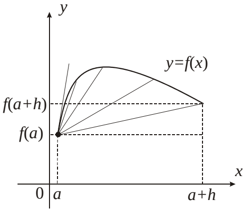
# Derivada. Definiciones

- **Derivada en un punto**

*Dada una función $y = f(x) : A \to \mathbb{R}$, y un punto $a \in \mathring{A}$, se dice que $f$ es derivable en $a$ si existe y es finito, el límite*

$$f'(a) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}; \quad f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

*Al límite se le denomina derivada de $f$ en el punto $a$.*




*Interpretación geométrica de la derivada.*

# Derivada. Definiciones

- **Derivadas laterales**

  *Sea* $f(x) : A \longrightarrow \mathbb{R}$. *Si* $f$ *está definida en un intervalo a la derecha de* $a$ *de la forma* $[a, a+\varepsilon)$, *si existe el límite*

  $$f'_{+}(a) = \lim_{h \to 0^{+}} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

  *se le denomina derivada por la derecha de* $f$ *en* $a$.
  *Si* $f$ *está definida en un intervalo a la izquierda de* $a$ *de la forma* $(a-\varepsilon, a]$, *si existe el límite*

  $$f'_{-}(a) = \lim_{h \to 0^{-}} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

  *se le denomina derivada por la izquierda de* $f$ *en* $a$.

- Se cumple que:

  $$f'_{-}(a) = f'_{+}(a) = f'(a)$$

# Derivada. Propiedades

- **Continuidad y derivabilidad**

  *Si una función $f$ es derivable en un punto $a$, entonces es continua en $a$.*

- **Continuidad de la derivada y derivabilidad**

  *Sea $f(x)$ una función continua en $a$, tal que existe $f'(x)$ para todo punto de un entorno reducido de $a$.*
  *i) Si $\lim_{x \to a^+} f'(x) = \lim_{x \to a^-} f'(x)$ entonces existe $f'(a)$ y se cumple*

  $$f'(a) = \lim_{x \to a} f'(x)$$

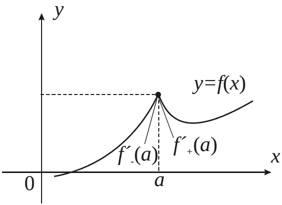
  *ii) Si $\lim_{x \to a^+} f'(x) \neq \lim_{x \to a^-} f'(x)$ entonces $\nexists\ f'(a)$.*

# Derivada. Definiciones

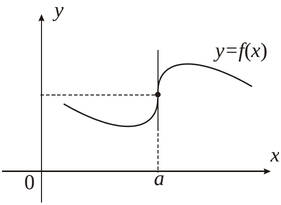
- **Recta tangente**

  *Si la función $f(x) : A \to \mathbb{R}$ tiene derivada en el punto $a \in \mathring{A}$, existe una y sólo una recta tangente a la curva dada por $f$ en dicho punto, que tiene por ecuación*

$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$




*Punto anguloso.*




*Tangente vertical.*