Introducción.

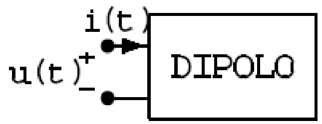

Figura 2.5: Dipolo

Si consideramos un dipolo (figura 2.5), tendremos que la potencia instantánea absorbida es:

$$p(t) = u(t)i(t) \tag{2.12}$$

La energía absorbida desde el instante t=0 es:

$$w(t) = \int_0^t p(t)dt \tag{2.13}$$

Relaciones de potencia y energía en los dipolos.

Si el dipolo (figura 2.5) está sometido a una tensión senoidal $u(t) = \sqrt{2}Usen(wt)$, y por él circula una corriente senoidal $i(t) = \sqrt{2}Isen(wt - \varphi)$, donde se ha tomado la tensión como origen de fases, la potencia instantánea absorbida (utilizando el convenio receptor de potencia) es:

$$p(t) = u(t)i(t) = UIcos(\varphi) - UIcos(2wt - \varphi)) \tag{2.14}$$

Esta función es periódica, de periodo T/2 (siendo T el de la tensión) puesto que la frecuencia es el doble de la de tensión o corriente. En la forma de onda se observa que existen instantes de tiempo donde p(t) es positiva (absorbe potencia) y otros en que p(t) es negativa (suministra potencia).

Se denomina potencia media o potencia activa al valor medio de la potencia instantánea:

$$P = UIcos(\varphi) \tag{2.15}$$

Si el dipolo de la figura 2.5 es receptor, la potencia absorbida tendrá un valor medio no nulo mayor que cero, de forma que la potencia instantánea será la suma de una potencia media más un término de potencia fluctuante:

$$\begin{aligned} P &= UIcos\varphi \\ P_{fluc} &= -UIcos(2wt - \varphi) = -UIcos(\varphi)cos(2wt) + UIsen(\varphi)sen(2wt) \end{aligned} \tag{2.16}$$

El término $UIcos\varphi = P$, se denomina potencia activa, que es la potencia media. Por analogía al término $UIsen\varphi = Q$ se le denomina potencia reactiva.

De acuerdo con estas expresiones, tendremos que la potencia instantánea es:

$$p(t) = P(1 - cos(2wt) + Qsen(2wt) \tag{2.17}$$

El primer término tiene un valor medio igual a P y su amplitud oscila entre 0 y 2P con una pulsación 2w. El segundo término, tiene un valor medio nulo y su amplitud oscila entre -Q y +Q con una pulsación 2w, y se denomina potencia reactiva instantánea y su amplitud Q es la potencia reactiva.

- **Resistencia:**

En el caso de una resistencia tendremos que la potencia media tiene por expresión

$$P_{resistencia} = UIcos(0^o) = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R} \tag{2.18}$$

La energía absorbida tiene por expresión

$$w(t) = \int_0^t p(t)dt = \int_0^t [UI - UIcos(2wt)]dt = UIt - \frac{UI}{2}sen(2wt)$$

donde se verifica que si el tiempo transcurrido t es mucho mayor que el periodo de la función tensión $T = (2\pi)/w$, la energía absorbida es aproximadamente la potencia activa por el tiempo transcurrido

$$w(t) \simeq RI^2t$$

La potencia reactiva es nula $Q_{resistencia} = UIsen(90^o) = 0$.

