

Definiciones

► Función primitiva

Decimos que la función $F(x)$ es una función primitiva de $f(x)$ si

$$F'(x) = f(x)$$

para todo punto x del dominio de f .

► Función integral indefinida

Dada la función f , se llama función integral indefinida de f al conjunto de todas sus funciones primitivas. Se suele escribir

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

con C constante arbitraria, y F una primitiva cualquiera de f .

Propiedades

► Linealidad de la integral

Dadas dos funciones f y g que admiten primitiva y una constante $k \in \mathbb{R}$ se verifica

$$i) \int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$ii) \int kf(x) dx = k \int f(x) dx$$

► Propiedad

Dada una función $f(x)$ que admite primitiva y dos constantes $a, b \in \mathbb{R}$ se verifica

$$\text{Si } \int f(x) dx = F(x) + C \Rightarrow \int f(ax) dx = \frac{1}{a} F(ax) + C$$

$$\text{Si } \int f(x) dx = F(x) + C \Rightarrow \int f(x+b) dx = F(x+b) + C$$

Integración por partes

Dadas dos funciones derivables u y v se verifica

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Como "regla" general la integración por partes es recomendada para integrales de la forma

$$\begin{array}{cc} \text{polinomio} & \cdot & \text{función logarítmica} \\ \text{polinomio} & \cdot & \text{función trigonométrica inversa} \\ dv & & u \end{array}$$

y también de la forma

$$\begin{array}{cc} \text{polinomio} & \cdot & \text{función exponencial} \\ \text{polinomio} & \cdot & \text{función trigonométrica} \\ u & & dv \end{array}$$