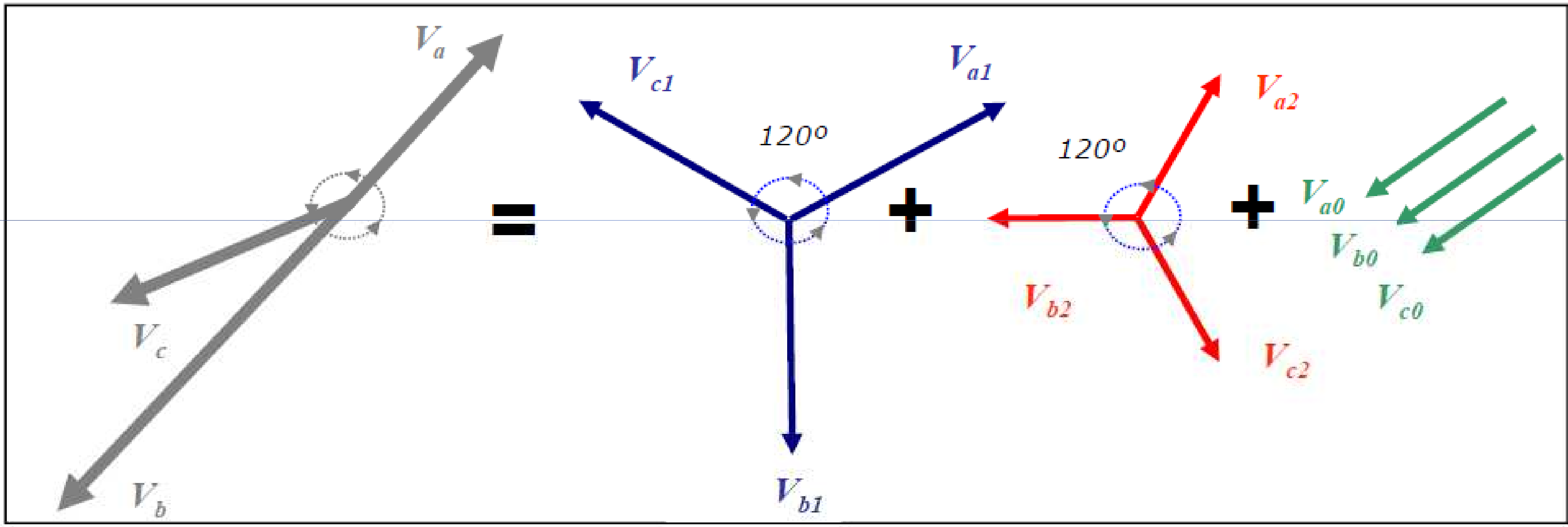
I. COMPONENTES SIMÉTRICAS

FUNDAMENTOS

Teorema de FORTESCUE

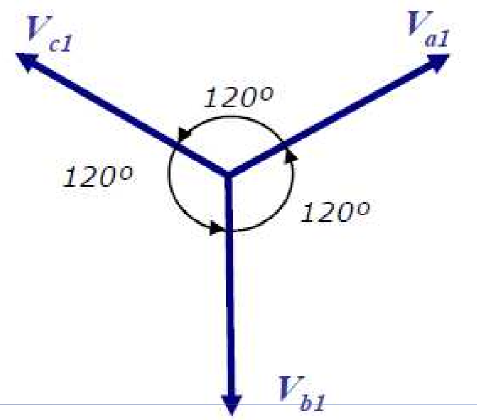
El teorema de **FORTESCUE** demuestra que un conjunto de fasores representativo de un sistema polifásico que trabaja en condiciones de asimetría, puede descomponerse en la suma de conjuntos de fasores simétricos.



