

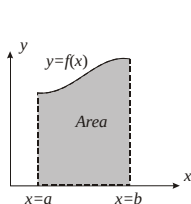
# Áreas planas

Si  $y = f(x)$  es integrable en  $[a, b]$

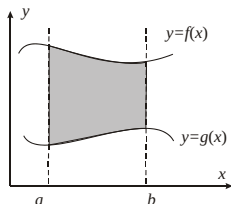
(a) Si  $f(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$  : 
$$A = \int_a^b f(x) dx$$

(b) Área entre dos curvas  $y = f(x), y = g(x)$  : 
$$A = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

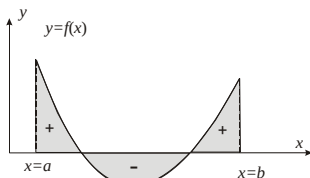
(c) Si  $f(x)$  cambia de signo en  $[a, b]$  : 
$$A = \int_a^b |f(x)| dx$$



(a)



(b)



(c)

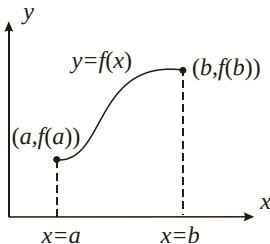
Nota: Para que el área sea positiva el intervalo de integración debe tomarse siempre creciente.

# Longitud de un arco de curva

Si  $y = f(x)$  es una curva con  $f'(x)$  continua  $\forall x \in [a, b]$ , el valor

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

representa la longitud del arco de curva  $y = f(x)$  limitada por los puntos  $(a, f(a))$  y  $(b, f(b))$ .



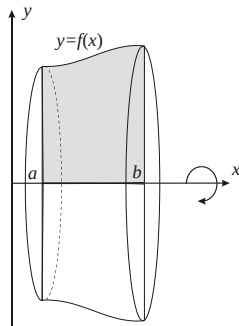
Nota: Para que la longitud sea positiva el intervalo de integración debe tomarse siempre creciente.

# Áreas y Volúmenes de cuerpos de revolución

Consideremos el cuerpo de revolución engendrado por el trapecio curvilíneo limitado por la curva  $y = f(x)$ , el eje  $Ox$  y las rectas  $x = a$ ,  $x = b$  al girar alrededor del eje  $Ox$ .

$$\text{Volumen} = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

$$\text{Área} = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$



Nota: Para que el área y el volumen sean positivos el intervalo de integración debe tomarse siempre creciente.