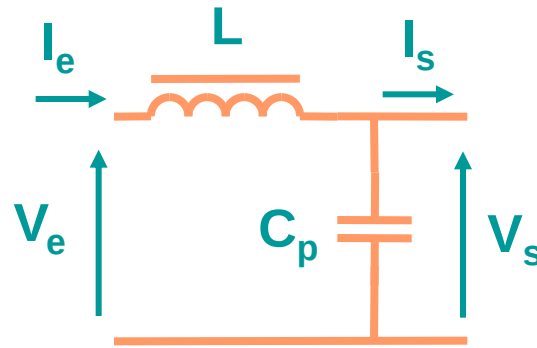


$$[A] = \prod_{i=1}^n \begin{bmatrix} 1 & Z_{2i-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Z_{2i}^{-1} & 1 \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^n \begin{bmatrix} 1 + Z_{2i-1} Z_{2i}^{-1} & Z_{2i-1} \\ & Z_{2i}^{-1} & 1 \end{bmatrix}$$

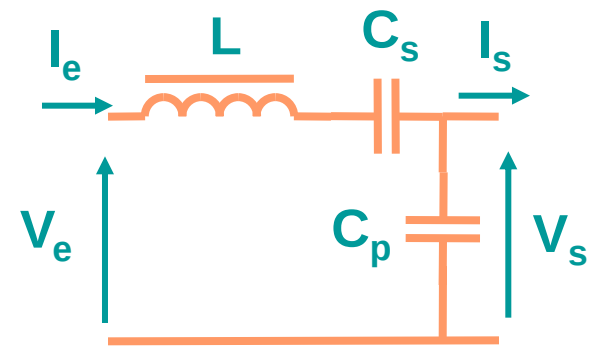
Análisis Comparativo



LC Serie



LC Paralelo



LCC Serie-Paralelo

VALORES BASE

	V_{BASE}	Z_{BASE}	ω_{BASE}
LC-SERIE	V_E	$\sqrt{L/C_S}$	$1/\sqrt{LC_S}$
LC-PARALELO	V_E	$\sqrt{L/C_P}$	$1/\sqrt{LC_P}$
LCC	V_E	$\sqrt{L(C_S + C_P)/(C_S C_P)}$	$1/\sqrt{L(C_S C_P)/(C_S + C_P)}$

NOMENCLATURA:

- $M_S = V_S / V_{BASE}$ Tensión de salida normalizada
- $J_e = I_e / I_{BASE}$ Corriente de entrada normalizada
- $\Omega = \omega / \omega_{BASE}$ Frecuencia angular normalizada
- $Q = R / Z_{BASE}$ Carga normalizada

Resumen de Características

LC SERIE

$$|M_s| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{Q_s^2} \left(\Omega - \frac{1}{\Omega} \right)^2}}$$

$$|J_e| = \frac{1}{\sqrt{Q_s^2 + \left(\Omega - \frac{1}{\Omega} \right)^2}}$$

$$\varphi_e = -\arctg \frac{\Omega - \frac{1}{\Omega}}{Q_s}$$

LC PARALELO

$$|M_s| = \frac{1}{\sqrt{\frac{\Omega^2}{Q_p^2} + (\Omega^2 - 1)^2}}$$

$$|J_e| = \sqrt{\frac{1 + Q_p^2 \Omega^2}{\Omega^2 + Q_p^2 (\Omega^2 - 1)^2}}$$

$$\varphi_e = \arctg \frac{-1}{\Omega Q_p} - \arctg \left[Q_p \left(\Omega - \frac{1}{\Omega} \right) \right]$$

LCC SERIE-PARALELO

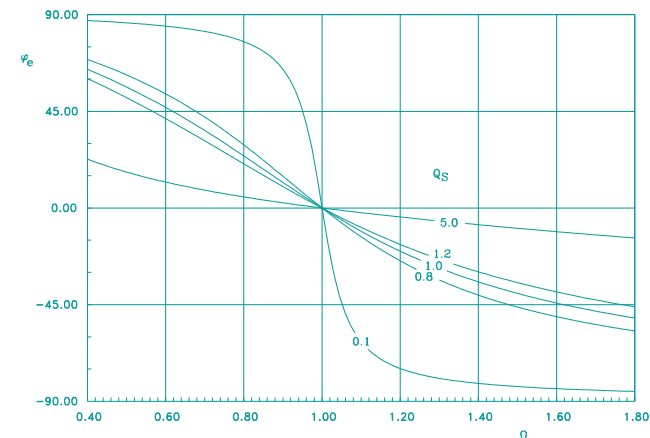
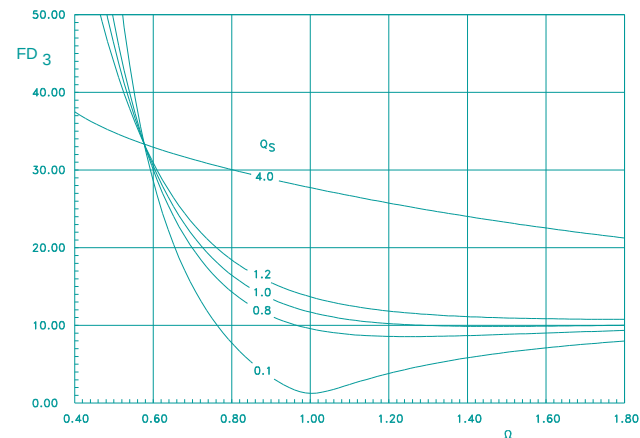
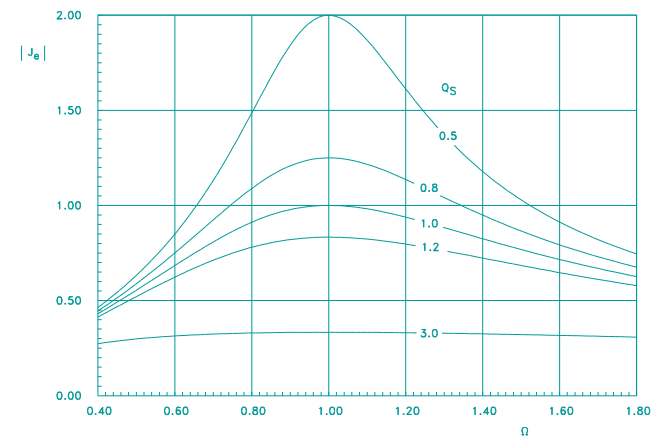
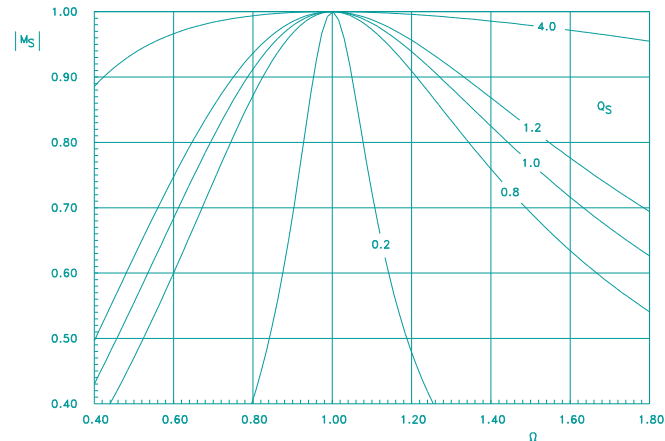
$$|M_s| = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{Q_{SP}^2} \left(\Omega - \frac{1-\alpha}{\Omega} \right)^2 + \frac{1}{\alpha^2} (\Omega^2 - 1)^2}}$$

