CAMPOS CONSERVATIVOS

Campos Conservativos en $\mathbb{R}^3$

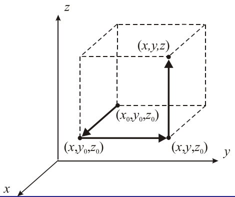
Supongamos que $\overline{F}$ *es un campo vectorial* C^1 *definido en* $\mathbb{R}^3$ *excepto, quizás, en un número finito de puntos. Si se cumple que* $\operatorname{rot}\overline{F} = \overline{0}$, entonces, *para toda curva cerrada simple orientada* C, *se cumple que*

$$\oint_C \overline{F}\cdot\overline{ds} = \iint_S \operatorname{rot}\overline{F}\cdot\overline{dS} = 0$$

O lo que es lo mismo para cualesquiera dos curvas no cerradas simples orientadas C_1 *y* C_2 *que tengan los mismos extremos se verifica*

$$\int_{C_1} \overline{F}\cdot\overline{ds} = \int_{C_2} \overline{F}\cdot\overline{ds}$$

En este caso para calcular la integral entre dos puntos es conveniente coger caminos paralelos a los ejes.



Campos Conservativos en $\mathbb{R}^2$

Aplicando el teorema de Green es inmediato comprobar el siguiente teorema.

Sean $P(x,y)$ y $Q(x,y)$, funciones con derivadas parciales continuas en D y sea D simplemente conexo. Si

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$$

en D, entonces

$$\oint_C Pdx + Qdy = 0$$

para cualquier curva cerrada simple contenida en D.

O lo que es lo mismo para cualesquiera dos curvas no cerradas simples orientadas C_1 y C_2 que tengan los mismos extremos se verifica

$$\int_{C_1} Pdx + Qdy = \int_{C_2} Pdx + Qdy$$

CAMPOS CONSERVATIVOS

En el teorema anterior inpusimos que las derivadas parciales fueran continuas en todos los puntos del conjunto D. Si existe un punto de discontinuidad, aplicando el teorema de Green generalizado, es inmediato comprobar el siguiente resultado.

> *Supongamos que en el punto A existe una discontinuidad. los valores de la integral $\oint_C Pdx + Qdy$ son:*
>
> *- El valor 0 cuando C no encierra al punto A.*
> *- Un valor k (cte.) para todas las curvas C que encierran el punto A.*

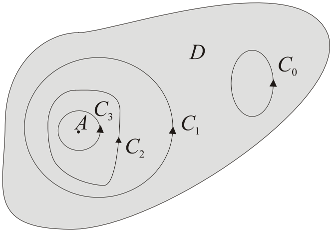


Figura: Dominio Doblemente Conexo.