La inductancia ideal.

Una inductancia es un elemento pasivo diseñado para almacenar energía por medio de su campo magnético. Todo conductor de corriente eléctrica tiene propiedades inductivas y es posible considerarlo como una inductancia. Sin embargo para incrementar el efecto inductivo, una inductancia suele formarse por una bobina cilíndrica con muchas vueltas de alambre conductor.

Considerando que el alambre conductor no ofrece resistencia eléctrica, si circula una corriente a través de la inductancia, se observa que la tensión en bornes es (figura 1.19):

$$u(t) = L\frac{di(t)}{dt} \tag{1.30}$$

teniendo en cuenta la convención de signo positiva y donde L es la inductancia propia, medida en Henrios (H). Si el valor de L es independiente de la corriente se dice que la inductancia es lineal.

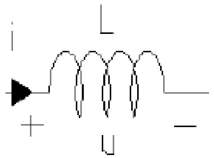


Figura 1.19: Inductancia

La d.d.p. en bornes de una inductancia es proporcional a la variación de corriente respecto del tiempo. Se puede comprobar que un aumento de magnitude de la corriente, corresponde a una tensión positiva y una reducción de la corriente corresponde a una tensión negativa. Se observa también según indica la ecuación 1.30 que si la corriente $i(t) = constante$, entonces la tensión es nula. De este modo, si una inductancia es alimentada en corriente continua (permanente) actúa como un cortocircuito.

La relación inversa, obtenida de la ecuación 1.30 es:

$$i(t) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} u(t)dt = i(t_o) + \frac{1}{L}\int_{t_o}^{t} u(t)dt \qquad (1.31)$$

siendo $i(t_o)$ la corriente inicial en el instante t_o. Esta ecuación muestra que la corriente depende de la historia pasada de la tensión.

Analizando la ecuación 1.31, se observa que la inductancia tiene un efecto de memoria, ya que la corriente en un tiempo t depente del valor pasado.

Otro aspecto a considerar y que se deduce de la ecuación 1.30, es que la corriente en una inductancia no puede variar bruscamente, ya que la tensión se haría infinita, lo que físicamente es imposible:

$$i(t_{o-}) = i(t_{o+}) \qquad (1.32)$$

La potencia absorbida por una inductancia es:

$$p(t) = u(t)i(t) = Li(t)\frac{di(t)}{dt} \qquad (1.33)$$

La energía absorbida[5] es:

$$w(t) = \int_{-\infty}^{t} p(t)dt = \frac{1}{2}Li^2(t) \qquad (1.34)$$

Esta energía es recuperable, puesto que una inductancia ideal no puede disipar energía, de forma que la energía absorbida es almacenada en el campo magnético que se crea.

Resumen de propiedades:

1. Una inductancia se comporta como un cortocircuito en los circuitos que existan solamente fuentes de corriente continua.
2. La corriente en una inductancia no puede variar bruscamente.
3. La inductancia ideal no disipa energía. Absorbe potencia cuando almacena energía en su campo magnético y devuelve la energía almacenada con anterioridad cuando suministra potencia al circuito.

[5] $i(t = -\infty) = 0$, inductancia descargada cuando sale de la fábrica

Asociaciones de inductancias.

Asociación serie de n inductancias (figura 19):

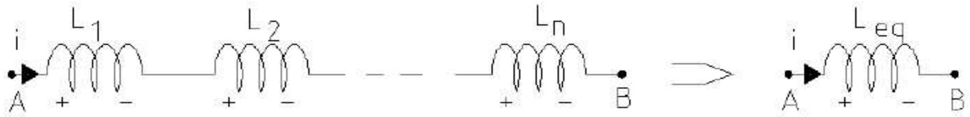


Figura 1.20: Inductancias en serie

Se obtiene una inductancia equivalente (L_{eq}), de valor:

$$L_{eq} = \sum_{i=1}^{n} L_i \qquad (1.35)$$

Asociación paralelo de n inductancias (figura 1.21):

