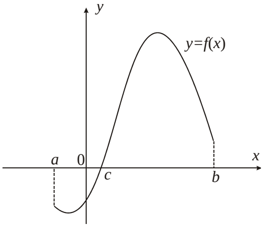
# Propiedades de funciones continuas en un intervalo cerrado

- **Teorema de Bolzano**

  *Si $f(x)$ es continua en $[a,b]$ y toma valores de signo contrario en los extremos del intervalo, entonces existe al menos una raíz de $f(x)$ en $(a,b)$, es decir*

$$si\ f(a).f(b) < 0,\ \exists c \in (a,b)\ tal\ que\ f(c) = 0$$



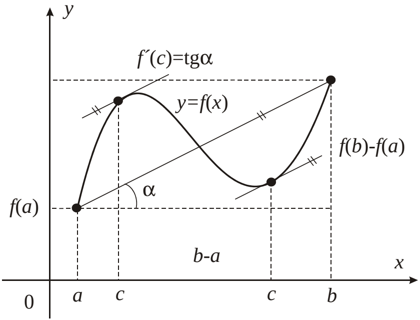

*Teorema de Bolzano.*

# Propiedades de las funciones derivables

- **Teorema del valor medio de Lagrange**

  *Sea $f(x)$ una función continua en el intervalo cerrado $[a, b]$ y derivable en el intervalo abierto $(a, b)$. Entonces existe al menos un punto $c \in (a, b)$ tal que*

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$



# Propiedades de las funciones derivables

- **Regla de l´Hôpital**

  *Sean* $f(x)$ *y* $g(x)$ *funciones derivables en un entorno reducido del punto a, con* $g'(x) \neq 0$ *en dicho entorno.*
  *Si* $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} g(x) = 0$ *ó* $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} g(x) = \pm\infty$ *y el límite* $\lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ *existe, o es infinito con signo determinado, entonces también existe* $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)}$, *verificándose*

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$