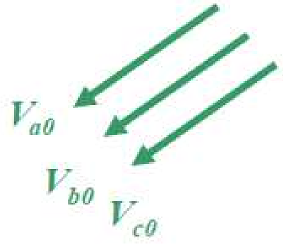
Aplicado a sistemas **TRIFÁSICOS DESEQUIIBRADOS,** establece que un sistema de 3 fasores desequilibrados puede descomponerse en suma de 3 sistemas EQUILIBRADOS

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0}$$
$$V_b = V_{b1} + V_{b2} + V_{b0}$$
$$V_c = V_{c1} + V_{c2} + V_{c0}$$

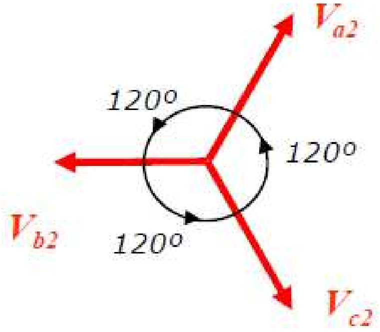
Sistemas EQUILIBRADOS de diferente secuencia



1. Un sistema de secuencia **DIRECTA** (POSITIVA), formado por 3 fasores de igual módulo, con **120º de diferencia** de fases y con **la misma secuencia** que el sistema original

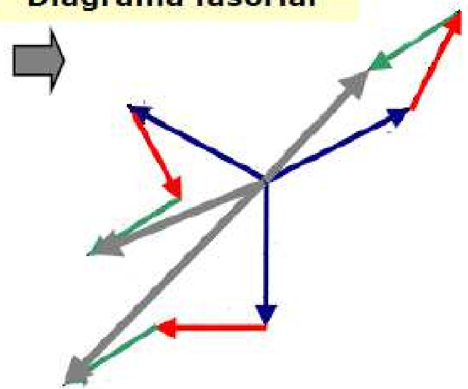


3. Un sistema de secuencia **HOMOPOLAR** (CERO), formado por **3 fasores en fase**, de igual modulo



2. Un sistema de secuencia **INVERSA** (NEGATIVA), formado por 3 fasores de igual módulo, con **120º de diferencia de fases**, pero de **secuencia inversa** a la del sistema original

Diagrama fasorial

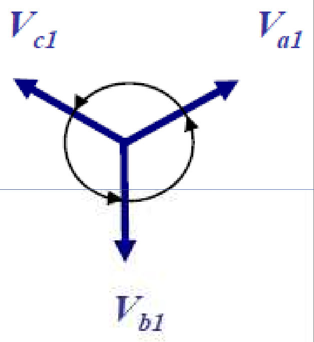


CÁLCULO DE CORTOCIRCUITOS ASIMÉTRICOS EN REDES ELÉCTRICAS

EL OPERADOR "a"

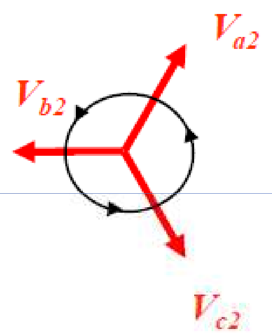
$$a = 1\angle 120^{\circ} = -0{,}5 - j0{,}866$$

SECUENCIA **DIRECTA**



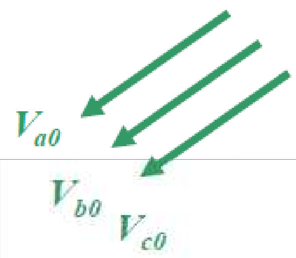
$$V_{b1} = a^2 \cdot V_{a1}$$
$$V_{c1} = a \cdot V_{a1}$$