$$|J_e| = \left[\frac{1 + \left(\frac{Q_{SP} \Omega}{\alpha} \right)^2}{\left(\Omega - \frac{1-\alpha}{\Omega} \right)^2 + \left(\frac{Q_{SP}}{\alpha} (\Omega^2 - 1) \right)^2} \right]^{1/2}$$

$$\varphi_e = \begin{cases} \arctg \frac{-\alpha}{Q_{SP} \Omega} - \arctg \left(\frac{Q_{SP}}{\alpha} \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega - \frac{1-\alpha}{\Omega}} \right) + 180^\circ & \text{si } \Omega < \Omega_c = \sqrt{1-\alpha} \\ \arctg \frac{-\alpha}{Q_{SP} \Omega} - \arctg \left(\frac{Q_{SP}}{\alpha} \frac{\Omega^2 - 1}{\Omega - \frac{1-\alpha}{\Omega}} \right) & \text{si } \Omega \geq \Omega_c = \sqrt{1-\alpha} \end{cases}$$

Circuito LC Serie

- Tensión de salida igual o inferior a la tensión de entrada
- Alta distorsión para valores elevados de la carga
- Corriente de entrada elevada en torno a la frecuencia de resonancia
- Modo ZVS por encima de resonancia y ZCS por debajo.



Circuito LC Paralelo

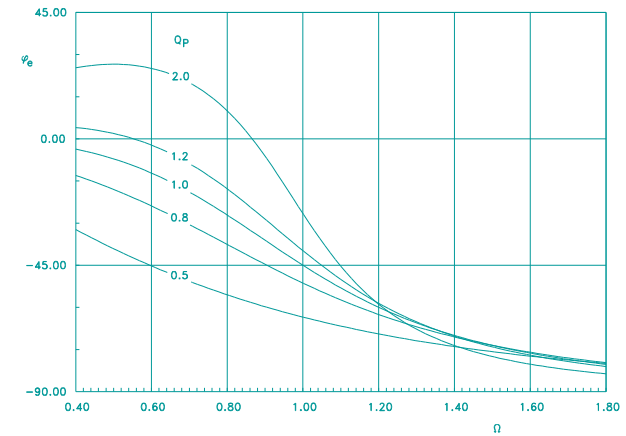
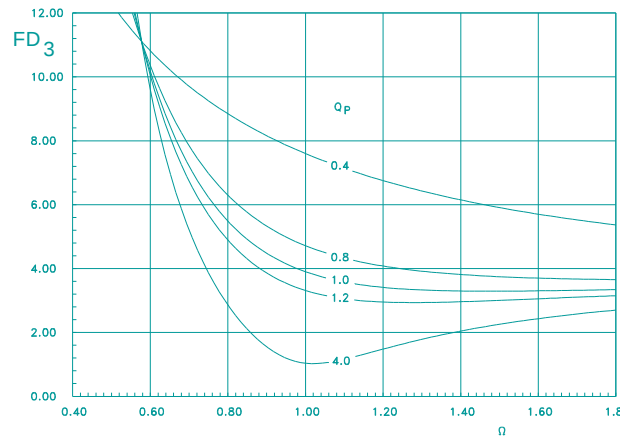
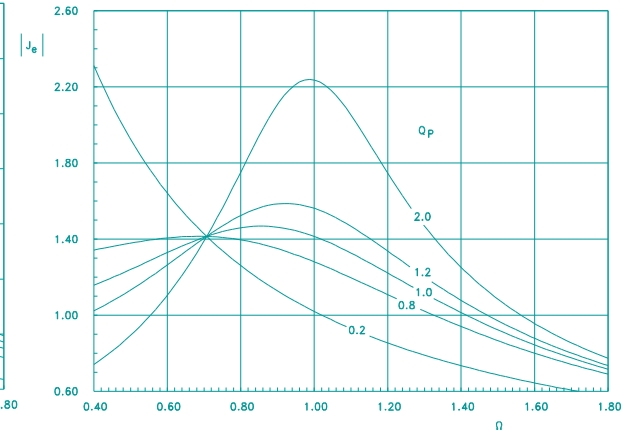
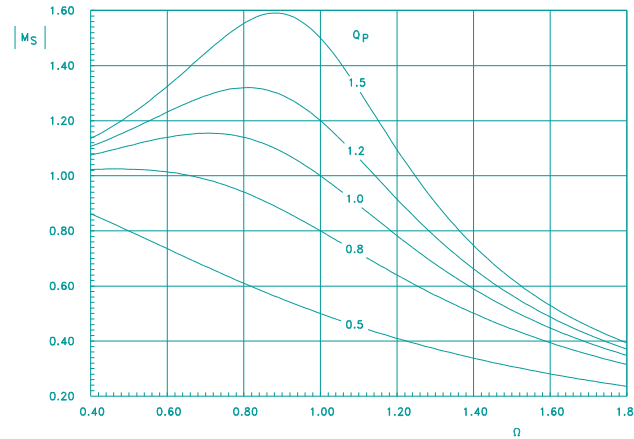
- Ganancia de tensión superior a la unidad
- Comportamiento como fuente de corriente a la frecuencia de resonancia natural:

◆ $I = V_{\text{BASE}}/Z_{\text{BASE}}$

- Baja distorsión en la tensión de salida
- Frontera entre modos ZVS y ZCS:

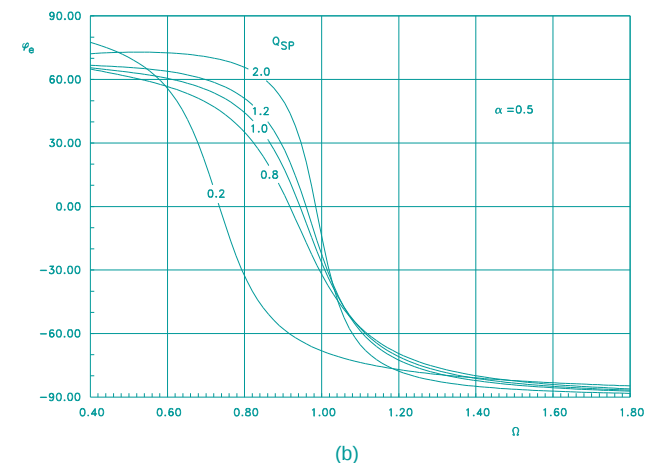
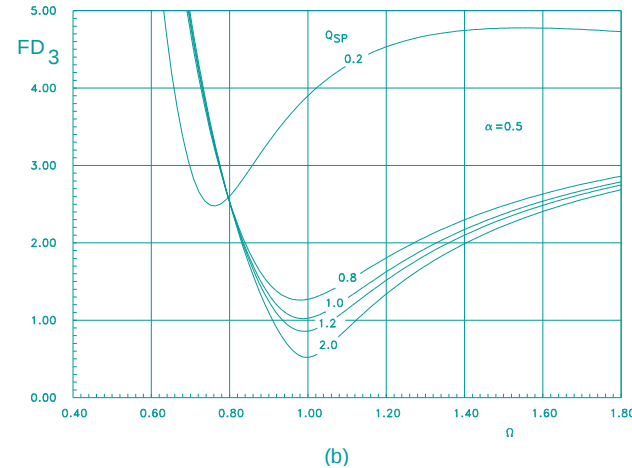
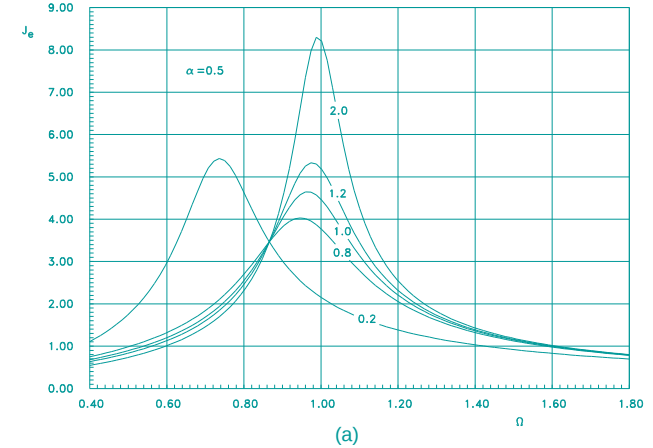
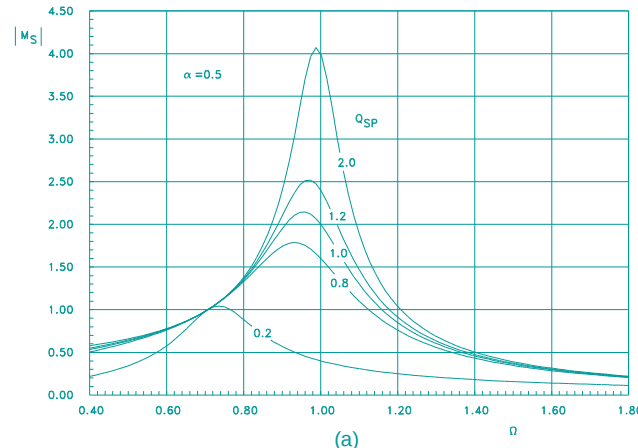
$$\Omega \text{ } /(\varphi_e = 0) = \sqrt{1 - \frac{1}{Q_P^2}}$$

- ◆ Existe si $Q_P > 1$
- ◆ Si $Q_P < 1$ Siempre ZVS



Circuito LCC

- Comportamiento intermedio entre LC serie y LC paralelo
- Ganancia de tensión superior a la unidad
- Comportamiento como fuente de corriente a la frecuencia de resonancia natural:
 - ◆ $I = V_{\text{BASE}} / (\alpha Z_{\text{BASE}})$
- Baja distorsión en la tensión de salida



Análisis Dinámico

Método de Promediado Generalizado [40, 45]

- Útil para el modelado de todo tipo de convertidores de potencia.
- Permite el modelado de convertidores que presentan formas de onda con alto rizado o incluso alternas
- Se basa en el empleo del desarrollo en serie exponencial de Fourier.
- Se emplean como variables de estado los coeficientes del desarrollo en serie de Fourier.
- El orden del modelo y su precisión son proporcionales al número de armónicos del desarrollo en serie considerados.
- También se conoce como Método de Promediado Multifrecuencia [45].

Desarrollo de Fourier (Repaso)

- Una onda $x(t)$ que verifica las condiciones de Dirichlet puede expresarse de la forma siguiente:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \langle x \rangle_k e^{jk\omega t} \quad \text{Donde:} \quad \langle x \rangle_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(\tau) e^{-jk\omega\tau} d\tau$$

- Los coeficientes $\langle x \rangle_k$ son complejos y están relacionados con los coeficientes de la serie trigonométrica de la forma siguiente:

$$x(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\omega t + b_k \sin k\omega t$$

$$a_n = 2 \operatorname{Re} \langle x \rangle_k \quad b_n = -2 \operatorname{Im} \langle x \rangle_k$$

$$\langle x \rangle_0 = \frac{1}{2}a_0 \quad \langle x \rangle_k = \frac{1}{2}(a_k - jb_k) \quad \langle x \rangle_{-k} = \frac{1}{2}(a_k + jb_k)$$

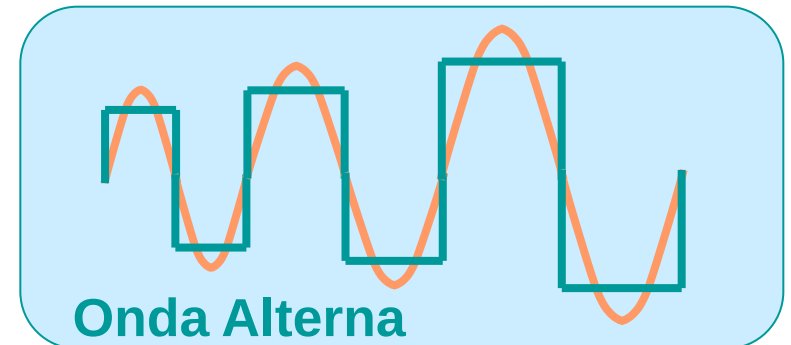
Metodología de Estudio

- El método se basa en aproximar la onda $x(t)$ en el intervalo $(t-T, t]$ por medio de la serie exponencial de Fourier:

$$x(t - T + \tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \langle x \rangle_k(t) e^{jk\omega(t-T+\tau)} \quad \text{Donde: } \begin{cases} \langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t - T + \tau) e^{-jk\omega(t-T+\tau)} d\tau \\ \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \tau \in (0, T] \end{cases}$$



— Real
— Aprox.



- Los coeficientes $\langle x \rangle_k$ son las variables de estado del modelo
- A partir de ellos pueden obtenerse las evoluciones temporales
- El orden del modelo es igual al doble del número de coeficientes considerado, ya que éstos son complejos

Operaciones Básicas

- **Suma:** $\langle x(t) + y(t) \rangle_k = \langle x \rangle_k(t) + \langle y \rangle_k(t)$
- **Producto por un escalar:** $\langle ax(t) \rangle_k = a \langle x \rangle_k(t)$
- **Convolución:** $\langle x(t)y(t) \rangle_k = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \langle x \rangle_{k-i}(t) \langle y \rangle_i(t)$
- **Diferenciación en el tiempo:**

$$\frac{d}{dt} \langle x \rangle_k(t) = \left\langle \frac{d}{dt} x \right\rangle_k(t) - jk\omega \langle x \rangle_k(t)$$

- Si ω es variable esta fórmula es sólo una aproximación
- Buena aproximación si las variaciones de la frecuencia ω son lentas

Problema de Modelado:

- En muchos casos el modelado implica la obtención de los coeficientes de Fourier de una función escalar f :

$$\langle f(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n) \rangle_k = h(\langle \mathbf{x}_1 \rangle_k, \langle \mathbf{x}_2 \rangle_k, \dots, \langle \mathbf{x}_n \rangle_k)$$

- En la mayoría de los casos es imposible obtener una expresión explícita para estos coeficientes.
- Una aproximación es el empleo de la función descriptora [43, 44]
- Para funciones polinómicas pueden obtenerse empleando la propiedad de convolución.

