Definiciones

- **Serie de potencias**

  Se llama serie de potencias a una serie de funciones de la forma

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$$

  con $a_n, x_0 \in \mathbb{R}$.

Radio de convergencia

- **Fórmula de Hadamard**

  Llamaremos R, radio de convergencia de la serie de potencias a

  $$R = \frac{1}{\overline{\lim_{n\to\infty}} \sqrt[n]{|a_n|}}$$

  con el convenio $1/0 = \infty$.

- Puesto que

  $$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

  si ambos existen, el radio de convergencia, en este caso, viene también dado por

  $$R = \frac{1}{\lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|}$$

Convergencia

- **Convergencia puntual de una serie de potencias**

  Sea R el radio de convergencia de la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$.
  - la serie converge para todo $|x - x_0| < R$
  - la serie diverge para todo $|x - x_0| > R$
  - en los puntos $|x - x_0| = R$ puede ser convergente o divergente.

En la figura se ilustra el caso particular en que $x_0 = 0$.