CURVAS

Parametrizaciones de curvas

Una parametrización de curva en $\mathbb{R}^n$ es una función continua $\overline{\sigma} : I = [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}^n$. Los puntos $\overline{\sigma}(a)$ y $\overline{\sigma}(b)$ se llaman extremos. La imagen de la parametrización $\overline{\sigma}$ es la curva C, esto es $C = \overline{\sigma}(I)$. Si $\overline{\sigma}$ es diferenciable o de clase C^1, decimos que C es una curva diferenciable o C^1.

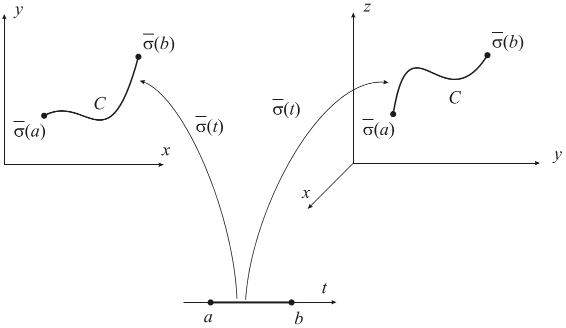


Figura: Parametrización de curva.

CURVAS

Es bastante útil denotar la variable como t y pensar que $\overline{\sigma}(t)$ va trazando una curva en $\mathbb{R}^n$ conforme t va variando. En muchos casos podemos imaginar t como el tiempo y $\overline{\sigma}(t)$ como la posición de una partícula en movimiento en el instante t. Si $\overline{\sigma}$ es una parametrización en $\mathbb{R}^3$, podemos escribir

$$\overline{\sigma}(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

y denominamos a $x(t), y(t)$ y $z(t)$, *funciones componentes* de $\overline{\sigma}$. Es inmediato ver que de la misma forma podemos considerar funciones componentes en $\mathbb{R}^2$ o en general en $\mathbb{R}^n$.

A las ecuaciones

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

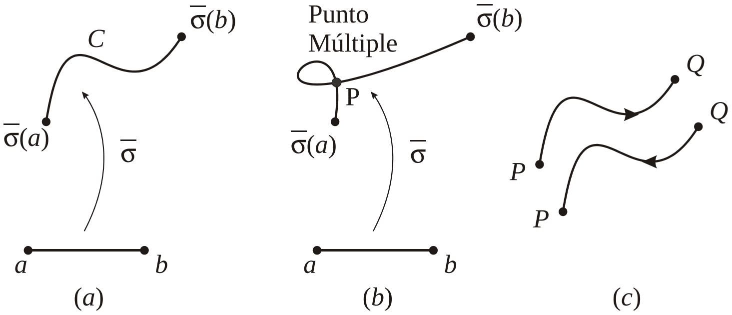
se les llama *ecuaciones paramétricas* de la curva C y t es el *parámetro*.

El vector tangente a la curva será

$$\overline{\sigma}'(t) = \left(x'(t), y'(t), z'(t)\right)$$

Curva simple. Curva Orientada

Llamaremos curva simple C a la imagen de una parametrización C^1 a trozos $\overline{\sigma} : I \to \mathbb{R}^3$, que sea inyectiva en el intervalo I. Por tanto, una curva simple es la que no se interseca a sí misma. Toda curva simple C tiene dos orientaciones o direcciones asociadas a ella. Si P y Q son los extremos de la curva, entonces podemos considerar que C está dirigida de P a Q o de Q a P. A la curva simple C junto con un sentido de recorrido la llamaremos curva simple orientada.



Curva cerrada simple

Llamaremos curva cerrada simple a la imagen de una parametrización C^1 a trozos $\overline{\sigma} : [a, b] \to \mathbb{R}^3$ que sea inyectiva en $[a, b)$ y cumpla $\overline{\sigma}(a) = \overline{\sigma}(b)$. Si $\overline{\sigma}$ verifica que $\overline{\sigma}(a) = \overline{\sigma}(b)$ pero no es inyectiva en $[a, b)$, llamamos a su imagen curva cerrada.

Las curvas cerradas simples tienen dos orientaciones, que corresponden a las dos direcciones de movimiento posibles a lo largo de la curva.