Aplicación al Modelado en el Espacio de Estados

Modelo de un convertidor:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \bar{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}\{\bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t)\} \\ \bar{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{g}\{\bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t)\} \end{cases} \quad \begin{array}{ll} \bar{\mathbf{x}}(t) & \text{Vector de variables de estado} \\ \bar{\mathbf{u}}(t) & \text{Vector de excitación} \\ \bar{\mathbf{y}}(t) & \text{Vector de variables de salida} \end{array}$$

Aplicación del método de Fourier:

$$\begin{cases} \left\langle \frac{d}{dt} \bar{\mathbf{x}}(t) \right\rangle_k = \langle \mathbf{f}\{\bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t)\} \rangle_k \\ \langle \bar{\mathbf{y}}(t) \rangle_k = \langle \mathbf{g}\{\bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t)\} \rangle_k \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \frac{d}{dt} \langle \bar{\mathbf{x}} \rangle_k = -jk\omega \langle \bar{\mathbf{x}} \rangle_k + \langle \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}) \rangle_k \\ \langle \bar{\mathbf{y}}(t) \rangle_k = \langle \mathbf{g}\{\bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t)\} \rangle_k \end{cases}$$

- Simplificación: En algunos casos pueden conocerse directamente las variables de salida a partir de las nuevas variables de estado:

$$\bar{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{h}\{\langle \bar{\mathbf{x}} \rangle_k(t), \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle_k(t)\}$$

Caso Particular: Sistemas Lineales Invariantes

Modelo del convertidor: $\frac{d}{dt} \bar{x}(t) = A \bar{x}(t) + B u(t)$

Aplicación del método de Fourier:

$$\left\langle \frac{d}{dt} \bar{x}(t) \right\rangle_k = A \langle \bar{x}(t) \rangle_k + B \langle u(t) \rangle_k \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt} \langle \bar{x} \rangle_k = -jk\omega \langle \bar{x} \rangle_k + A \langle \bar{x} \rangle_k + B \langle u \rangle_k$$

Diferenciación
en el tiempo

Modelo en el Espacio de Estado:

$$\frac{d}{dt} \langle \bar{x} \rangle_k = \underbrace{(-jk\omega I + A)}_{\text{Nueva Matriz de Estado}} \langle \bar{x} \rangle_k + B \langle u \rangle_k$$

Régimen Permanente

Condición de Reg. Permanente: $\frac{d}{dt}\langle \bar{\mathbf{x}} \rangle_k = \bar{0}$

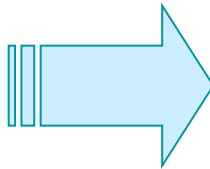
Aplicando la condición al modelo, se obtiene:

$$\langle \bar{\mathbf{x}}_0 \rangle_k = (\mathbf{j}k\omega_0 \mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \langle \mathbf{u}_0 \rangle_k$$

Modelado Dinámico

Se introducen perturbaciones en el modelo:

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \hat{\omega} \\ \langle \mathbf{u} \rangle_k = \langle \mathbf{u}_0 \rangle_k \end{cases}$$



$$\langle \bar{\mathbf{x}} \rangle_k = \langle \bar{\mathbf{x}}_0 \rangle_k + \langle \hat{\hat{\mathbf{x}}} \rangle_k$$

Las perturbaciones provocan variaciones en las vbles. de estado

Modelado Dinámico (Cont.)

Se introducen las perturbaciones en el modelo:

$$\frac{d}{dt} \left(\langle \bar{\mathbf{x}}_0 \rangle_k + \langle \hat{\mathbf{x}} \rangle_k \right) = (-j\mathbf{k}(\omega_0 + \hat{\omega})\mathbf{I} + \mathbf{A}) \left(\langle \bar{\mathbf{x}}_0 \rangle_k + \langle \hat{\mathbf{x}} \rangle_k \right) + \mathbf{B} \langle \mathbf{u}_0 \rangle_k$$



Condición de
reg. permanente

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{\mathbf{x}} \rangle_k = (-j\mathbf{k}\omega_0\mathbf{I} + \mathbf{A}) \langle \hat{\mathbf{x}} \rangle_k - j\mathbf{k}\hat{\omega}\mathbf{I} \langle \bar{\mathbf{x}}_0 \rangle_k$$

Se aplica la transformada de Laplace:

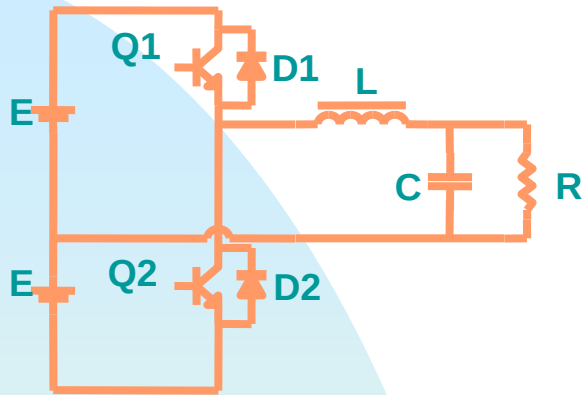
$$s \langle \bar{\mathbf{x}} \rangle_k(s) = (-j\mathbf{k}\omega_0\mathbf{I} + \mathbf{A}) \langle \bar{\mathbf{x}} \rangle_k(s) - j\mathbf{k}\omega(s)\mathbf{I} \langle \bar{\mathbf{x}}_0 \rangle_k$$



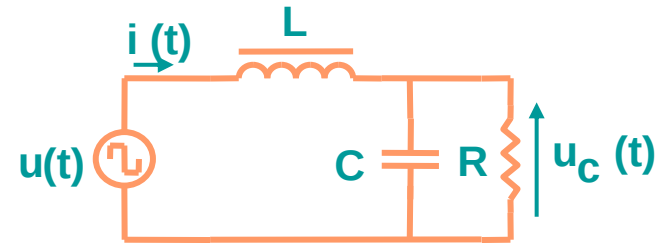
$$\frac{\langle \bar{\mathbf{x}} \rangle_k(s)}{\omega(s)} = -[(s + j\mathbf{k}\omega_0)\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1} j\mathbf{k}\mathbf{I} \langle \bar{\mathbf{x}}_0 \rangle_k$$

- De forma análoga pueden obtenerse otras funciones de transferencia.

