

INTEGRALES DE LÍNEA DE F. VECTORIALES

Integral de línea de funciones vectoriales

Sea \bar{F} un campo vectorial en \mathbb{R}^2 (o \mathbb{R}^3) continuo sobre una curva dada por la parametrización $\bar{\sigma} : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ (o \mathbb{R}^3), de clase C^1 . Definimos la integral de línea de \bar{F} a lo largo de C como

$$\int_C \bar{F} \cdot \bar{ds} = \int_a^b \bar{F}(\bar{\sigma}(t)) \cdot \bar{\sigma}'(t) dt$$

Otra manera de denotar las integrales de línea es

$$\int_C \bar{F} \cdot \bar{ds} = \int_C F_1 dx + F_2 dy + F_3 dz$$

donde F_1, F_2 y F_3 son las componentes del campo vectorial \bar{F} . Esta notación es útil para recordar el cálculo de la integral de línea, pues

$$\begin{aligned} \int_C \bar{F} \cdot \bar{ds} &= \int_a^b \bar{F}(\bar{\sigma}(t)) \cdot \bar{\sigma}'(t) dt = \int_a^b (F_1, F_2, F_3) \cdot (x'(t), y'(t), z'(t)) dt \\ &= \int_a^b \left(F_1 \frac{dx}{dt} + F_2 \frac{dy}{dt} + F_3 \frac{dz}{dt} \right) dt = \int_C F_1 dx + F_2 dy + F_3 dz \end{aligned}$$

TRABAJO

El trabajo realizado por el campo de fuerza \vec{F} sobre la partícula que se mueve a lo largo de la curva C imagen de $\vec{\sigma} : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^3$ viene dado por:

$$W = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_a^b \vec{F}(\vec{\sigma}(t)) \cdot \vec{\sigma}'(t) dt$$

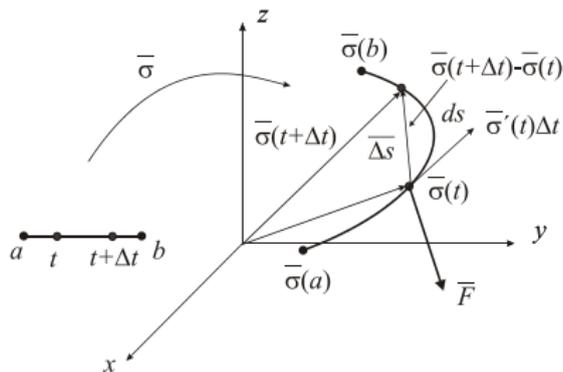


Figura: Interpretación como un trabajo.

Justificación:

$$\text{Trabajo} \simeq \vec{F}(\vec{\sigma}(t)) \cdot \overline{\Delta s} \simeq \vec{F}(\vec{\sigma}(t)) \cdot \vec{\sigma}'(t) \Delta t$$