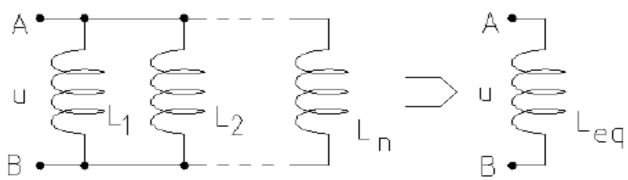


Figura 1.21: Inductancias en paralelo

Se obtiene una inductancia equivalente (L_{eq}), de valor:

$$\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{L_i} \qquad (1.36)$$

Inductancias acopladas magnéticamente.

Cuando dos inductancias se encuentran próximas entre sí, el flujo magnético causado por la corriente que circula por una de las inductancias se relaciona con la otra inductancia , induciendo así una tensión en ésta última. Este fenómeno se conoce como inductancia mutua.

Consideramos solamente un inductancia de N vueltas. Cuando fluye una corriente i(t) a través de ella se produce un flujo magnético $\phi(t)$ alrededor de ella. Según la ley de Faraday (inducción electromagnética) la tensión inducida en los extremos de la inductancia es

$$u(t) = N\frac{d\phi(t)}{dt} = N\frac{d\phi(t)}{di(t)}\frac{di(t)}{dt} = L\frac{di(t)}{dt} \tag{1.37}$$

donde la inductancia propia L se define como $L = N\frac{d\phi}{di}$ medida en H.

Ahora consideramos dos inductancias (N_1, N_2 vueltas) con valores L_1, L_2 que estén próximas entre sí. Si suponemos (figura 1.22) que por la segunda inductancia (L_2) no circula corriente, tendremos que el flujo ϕ_1 que emana de la primera inductancia tendrá dos componentes: un componente ϕ_{11} que se relaciona sólo con la primera inductancia y otro ϕ_{12} que se vincula con las dos inductancias de forma que el flujo total concatenado por la primera inductancia es $\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12}$.

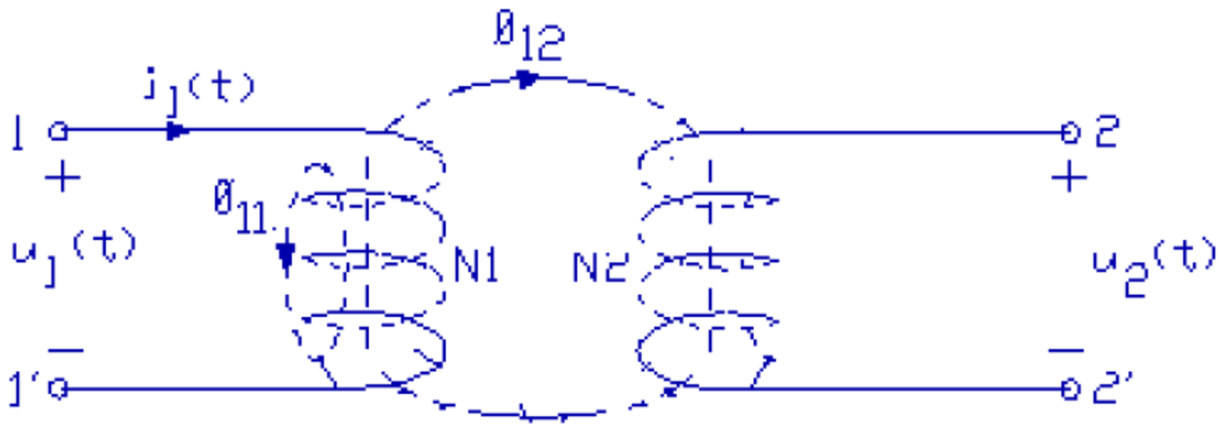


Figura 1.22: Inductancias acopladas (circula corriente solo por la primera)