Ejemplo: Inversor LC Paralelo



Modelo Exacto



Circuito Equivalente

Modelo Aproximado
(1^{er} Armónico)

Vector de Estado: $\bar{x}(t) = [i(t), u_c(t)]^T$

Excitación: $u(t) = E \operatorname{sgn}(\sin \omega t)$

$$\frac{d}{dt} i(t) = -\frac{1}{L} u_c(t) + \frac{1}{L} u(t)$$

$$\frac{d}{dt} u_c(t) = \frac{1}{C} i(t) - \frac{1}{RC} u_c(t)$$

$$y_1(t) = \operatorname{evol}(i(t)) \quad y_2(t) = \operatorname{evol}(u_c(t))$$

Vector de Estado: $\langle \bar{x} \rangle_1 = [\langle i \rangle_1, \langle u_c \rangle_1]^T$

Excitación: $\langle u \rangle_1 = -j \frac{2E}{\pi}$

$$\frac{d}{dt} \langle i \rangle_1 = -j\omega \langle i \rangle_1 - \frac{1}{L} \langle u_c \rangle_1 - j \frac{2E}{\pi L}$$

$$\frac{d}{dt} \langle u_c \rangle_1 = -\frac{1}{C} \langle i \rangle_1 + \left(\frac{1}{RC} - j\omega \right) \langle u_c \rangle_1$$

$$y_1(t) = 2 \|\langle i \rangle_1(t)\| \quad y_2(t) = 2 \|\langle u_c \rangle_1(t)\|$$

Modelo en el Plano Real

También puede obtenerse el modelo en el plano real:

$$\langle i \rangle_1(t) = x_1(t) + jx_2(t) \quad \langle u_c \rangle_1(t) = x_3(t) + jx_4(t)$$



$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega & -1/L & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & -1/L \\ 1/C & 0 & -1/RC & \omega \\ 0 & 1/C & -\omega & -1/RC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -2/\pi L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} E$$

$$y_1 = 2\sqrt{x_1^2 + x_2^2}$$

$$y_2 = 2\sqrt{x_3^2 + x_4^2}$$

Modelo de Gran Señal en el Plano Real

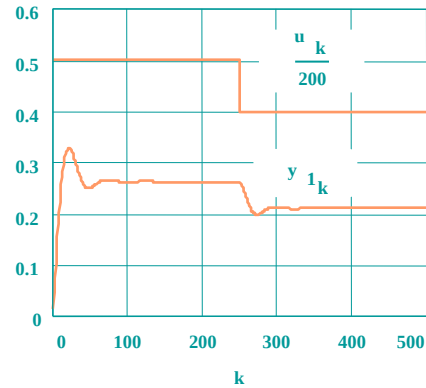
Ejemplo concreto:

- Frecuencia de conmutación: 20 kHz
- Inductancia: 4.15 mH
- Condensador: 15 nF
- Carga: 212 Ohmios

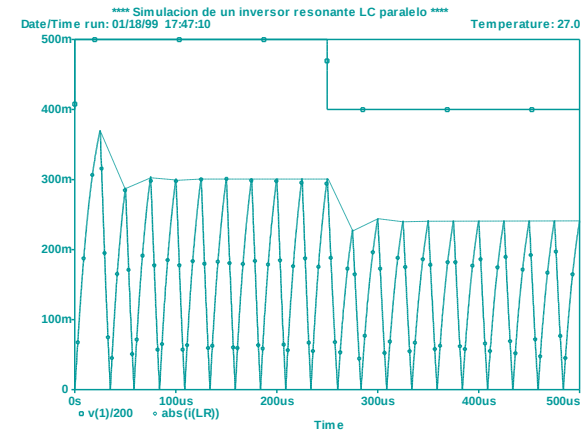
Modelo de Gran Señal: Resultados

Corriente:

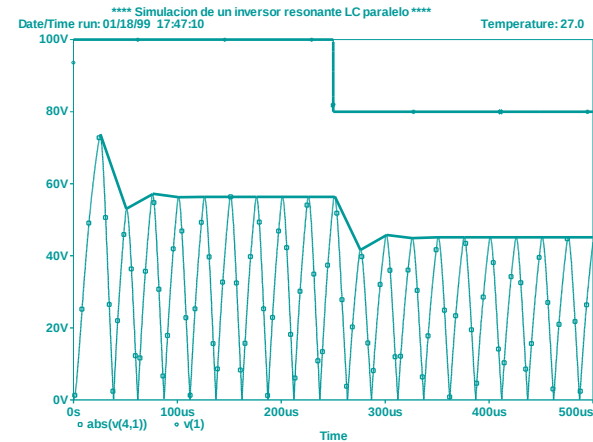
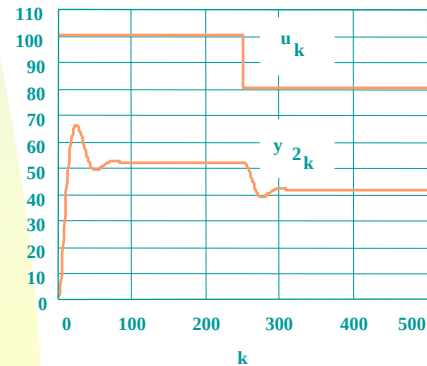
MathCAD:



PSpice:



Tensión:



Régimen Permanente

$$\langle \bar{x}_0 \rangle_k = (jk\omega_0 I - A)^{-1} B \langle u_0 \rangle_k \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} \langle i_0 \rangle_1 \\ \langle u_{C0} \rangle_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega_0 & 1/L \\ -1/C & j\omega_0 + 1/RC \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} \langle u_0 \rangle_1$$

Resolviendo:
$$\begin{cases} \langle i_0 \rangle_1 = \frac{2E}{\pi} \frac{1 + j\omega_0 RC}{-\omega_0 L + j(R - \omega_0^2 RLC)} \\ \langle u_{C0} \rangle_1 = \frac{j2E/\pi}{\omega_0^2 LC - j\frac{\omega_0 L}{R} - 1} \end{cases}$$

- Teniendo en cuenta que: $I_0 = 2j\langle i_0 \rangle_1$ $U_{C0} = 2j\langle u_{C0} \rangle_1$
- Se obtienen las evoluciones senoidales de corriente y tensión:

$$I_0 = \frac{4E}{\pi} \frac{1 + j\omega_0 RC}{R(1 - \omega_0^2 LC) + j\omega_0 L} \quad U_0 = \frac{4E}{\pi} \frac{1}{(1 - \omega_0^2 LC) + j\frac{\omega_0 L}{R}}$$

- Que lógicamente coinciden con las soluciones obtenidas mediante la aproximación con el armónico fundamental.

Modelo Dinámico

Ejemplo: Obtención de la función $G_{ue}(s) = \frac{u_{cpico}(s)}{E(s)}$

Perturbación: $E = E_0 + \hat{E} \rightarrow x_i = x_{i0} + \hat{x}_i \quad (i = 1..4)$

Introduciendo la perturbación y linealizando:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 & -1/L & 0 \\ -\omega_0 & 0 & 0 & -1/L \\ 1/C & 0 & -1/RC & \omega_0 \\ 0 & 1/C & -\omega_0 & -1/RC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -2/\pi L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \hat{E}$$

$$\hat{y}_1 = \frac{2}{\sqrt{x_{10}^2 + x_{20}^2}} (x_{10} \hat{x}_1 + x_{20} \hat{x}_2)$$

$$\hat{y}_2 = \frac{2}{\sqrt{x_{30}^2 + x_{40}^2}} (x_{30} \hat{x}_3 + x_{40} \hat{x}_4)$$

Modelo Dinámico (Cont.)

