Integrales Impropias de Segunda especie

- **Definición**

  Se dice que una integral impropia lo es de segunda especie si la función subintegral $f(x)$ no está acotada en algún o algunos puntos de su intervalo de integración. Casos:

1. $f(x)$ no acotada en el extremo superior b del intervalo.

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \to 0^+} \int_a^{b-\varepsilon} f(x)dx$$

2. $f(x)$ no acotada en el extremo inferior a del intervalo.

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \to 0^+} \int_{a+\varepsilon}^{b} f(x)dx$$

3. $f(x)$ no acotada en ambos extremos.

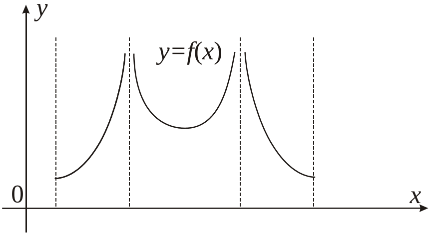
$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon_2 \to 0^+} \lim_{\varepsilon_1 \to 0^+} \int_{a+\varepsilon_1}^{b-\varepsilon_2} f(x)dx$$

Integrales Impropias de Segunda especie

- **Definición**

4. $f(x)$ no acotada en un punto intermedio $c \in (a, b)$.

$$\int_a^b = \int_a^c + \int_c^b = \lim_{\varepsilon_1 \to 0^+} \int_a^{c-\varepsilon_1} f(x)dx + \lim_{\varepsilon_2 \to 0^+} \int_{c+\varepsilon_2}^{b} f(x)dx$$



$$\textit{La integral I es:} \begin{cases} \textit{Convergente, si existe el límite y éste es finito} \\ \textit{Divergente, cuando el límite es infinito} \\ \textit{Oscilante, si no existe dicho límite} \end{cases}$$

Segunda especie. Criterio de Convergencia

Sea la integral impropia de segunda especie

$$I = \int_a^b f(x)dx, \text{con } f(b) = \infty \ \text{ o } \ f(a) = \infty$$

- **Criterio del Límite**

  Sea l cualquiera de los límites

$$\lim_{x \to b^-} \frac{f(x)}{\frac{1}{(b-x)^\lambda}} \; (\textit{cuando } f(b) = \infty)\,; \quad \lim_{x \to a^+} \frac{f(x)}{\frac{1}{(x-a)^\lambda}} \; (\textit{cuando } f(a) = \infty)$$

$$\textit{Si } l = \begin{cases} K \ \textit{finito (puede ser } 0) & \textit{con } \lambda < 1 \Longrightarrow & I \textit{ es convergente} \\ K \neq 0 \ \textit{(puede ser } \infty) & \textit{con } \lambda \geq 1 \Longrightarrow & I \textit{ es divergente} \end{cases}$$