La tensión inducida en la primera es:

$$u_1(t) = N_1 \frac{d\phi_1}{dt} = N_1 \frac{d\phi_1}{di_1} \frac{di_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} \tag{1.38}$$

La tensión inducida en la segunda (tensión a circuito abierto) es:

$$|u_2(t)| = N_2 \frac{d\phi_{12}}{dt} = N_2 \frac{d\phi_{12}}{di_1} \frac{di_1}{dt} = M_{12} \frac{di_1}{dt} \tag{1.39}$$

A M_{12} se le conoce como la inductancia mutua de la segunda inductancia con respecto a la primera.

Si suponemos (figura 1.23) que por la primera (L_1) no circula corriente, tendremos que el flujo ϕ_2 que emana de la segunda inductancia tendrá dos componentes: un componente ϕ_{22} que se relaciona sólo con la segunda inductancia y otro ϕ_{21} que se vincula con las dos inductancias de forma que el flujo total concatenado por la segunda inductancia es $\phi_2 = \phi_{22} + \phi_{21}$.

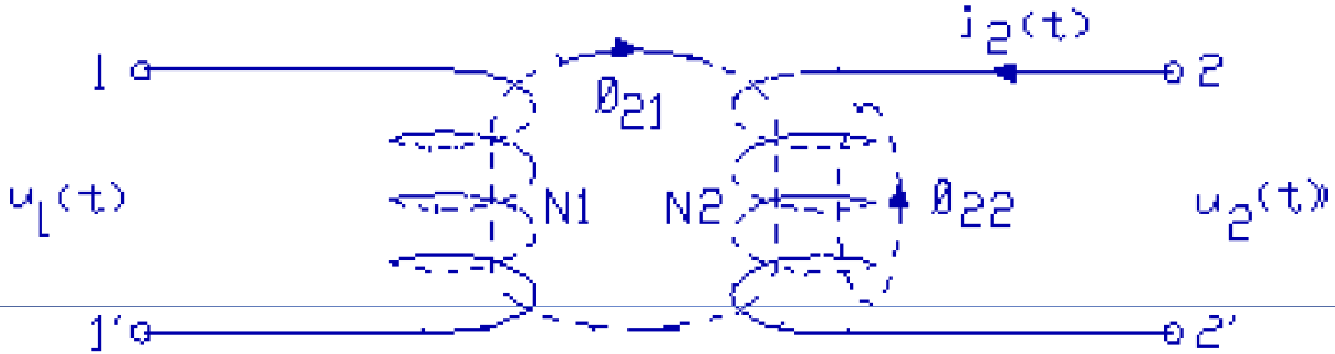


Figura 1.23: Inductancias acopladas (circula corriente solo por la segunda)

La tensión inducida en la primera (tensión a circuito abierto) es:

$$|u_1(t)| = N_1 \frac{d\phi_{21}}{dt} = N_1 \frac{d\phi_{21}}{di_2} \frac{di_2}{dt} = M_{21} \frac{di_2}{dt} \tag{1.40}$$

A M_{21} se le conoce como la inductancia mutua de la primera inductancia con respecto a la segunda.

La tensión inducida en la segunda es:

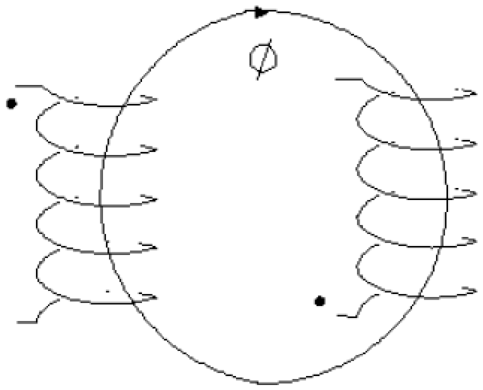
$$u_2(t) = N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = N_2 \frac{d\phi_2}{di_2} \frac{di_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} \tag{1.41}$$

Se verifica que $M_{12} = M_2 = M$, y se denomina inductancia mutua, y es la capacidad de una inductancia para inducir una tensión en una inductancia vecina, medida en henrios.