Aplicando la transformada de Laplace:

$$\begin{bmatrix} x_1(s) \\ x_2(s) \\ x_3(s) \\ x_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -\omega_0 & 1/L & 0 \\ \omega_0 & s & 0 & 1/L \\ -1/C & 0 & s + 1/RC & -\omega_0 \\ 0 & -1/C & \omega_0 & s + 1/RC \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -2/\pi L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} E(s)$$

$$y_1(s) = \frac{2}{\|\langle i \rangle_{10}\|} [x_{10}x_1(s) + x_{20}x_2(s)]$$

$$y_2(s) = \frac{2}{\|\langle u_c \rangle_{10}\|} [x_{30}x_3(s) + x_{40}x_4(s)]$$

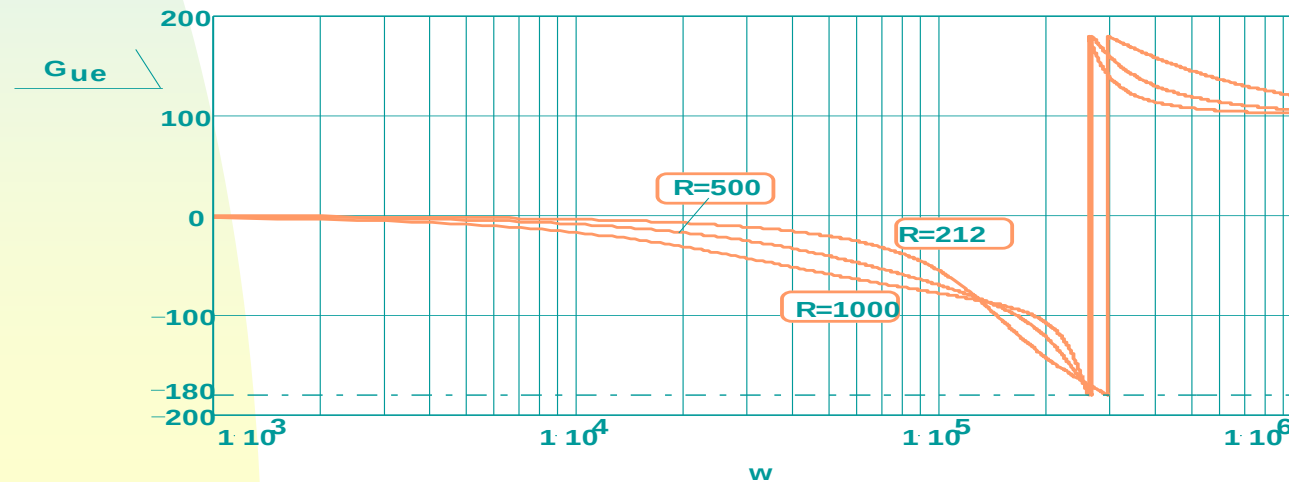
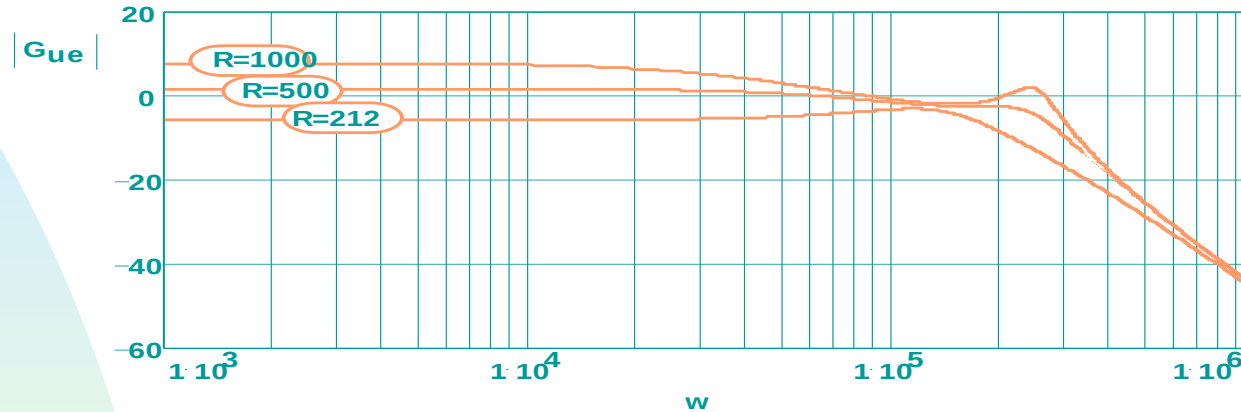
Modelo
Dinámico de
Pequeña
Señal

Finalmente habría que despejar: $y_2(s)/E(s)$

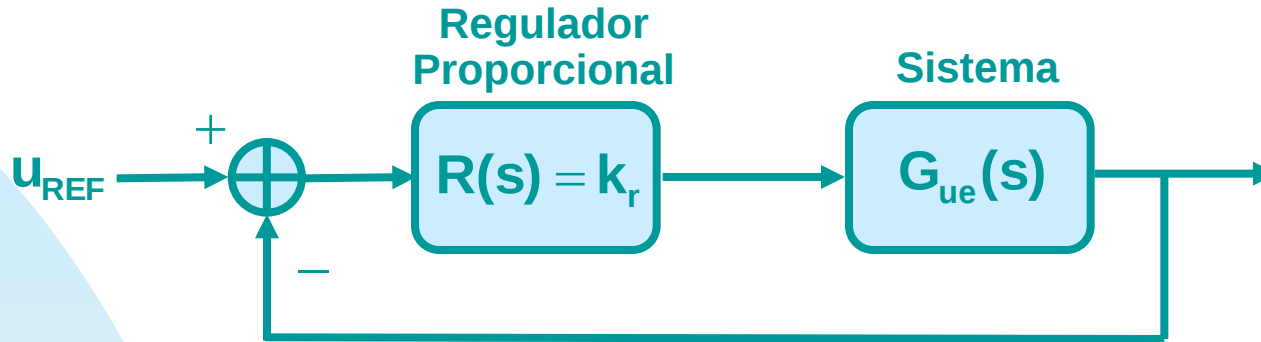
- La obtención de una solución explícita resulta bastante tedioso.
- Fácilmente implementable en programas de ordenador (ver Apéndice B)

Respuesta Dinámica

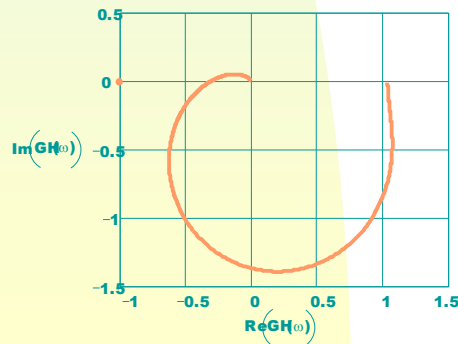
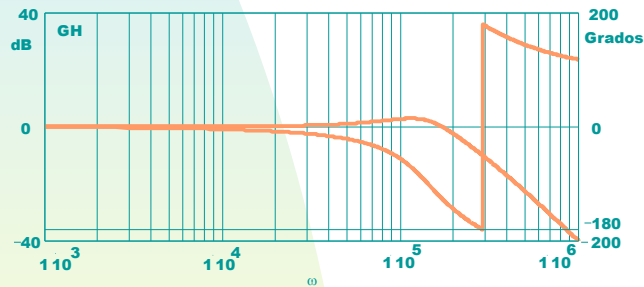
$$G_{ue}(s) = \frac{u_{Cpico}(s)}{E(s)}$$