- **Inductancia o condensador.**

En el caso de una reactancia pura (inductancia o condensador) la potencia media es nula:

$P_{inductancia} = UIcos(90^o) = 0$ $\qquad P_{condensador} = UIcos(-90^o) = 0.$

La energía absorbida en el caso de ser un condensador tiene por expresión

$$w(t) = \frac{1}{2}Cu^2(t) = \frac{1}{2}C2U^2sen^2(wt + \varphi_u) = CU^2sen^2(wt + \varphi_u)$$

La energía absorbida en el caso de ser una inductancia tiene por expresión

$$w(t) = \frac{1}{2}Li^2(t) = \frac{1}{2}L2I^2sen^2(wt + \varphi_i) = LI^2sen^2(wt + \varphi_i)$$

La potencia reactiva será:

$$Q_{inductancia} = UIsen(90^o) = (wLI)I = wLI^2 \qquad (2.19)$$

$$Q_{condensador} = UIsen(-90^o) = (\frac{1}{wC}I)I = \frac{1}{wC}I^2 \qquad (2.20)$$

- **Dipolos en general.**

En el caso general, si consideramos un dipolo y utilizando el convenio receptor de referencia, al aplicar las fórmulas anteriores, la potencia activa P absorbida es positiva se dice que es un dipolo receptor (o carga). En cambio si resulta negativa se dice que es un dipolo generador. En el caso de ser un dipolo generador, sería conveniente utilizar el convenio suministrador para el dipolo.

Potencia compleja.

La potencia compleja es importante en el análisis de potencia porque contiene toda la información pertinente de la potencia absorbida o suministrada por un elemento.

Si consideramos un dipolo (figura 2.5) que utilizando el convenio receptor de referencia, soporta una tensión $\underline{U} = Ue^{j\varphi_u}$ y asbsorbe una corriente $\underline{I = Ie^{j\varphi_i}}$, se define la potencia compleja absorbida por el dipolo como:

tendremos que la potencia activa absorbida tiene por expresión:

$$\underline{S} = \underline{U}\,\underline{I}^* = UIe^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = UIe^{j\varphi} \qquad (2.21)$$

donde $\underline{I^*}$ expresa el conjugado de la corriente compleja $\underline{I}$.

Desarrollando la ecuación 2.21, tendremos:

$$\underline{S} = UIcos(\varphi) + jUIsen(\varphi) = P + jQ \qquad (2.22)$$

Es decir la parte real de la potencia compleja es la potencia activa, mientras que la parte imaginaria es la potencia reactiva.

En resumen el término $\underline{S} = \underline{U}\,\underline{I}^*$se denomina potencia compleja, de forma que:

- El módulo de $\underline{S}$ es la denomina potencia aparente $S = UI$. Se mide en VA.
- El coseno del ángulo de $\underline{S}$ se denomina factor de potencia $cos(arg(\underline{S})) = cos(\varphi_u - \varphi_i)$.
- La parte real de $\underline{S}$ es la potencia activa $Re[\underline{S}] = UIcos(\varphi_u - \varphi_i) = P$. Se mide en W.
- La parte imaginaria de $\underline{S}$ es la potencia reactiva $Im[\underline{S}] = UIsen(\varphi_u - \varphi_i) = Q$. Se mide en VAr.

Los fórmulas anteriores son válidas también considerando el convenio de referencia suministrador, y se calcularán entonces la potencia compleja, activa y reactiva suministradas, en vez de absorbidas.

Las fórmulas anteriores son expresiones generales para un dipolo cualquiera. En el caso particular de que la carga sea una impedancia $\underline{Z} = R + jX$, tendremos que:

1. Potencia activa: $P = UIcos(\varphi_u - \varphi_i) = RI^2$
2. Potencia reactiva: $Q = UIsen(\varphi_u - \varphi_i) = XI^2$

Teorema de Boucherot.

El principio de conservación de la energía se aplica a los circuitos en régimen permanente senoidal. Se cumple que:

$$\sum \underline{S}_{sum} = \sum \underline{S}_{abs} \qquad \left\{ \begin{array}{l} \sum P_{sum} = \sum P_{abs} \\ \sum Q_{sum} = \sum Q_{abs} \end{array} \right\}$$

Las potencias complejas suministradas (convenio activo de potencia) es igual a las potencias complejas absorbidas (convenio pasivo de potencia).

Potencia aparente y factor de potencia.