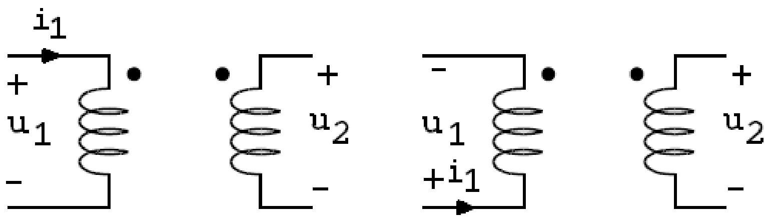
Si utilizamos el convenio de referencia visto en la inductancia, la tensión autoinducida $L_1(di_1/dt)$ está determinada por la corriente i_1 (lo mismo vale para $L_2(di_2/dt)$ e i_2).

En cambio la tensión inducida $M(di/dt)$ puede ser negativa o positiva puesto que depende de la orientación o forma particular en que ambas inductancias estén físicamente arrolladas. Se utiliza la regla del sacacorchos para determinar el signo.

Puesto que es inconveniente mostrar todos los detalles constructivos, aplicamos la "convención del punto", o "terminales correspondientes" en el análisis del circuito. Dos terminales son correspondientes (uno por cada inductancia), cuando al elegir un sentido de flujo común a las dos inductancias, para obtener este sentido de flujo (de acuerdo con la regla del sacacorchos), las corrientes en cada inductancia deben entrar por estos terminales, llamados correspondientes (figura 1.24).



Cuando se tienen localizados los terminales correspondientes, no hace falta dibujar las inductancias con los sentidos de los arrollamientos. Si una corriente entra por el terminal correspondiente en una inductancia, la polaridad de la tensión inducida en la segunda inductancia es positiva en el terminal correspondiente de la segunda inductancia. Alternativamente si una corriente sale por el terminal correspondiente en una inductancia, la polaridad de referencia de la tensión inducida en la segunda inductancia es negativa en el terminal correspondiente de la segunda inductancia (figura 1.25).



$$u_1=L_1\frac{di_1}{dt} \qquad u_1=L_1\frac{di_1}{dt}$$

$$u_2=M\frac{di_1}{dt} \qquad u_2=-M\frac{di_1}{dt}$$

Figura 1.25: Inductancias acopladas

Así la polaridad de la tensión inducida depende de la dirección de referencia de la corriente y de los puntos o terminales correspondientes en las inductancias acopladas.

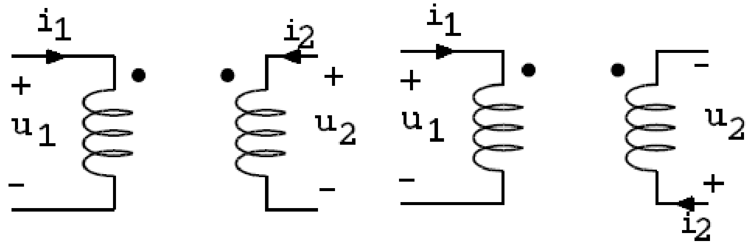


Figura 1.26: Inductancias acopladas (las dos entran); (una entra, otra sale)

Así tendremos que si las dos corrientes entran por los puntos (o salen) (figura 1.26):

$$\begin{aligned} u_1 &= L_1\tfrac{di_1}{dt} + M\tfrac{di_2}{dt} \\ u_2 &= M\tfrac{di}{dt} + L_2\tfrac{di_2}{dt} \end{aligned} \tag{1.42}$$