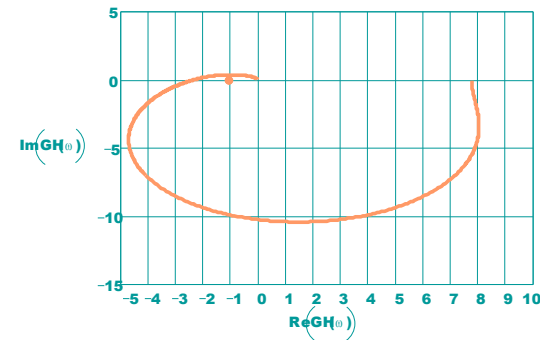
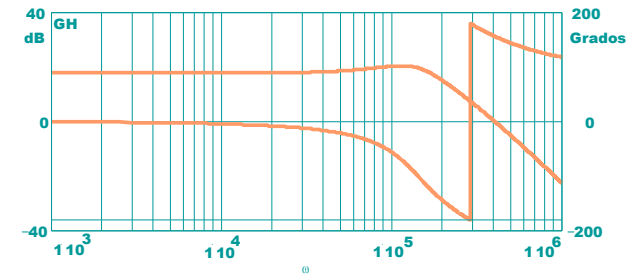
Operación en Bucle Cerrado



$K_r=2 \rightarrow$ Sistema Estable

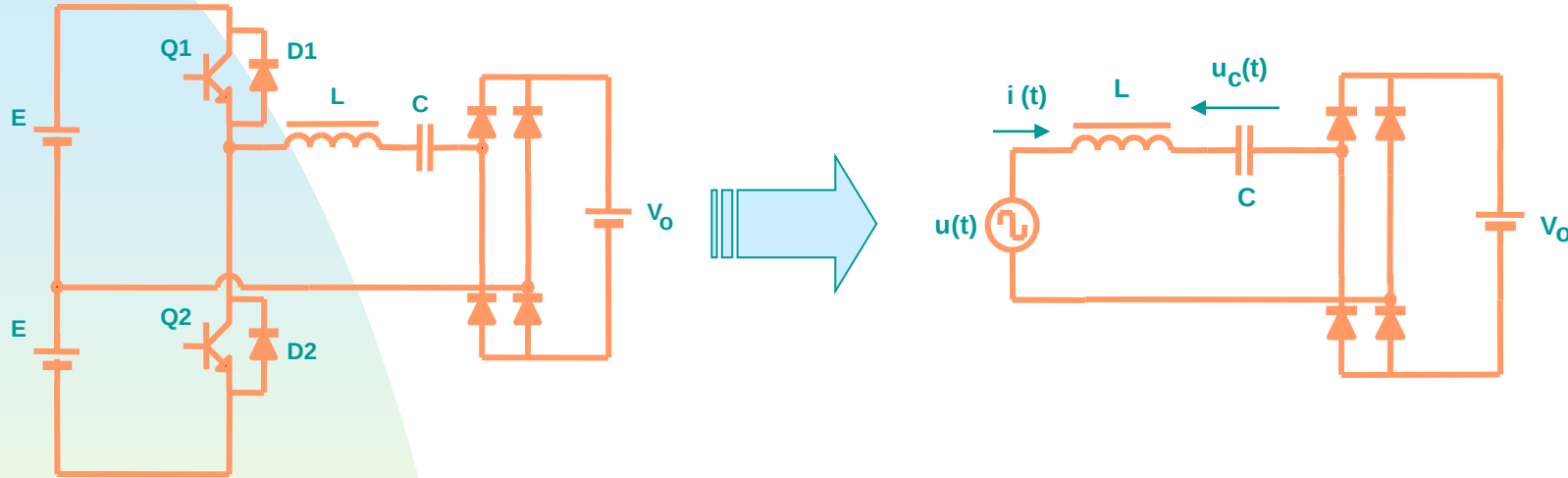


$K_r=15 \rightarrow$ Sistema Inestable



Propuesta de Ejercicio

Modelado de un convertidor CC-CC Resonante



$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \mathbf{i} = \frac{1}{L} \left\{ -u_c - V_o \operatorname{sgn}(\mathbf{i}) + E \operatorname{sgn}(\sin \omega t) \right\} \\ \frac{d}{dt} u_c = \frac{1}{C} \mathbf{i} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \langle \mathbf{i} \rangle_1 = -j\omega \langle \mathbf{i} \rangle_1 + \frac{1}{L} \left\{ -\langle u_c \rangle_1 - V_o \frac{2}{\pi} e^{j\varphi_i} - E j \frac{2}{\pi} \right\} \\ \frac{d}{dt} \langle u_c \rangle_1 = -j\omega \langle u_c \rangle_1 + \frac{1}{C} \langle \mathbf{i} \rangle_1 \end{cases}$$

Resumen y Conclusiones

- Se ha presentado la estructura básica de un inversor resonante y los parámetros que lo caracterizan
- Estudio de la metodología de análisis estático de inversores resonantes
- Se ha realizado un análisis comparativo de tres circuitos resonantes típicos
- Metodología general de análisis estático y dinámico de convertidores de potencia, fácilmente aplicable a inversores resonantes
- Se han realizado ejemplos de análisis dinámico de inversores resonantes

Actividades Complementarias

- Simulación con PSpice de diferentes topologías de inversores resonantes.
- Obtención de características estáticas de inversores con otros circuitos resonantes diferentes a los expuestos.
- Diseño de un inversor resonante para una aplicación concreta.
- Montaje y ensayo de un inversor en el laboratorio. Por ejemplo para alimentación de una lámpara fluorescente.
- Obtención de otras funciones de transferencia para el inversor resonante LC paralelo.
- Realización de simulaciones con PSpice del inversor LC en bucle cerrado con diferentes reguladores y comparación con resultados teóricos.
- Modelado de otros convertidores (CC-CC PWM, CC-CC resonantes, etc.)

Bibliografía

LIBROS

- [1] J. A. Gualda, S. Martínez, P. M. Martínez; "*ELECTRÓNICA INDUSTRIAL: TÉCNICAS DE POTENCIA*", 2ª edición, Marcombo, 1992.
- [2] N. Mohan, T.M. Undeland, W. P. Robbins; "*POWER ELECTRONICS. CONVERTERS, AAPPLICATIONS AND DESIGN*". John Wiley and Sons, Inc. 2ª Edición. 1995.
- [3] M. H. Rashid; "*POWER ELECTRONICS. CIRCUITS, DEVICES AND APPLICATIONS*". Prentice Hall. 2ª Edición. 1993.
- [4] B. W. Williams; "*POWER ELECTRONICS. DEVICES, DRIVERS APPLICATIONS AND PASSIVE COMPONENTS*". Macmillan. 2ª Edición. 1992.
- [5] J. M. Alonso; "*ALIMENTACIÓN DE LÁMPARAS DE ALTA INTENSIDAD DE DESCARGA: APORTACIONES EN LA OPTIMIZACIÓN DEL SISTEMA ELECTRÓNICO*", Tesis Doctoral, Universidad de Oviedo. 1994.

