Derivadas de funciones elementales

.

- **Función Derivada**

  Sea f una función derivable en un conjunto A. La función que en cada punto $x \in A$ toma el valor $f'(x)$ se denomina función derivada de f y se denota por f'

$$\begin{array}{ccc} A & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longrightarrow & f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \end{array}$$

Derivadas de funciones elementales

$y = k$	$y' = 0$	$y = a^x$	$y' = a^x \ln a$
$y = x^n$	$y' = nx^{n-1}$	$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = \sqrt{x}$	$y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$y = \log_a x$	$y' = \dfrac{1}{x} \log_a e$
$y = \dfrac{1}{x}$	$y' = \dfrac{-1}{x^2}$	$y = \ln x$	$y' = \dfrac{1}{x}$
$y = \operatorname{sen} x$	$y' = \cos x$	$y = \operatorname{arcsen} x$	$y' = \dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$
$y = \cos x$	$y' = -\operatorname{sen} x$	$y = \arccos x$	$y' = \dfrac{-1}{\sqrt{1 - x^2}}$
$y = \operatorname{tg} x$	$y' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$	$y = \operatorname{arctg} x$	$y' = \dfrac{1}{1 + x^2}$

Derivadas de funciones elementales

$$\boxed{\begin{array}{llll} y = \operatorname{sh} x & y' = \operatorname{ch} x & y = \operatorname{argsh} x & y' = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}} \\ y = \operatorname{ch} x & y' = \operatorname{sh} x & y = \operatorname{argch} x & y' = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}} \\ y = \operatorname{th} x & y' = \dfrac{1}{\operatorname{ch}^2 x} & y = \operatorname{argth} x & y' = \dfrac{1}{1-x^2} \end{array}}$$

Propiedades fundamentales de la derivada

Regla de linealidad	$y = af \pm bg$	$y' = af' \pm bg'$
Regla del producto	$y = f \cdot g$	$y' = f'g + fg'$
Regla del cociente	$y = \dfrac{f}{g}$	$y' = \dfrac{f'g - fg'}{g^2}$

- **Derivada de la función compuesta. Regla de la cadena**

Si $u = h(x)$ es una función derivable en a, e $y = g(u)$ es una función derivable en $h(a)$ entonces la función compuesta $y = g \circ h$, esto es $y = f(x) = g[h(x)]$ es derivable en a y se verifica

$$y'_x = y'_u \cdot u'_x$$

Propiedades fundamentales de la derivada

- **Derivada de la función inversa**

  Sea $f : A \to \mathbb{R}$ *inyectiva y derivable en* a, *con* $f'(a) \neq 0$ *y sea* $f^{-1} : f(A) \to A$ *su inversa. Entonces* f^{-1} *es derivable en* $f(a)$ *y se cumple que*

  $$(f^{-1})'(f(a)) = 1/f'(a)$$

- **Derivada de una función expresada en forma paramétrica**

  Sea una función $y(x)$ *dada, en un entorno de* x_0, *por las ecuaciones*

  $$\left.\begin{array}{l} x = x(t) \\ y = y(t) \end{array}\right\}$$

  con $x(t_0) = x_0$. *Si* x *es derivable en* t_0, *con* $x'(t_0) \neq 0$, *e* y *es derivable en* x_0 *se verifica que*

  $$y'(x_0) = y'(t_0)/x'(t_0)$$