SECUENCIA **INVERSA**



$$V_{b2} = a \cdot V_{a2}$$
$$V_{c2} = a^2 \cdot V_{a2}$$

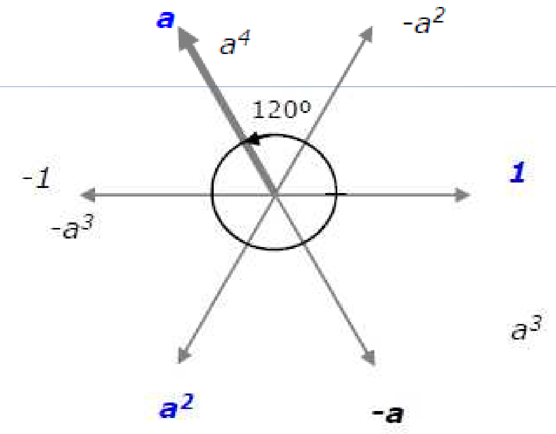
SECUENCIA **HOMOPOLAR**



$$V_{b0} = V_{a0}$$
$$V_{c0} = V_{a0}$$

Relaciones importantes:

$$a^4 = a \qquad 1 + a + a^2 = 0$$



Para los cálculos posteriores, es cómodo disponer de un operador que represente **un desplazamiento de fase de 120º:** el operador **"a"**

APLICACIÓN A TENSIONES Y CORRIENTES

Sistema desequilibrado de TENSIONES

Se trata de descomponer un sistema de fasores desequilibrado en sus **componentes simétricas**

$$V_a = V_{a0} + V_{a1} + V_{a2}$$
$$V_b = V_{b0} + V_{b1} + V_{b2}$$
$$V_c = V_{c0} + V_{c1} + V_{c2}$$

Utilizando el **operador "a"** se verifica:

(Directa)	(Inversa)	(Homopolar)
$V_{b1} = a^2 \cdot V_{a1}$	$V_{b2} = a \cdot V_{a2}$	$V_{b0} = V_{a0}$
$V_{c1} = a \cdot V_{a1}$	$V_{c2} = a^2 \cdot V_{a2}$	$V_{c0} = V_{a0}$

Por lo tanto:

$$V_a = V_{a0} + V_{a1} + V_{a2}$$
$$V_b = V_{a0} + a^2 \cdot V_{a1} + a \cdot V_{a2}$$
$$V_c = V_{a0} + a \cdot V_{a1} + a^2 \cdot V_{a2}$$

Expresado matricialmente,...

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = [A] \cdot \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix}$$

donde

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

Despejando:

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = [A]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad \text{donde} \quad [A]^{-1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}$$

En resumen:

$$V_{a0} = \frac{1}{3}\left(V_a + V_b + V_c\right)$$

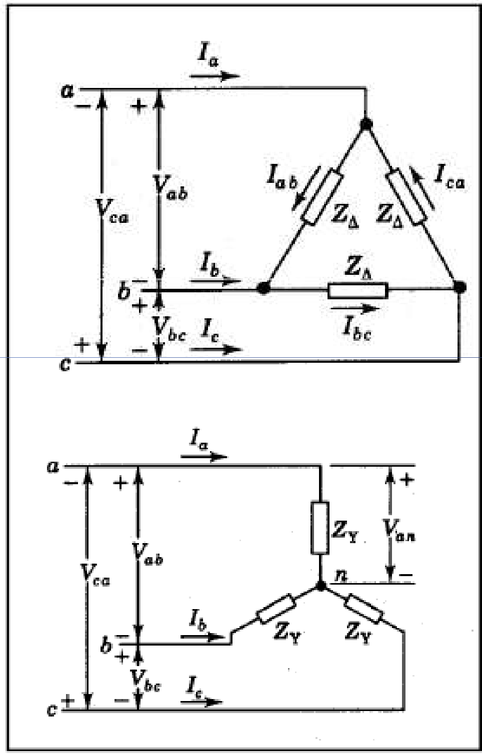
$$V_{a1} = \frac{1}{3}\left(V_a + a \cdot V_b + a^2 \cdot V_c\right)$$

$$V_{a2} = \frac{1}{3}\left(V_a + a^2 \cdot V_b + a \cdot V_c\right)$$

CONCLUSIÓN:

Si la suma de fasores desequilibrados es nula, NO HAY COMPONENTES DE SECUENCIA HOMOPOLAR

Como esto ocurre SIEMPRE con las tensiones LÍNEA-LÍNEA, cualquiera que sea el desequilibrio, **las componentes de secuencia homopolar no existen nunca en las tensiones compuestas**



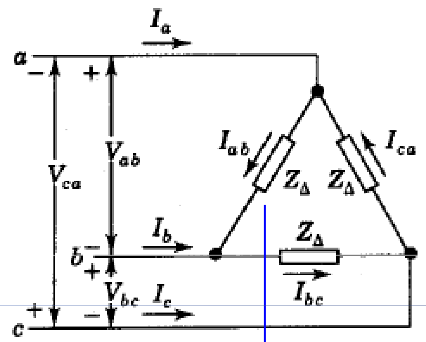
Sistema desequilibrado de CORRIENTES

Análogamente:

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} + I_{a0}$$
$$I_b = I_{b1} + I_{b2} + I_{b0}$$
$$I_c = I_{c1} + I_{c2} + I_{c0} \qquad \textbf{(...)}$$

Llegaríamos a:

$$I_{a0} = \frac{1}{3}\left(I_a + I_b + I_c\right)$$
$$I_{a1} = \frac{1}{3}\left(I_a + a \cdot I_b + a^2 \cdot I_c\right)$$
$$I_{a2} = \frac{1}{3}\left(I_a + a^2 \cdot I_b + a \cdot I_c\right)$$



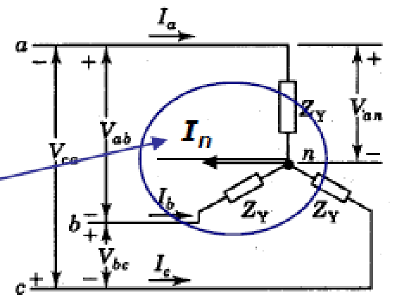
No puede haber corrientes homopolares

CONCLUSIÓN:

Si la suma de corrientes de línea es nula NO HAY COMPONENTES DE SECUENCIA HOMOPOLAR. En un sistema trifásico, la suma de corrientes de línea es igual a la corriente de neutro

$$I_a + I_b + I_c = I_n \qquad\qquad I_n = 3 \cdot I_{a0}$$

De otra manera, **sólo pueden existir corrientes de secuencia homopolar SI HAY RETORNO POR EL NEUTRO**

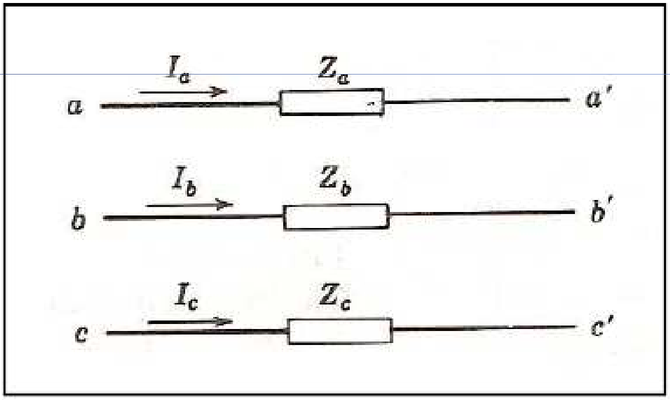


IMPEDANCIAS ASIMÉTRICAS

Sistemas equilibrados en impedancias

Los sistemas trifásicos que se van a estudian se suponen equilibrados en impedancias (las impedancias de las tres fases se consideran iguales)

Sin embargo, el desarrollo del siguiente estudio se hace considerando que las impedancias de un sistema trifásico genérico son distintas. Sólo al final se admite la igualdad del impedancias de fase para deducir ciertas conclusiones.