ARTÍCULOS

Procesos electrostáticos

- [6] H. Fujita, S. Ogasawara, H. Akagi; "An approach to a broad range of power control in voltage-source series-resonant inverters for corona discharge treatment - pulse-density-modulation", IEEE PESC'97 conf. proc., pp. 1000-1006.
- [7] S. wang, M. Nakaoka, Y. Konishi; "DSP-based PDM & PWM type voltage-fed load-resonant inverter with high-voltage transformer for silent discharge ozonizer", IEEE PESC'98 conf. proc., pp. 159-164.
- [8] J. Sun, M. Nakaoka, H. Takano; "High-frequency high-voltage transformer parasitic dc-dc converter and its repetitive learning control system", IEEE ISIE'97, pp. 353-358, Portugal, 1997.

Soldadura eléctrica

- [9] P.C. Theron, J.A. Ferreira, J.C. Fetter, H.W.E. Koertzen; "Welding power supplies using the partial series resonant converter", IEEE IECON'93 conf. proc., pp. 1319-1324.
- [10] L. Malesani et al; "Electronic welder with high-frequency resonant inverter", IEEE IAS'93 conf. proc. , pp. 1073-1080.

Cargas de ultrasonidos

- [11] I.S. Cha et al; "A study on the design and characteristics of the high frequency resonant inverter for ultrasonic motor drive using fuzzy controller", IEEE IECON'95, pp. 680-684.
- [12] P. fabijanski, L. Palczynski; "Series resonant converter with piezoelectric ceramic transducer for ultrasonic cleaning system", EPE'91 conf. proc., pp. 4-272/4-277, Florencia, 1991.
- [13] U. Schaff, H. va der Broeck; "Piezoelectric motor fed by a PLL-controlled series resonant converter", EPE'95 conf. proc., pp. 3.845-3.850, Sevilla, 1995.

Calentamiento por inducción

- [14] E.J. Dede, J.M. Espi, J. Jordan, A. ferreres, S. K. Panda; "Design considerations for transformerless series resonant inverters for induction heating", PEDS'97 conf. proc. pp. 334-339.
- [15] I. Khan, J. Tapson, I. de Vries; "An induction furnace employing a 100 kHz MOSFET full-bridge current-source load-resonant inverter", IEEE ISIE'98 conf. proc., pp. 530-534.

Convertidores CC-CC resonantes

- [17] S. Kubota, Y. Hatanaka; "A novel ZCS high frequency power supply for induction heating", IEEE PESC'98 conf. proc., pp. 165-171.
- [18] R. L. Steigerwald; "A comparison of half-bridge resonant converter topologies", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 3, No. 2, pp. 174-182, abril 1988.
- [19] R. L. Steigerwald; "High-frequency resonant transistor dc-dc converters", IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 31, No. 2, pp. 181-191, mayo 1984.
- [20] F.S. Tsai, P. Materu, F.C. Lee; "Constant-frequency clamped-mode resonant converters", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 3, No. 4, pp. 460-473, octubre 1988.
- [21] D. Czarkowski, M.K. Kazimierczuk; "Phase-controlled series-parallel resonant converter", IEEE Trans. on Power Electronics, vol. 8, No. 3, pp. 309-319, julio 1993.
- [22] J. A. Sabaté, R. Gean, M. M. Jovanovic, F. C. Lee; "LCC resonant inverter with fixed-frequency clamped-mode operation", VPEC seminar proceedings, pp. 131-141, 1991.
- [23] J. A. Sabaté, M.M. Jovanovic, F.C. Lee, R.T. Gean; "Analysis and Design-Optimization of LCC resonant inverter for high-frequency AC distributed power system", IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 42, No. 1, pp. 63-71, Febrero 1995.
- [24] M. Fernández, C. Hernández; "Análisis y diseño de los onversores resonantes", Revista Española de Electrónica, diciembre 1996, pp. 66-71.

Alimentación de lámparas de descarga

- [25] M. K. Kazimierczuk, W. Szaraniec; "Electronic ballasts for fluorescent lamps", IEEE transac. on Power Electronics, vol. 8, n°4, pp. 386-395, Octubre 1993.
- [26] J. M. Alonso, M. Rico, C. Blanco, E. López; "Inversores resonantes en iluminación. Topologías y modos de funcionamiento", Mundo Electrónico, No. 263, pp. 47-53, Enero 1996.
- [27] J. M. Alonso, M. Rico, C. Blanco, E. López; "Inversores resonantes en iluminación. Estudio y selección", Mundo Electrónico, No. 264, pp. 28-33, Febrero 1996.
- [28] J. M. Alonso, C. Blanco, E. López, A. J. Calleja, M. Rico; "Analysis, design, and optimization of the LCC resonant inverter as a high-intensity discharge lamp ballast", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 13, No. 3, pp. 573-585, mayo 1998.

- [29] D. Tadesse, F.P. Dawson, S.B. Dewan; "A comparison of power circuit topologies and control techniques for a high frequency ballast", IEEE IAS'93 conf. proc., pp. 2341-2347.
- [30] R.M. Nelms, T.D. Jones, M.C. Cosby; "A comparison of resonant inverter topologies for HPS lamp ballasts", IEEE IAS'93 conf. proc., pp. 2317-2322.
- [31] A.K.S. Bhat, C. Wei-qun; " Analysis, selection, and design of resonant inverters for electronic ballasts", IEEE PESC'94 conf. proc., pp. 796-804.
- [32] B.K. Lee, B.S. Suh, D.S. Hyun; *Design consideration for the improved class-D inverter topology*", IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 45, No. 2, pp. 217-227, Abril 1998.
- [33] M.C. Cosby, R.M. Nelms; "A resonant inverter for electronic ballast applications", IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 41, No. 4, pp. 418-425, Agosto 1994.
- [34] Y. L. Lin, A.F. Witulski; "A unique analysis and design of ZCS resonant inverters", IEEE APEC'97 conf. proc., pp. 1008-1013.
- [35] U. Mader; "Steady-state analysis of a voltage-fed inverter with second-order network and fluorescent lamp load", IEEE APEC'96 conf. proc., pp. 609-615.
- [36] K. Heumann, J. Ying; "Small loss series resonant inverter", EPE Journal, Vol. 4, No. 1, pp. 21-28, Marzo 1994.
- [37] G.C. Hsieh, C.H. Lin, J.M. Li, Y.C. Hsu; "A study of series-resonant DC/AC inverter", IEEE PESC'95 conf. proc., pp. 493-499.
- [38] H. Kakehashi, T. Hidaka et al; "Electronic ballast using piezoelectric transformers for fluorescent lamps", IEEE PESC'98 conf. proc., pp. 29-35, Japón, 1998.

Modelado dinámico

- [39] R. D. Middlebrook, S. Cuk; "A general unified approach to modeling switching power converter stages", IEEE PESC'76 conf. proc., pp. 18-34, 1976.
- [40] S.R. Sanders, J. M. Noworolski, X.Z. Liu, G. Verghese; "Generalized averaging method for power conversion circuits", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 6, No. 2, pp. 251-259, Abril 1991.
- [41] R. M. Bass, J. Sun; "Large-signal averaging methods under large ripple conditions", IEEE PESC'98 conf. proc., pp. 630-632.
- [42] J. Sun et al; "Modeling of PWM converters in discontinuous conduction mode - A reexamination", IEEE PESC'98 conf. proc., pp. 615-622.
- [43] E.X. Yang, F.C. Lee, M.M. Jovanovic; "Extended describing function technique applied to the modeling of resonant converters", VPEC'91 proc., pp. 179-191, 1991.