Así tendremos que si una de la corrientes entra por un punto y la otra sale:

$$\begin{aligned} u_1 &= L_1\tfrac{di_1}{dt} - M\tfrac{di_2}{dt} \\ u_2 &= -M\tfrac{di_1}{dt} + L_2\tfrac{di_2}{dt} \end{aligned} \tag{1.43}$$

Energía en un circuito con dos inductancias acopladas:

$$w(t) = \int_{-\infty}^{t} (u_1 i_1 + u_2 i_2)dt = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + M i_1 i_2 \tag{1.44}$$

Coeficiente de acoplamiento (k): es una medida del grado de acoplamiento magnético entre dos inductancias acopladas. Se definen los siguientes términos:

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{\phi_{12}}{\phi_1} = \frac{\phi_{12}}{\phi_{11} + \phi_{12}} \\ k_2 &= \frac{\phi_{21}}{\phi_2} = \frac{\phi_{21}}{\phi_{22} + \phi_{21}} \\ k &= \sqrt{k_1 k_2} \end{aligned} \tag{1.45}$$

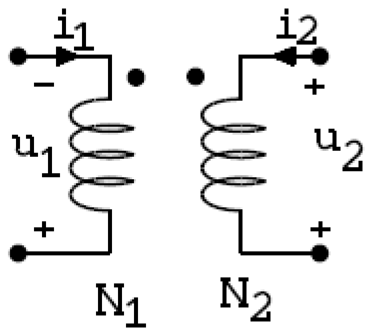
Se deduce que $M = k\sqrt{L_1 L_2}$

El transformador ideal.

Un transformador ideal es una unidad acoplada sin pérdidas en el que las inductancias primaria y secundaria tienen autoinducciones propias infinitas.

Tiene las siguientes propiedades:

1. Las inductancias propias y mutua tienen valores muy grandes (∞).
2. El coeficiente de acoplamiento es la unidad k=1.
3. No hay pérdidas.



Como el flujo concatenado por los dos arrollamientos es el mismo (coeficiente de acoplamiento la unidad k=1). Se cumple por lo tanto (figura 1.27) :

$$u_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \qquad u_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt} \tag{1.46}$$

Tendremos que

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2} = r_t \tag{1.47}$$

denominada relación de transformación, r_t.

Como no hay pérdidas, tendremos que

$$u_1 i_1 + u_2 i_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{i_2}{i_1} = -\frac{N_1}{N_2} = -r_t \tag{1.48}$$

De acuerdo con todo lo anterior, un transformador reductor ($N_2 < N_1$) es aquel cuya tensión secundaria es menor que la primaria (el valor de la corriente primaria es menor que el de la corriente secundaria). En un transformador elevador ($N_2 > N_1$)ocurre que la tensión secundaria es mayor que la primaria (el valor de la corriente primaria es mayor que el de la corriente secundaria).

Inductancia real.

El valor de la inductancia depende de sus dimensiones y construcción física. Por ejemplo para un solenoide tendremos que $L = \frac{N^2 \mu A}{l}$ donde N es el número de vueltas, μ la permeabilidad del núcleo, A el área de la sección transversal y l la longitud. Las inductancias comerciales se consiguen de diferentes valores y tipos. El valor de la inductancia varía desde unos cuantos microhenrios, hasta decenas de henrios. Las inductancias pueden ser fijas o variables y su núcleo quizás esté constituido de hierro, acero, plástico o aire.

Una inductancia no ideal tiene un componente resistivo importante, debido a que está formada por una material conductor, el cual tiene cierta resistencia. Esta resistencia se denomina resistencia de devanado y aparece en serie con la inductancia ideal. La presencia de esta resistencia hace que se convierta en un dispositivo tanto de almacenamiento de energía como de disipación de potencia. Puesto que esta resistencia de devanado suele ser muy pequeña, se ignora en muchos casos. La inductancia cuenta también con una capacidad de devanado debido al acoplamiento capacitivo entre las bobinas conductoras; es muy pequeña y es posible ignorarla en la mayoría de los casos.