La potencia aparente es el producto de los valores eficaces de la tensión y de la corriente

$$S = UI$$

El término $cos(\varphi_u - \varphi_i)$ se denomina factor de potencia (f.d.p.) y es el coseno de la diferencia de fase entre la tensión y la corriente. También es el coseno del ángulo de la impedancia de carga:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I} e^{j(\varphi_u - \varphi_i)}$$

Si consideramos el convenio de referencia receptor, y el dipolo es verdaderamente receptor ($P_{absorbida} \geq O$), se definen los siguientes términos:

- El factor de potencia (f.d.p.) se dice que es inductivo cuando la tensión está en adelanto de fase respecto a la corriente (este es el caso de una impedancia inductiva).
- En cambio se dice que el factor de potencia (f.d.p.) es capacitivo cuando la corriente está en adelanto de fase respecto de la tensión (este es el caso de una impedancia capacitiva).

Si el dipolo fuese un generador, las definiciones son iguales, pero utilizando el convenio de referencia generador.

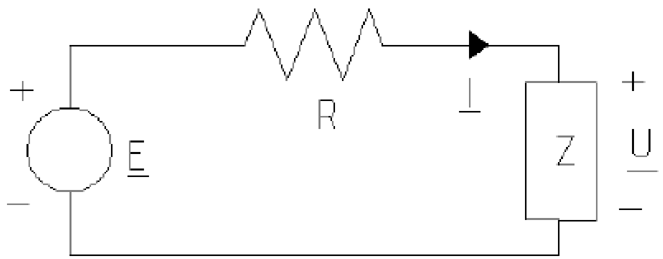

Figura 2.6: F.d.p. de una instalación

Corrección del factor de potencia.

La mayor parte de las cargas tanto domésticas como industriales son inductivas y operan con un factor de potencia bajo y atrasado. Aunque la naturaleza de la carga no puede cambiarse, es posible aumentar su factor de potencia. Las compañías eléctricas tienen a su cargo la explotación de las centrales que necesitan transportar grandes cantidades de energía de un punto a otro. La eficacia de este transporte es una acción directa sobre el coste de la energía, que tendrá que pagar el cliente. La potencia activa representa la potencia que realmente consume el cliente, en cambio la potencia reactiva representa una oscilación de energía entre el generador y el receptor, siendo su función en suministrar energía a los campos magnéticos y eléctricos. Para una cierta potencia aparente del generador, la potencia activa que suministra depende del f.d.p. de la carga del cliente, pero además esta carga requiere de una potencia reactiva para su funcionamiento, lo cual precisa para su funcionamiento de una mayor corriente en la red, lo que provoca pérdidas en las líneas ($R_{linea}I^2$), significando una pérdida de rendimiento en la instalación.

Si consideramos el circuito de la figura 2.6, con $R = 0,2\,\Omega$ y tensión de alimentación de la carga U=220 V.

Si consideramos que la carga Z consume una potencia activa de 11.000 W con un f.d.p.=1, tendremos los siguientes valores:

- Corriente: $I = \frac{P}{Ucos(\varphi)} = \frac{1100}{200(1)} = 50\ A$
- Potencia reactiva carga: $Q = UI sen(\varphi) = 0\ VAr$
- Pérdida línea: $P_{linea} = RI^2 = 0,2(50)^2 = 500\ W$
- Potencia Activa suministrada generador: $P_{generador} = P + P_{linea} = 11000 + 500 = 11{,}500\ W$
- Tensión (f.e.m.) generador: $\underline{E} = \underline{U} + R\underline{I} = 220\angle 0 + 0,2(50\angle 0) = 230\angle 0\ V$
- Potencia aparente generador: $S_{generador} = EI = 230(50) = 11{,}500\ VA$

Si consideramos que la carga Z consume una potencia activa de 11.000 W con un f.d.p.=0,5 inductivo, tendremos los siguientes valores:

- Ángulo carga: $\varphi = arcos(0,5) = 60^o$
- Corriente: $I = \frac{P}{Ucos(\varphi)} = \frac{1100}{200(0,5)} = 100\ A$
- Potencia reactiva carga: $Q = UIsen(\varphi) = 19{,}052\ VAr$
- Pérdida línea: $P_{linea} = RI^2 = 0,2(100)^2 = 2{,}000\ W$
- Potencia Activa suministrada generador: $P_{generador} = P + P_{linea} = 11{,}000 + 2{,}000 = 13{,}000\ W$
- Tensión (f.e.m.) generador: $\underline{E} = \underline{U} + R\underline{I} = 220\angle 0 + 0,2(50\angle - 60^o) = 230,65\angle - 4,3^o\ V$
- Potencia aparente generador: $S_{generador} = EI = 230,65(100) = 23{,}065\ VA$

Se observa que cuanto mayor sea el f.d.p. de la carga (menor desfase entre la tensión y la corriente) se tiene:

- Menor corriente por la línea y pérdidas.
- Potencia reactiva menor.
- Menores tensiones en la generación.
- Menor potencia aparente en el generador.

Las compañías estimulan a trabajar con f.d.p. elevados, y para disuadirlos aplicar tarifas incrementadas para clientes con f.d.p. bajos.

Para evitar el pago de cantidades suplementarias en la factura eléctrica es conveniente trabajar con f.d.p. elevados. La mayor parte de la industria utiliza cargas con f.d.p. inductivos. Interesa que la red eléctrica vea la instalación con un f.d.p. más elevado, para lo cual se deben utilizar receptores que consumen potencia reactiva de diferente signos a las cargas que tenemos. Si la carga es inductiva, se utilizarán condensadores.

El proceso de aumentar el factor de potencia, sin alterar la tensión o la corriente para la carga original, se conoce como corrección del factor de potencia.

Tendremos un conjunto formado por la carga original y por una batería de condensadores conectados en paralelo (figura 2.7).

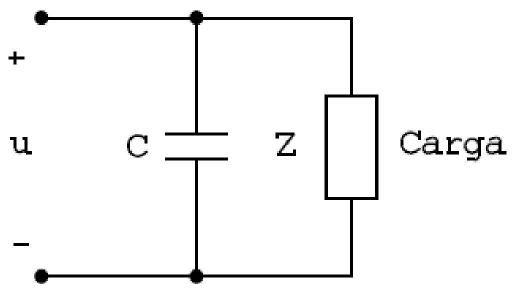

Figura 2.7: Compensación del factor de potencia

El objetivo es que la carga total tenga un f.d.p. ($cos\varphi_2$) mayor que el f.d.p. de la carga original $cos(\varphi_1)$. Aplicando Boucherot tendremos:

Carga original: $P_1 = S_1 cos(\varphi_1) Q_1 = S_1 sen(\varphi_1) = P_1 tan(\varphi_1)$

Carga total (carga+condensador): $P_2 = P_1 = S_2 cos(\varphi_2) Q_2 = S_2 sen(\varphi_2) = P_2 tan(\varphi_2) = P_1 tan(\varphi_2)$

Potencia reactiva absorbida por el condensador en paralelo:

$$Q_c = Q_2 - Q_1 = P_1 tan(\varphi_2) - P_1 tan(\varphi_1) = -|X_c| I_C^2 = -\frac{U^2}{|X_c|} = -wCU^2$$

Por lo tanto

$$C = \frac{P_1 tan(\varphi_1) - P_1 tan(\varphi_2)}{wU^2}$$

Se observa que la corriente total I_2 es menor que la corriente absorbida por la carga original I_1

$$\begin{aligned} S_2 &= \frac{P_2}{cos(\varphi_2)} = \frac{P_1}{cos(\varphi_2)} = UI_2 \\ S_1 &= \frac{P_1}{cos(\varphi_1)} = UI_1 > UI_2 \end{aligned}$$