El objetivo es encontrar la relación entre las componentes simétricas de la corriente y las de la tensión

Caídas de tensión(*):

$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{bb'} \\ V_{cc'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

(*) Se supone que no hay acoplamiento inductivo entre las impedancias

Desarrollo matemático

Introduciendo las expresiones de las componentes simétricas:

$$[A]\cdot\begin{bmatrix}V_{aa'0}\\V_{aa'1}\\V_{aa'2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Z_a&0&0\\0&Z_b&0\\0&0&Z_c\end{bmatrix}\cdot[A]\cdot\begin{bmatrix}I_{a0}\\I_{a1}\\I_{a2}\end{bmatrix}$$

Premultiplicando por $[A]^{-1}$:

$$\begin{bmatrix}V_{aa'0}\\V_{aa'1}\\V_{aa'2}\end{bmatrix}=[A]^{-1}\cdot\begin{bmatrix}Z_a&0&0\\0&Z_b&0\\0&0&Z_c\end{bmatrix}\cdot[A]\cdot\begin{bmatrix}I_{a0}\\I_{a1}\\I_{a2}\end{bmatrix}$$

Sustituyendo:

$$\begin{bmatrix}V_{aa'0}\\V_{aa'1}\\V_{aa'2}\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&a&a^2\\1&a^2&a\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}Z_a&0&0\\0&Z_b&0\\0&0&Z_c\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&1&1\\1&a^2&a\\1&a&a^2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}I_{a0}\\I_{a01}\\I_{a2}\end{bmatrix}$$

Operando:

$$\begin{bmatrix}V_{aa'0}\\V_{aa'1}\\V_{aa'2}\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&a&a^2\\1&a^2&a\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}Z_a&0&0\\0&Z_b&0\\0&0&Z_c\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}I_{a0}+I_{a1}+I_{a2}\\I_{a0}+a^2\cdot I_{a1}+a\cdot I_{a2}\\I_{a0}+a\cdot I_{a1}+a^2\cdot I_{a2}\end{bmatrix}$$

Finalmente:

$$\begin{bmatrix}V_{aa'0}\\V_{aa'1}\\V_{aa'2}\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&a&a^2\\1&a^2&a\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}Z_a\cdot(I_{a0}+I_{a1}+I_{a2})\\Z_b\cdot(I_{a0}+a^2\cdot I_{a1}+a\cdot I_{a2})\\Z_c\cdot(I_{a0}+a\cdot I_{a1}+a^2\cdot I_{a2})\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}V_{aa'0}\\V_{aa'1}\\V_{aa'2}\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}Z_a\cdot(I_{a0}+I_{a1}+I_{a2})+Z_b\cdot(I_{a0}+a^2\cdot I_{a1}+a\cdot I_{a2})+Z_c\cdot(I_{a0}+a\cdot I_{a1}+a^2\cdot I_{a2})\\Z_a\cdot(I_{a0}+I_{a1}+I_{a2})+a\cdot Z_b\cdot(I_{a0}+a^2\cdot I_{a1}+a\cdot I_{a2})+a^2\cdot Z_c\cdot(I_{a0}+a\cdot I_{a1}+a^2\cdot I_{a2})\\Z_a\cdot(I_{a0}+I_{a1}+I_{a2})+a^2\cdot Z_b\cdot(I_{a0}+a^2\cdot I_{a1}+a\cdot I_{a2})+a\cdot Z_c\cdot(I_{a0}+a\cdot I_{a1}+a^2\cdot I_{a2})\end{bmatrix}$$

Es decir:

$$V_{aa'1} = \frac{1}{3} \cdot I_{a1} \cdot (Z_a + Z_b + Z_c) + \frac{1}{3} \cdot I_{a2} \cdot (Z_a + a^2 \cdot Z_b + a \cdot Z_c) + \frac{1}{3} \cdot I_{a0} \cdot (Z_a + a \cdot Z_b + a^2 \cdot Z_c)$$

$$V_{aa'2} = \frac{1}{3} \cdot I_{a1} \cdot (Z_a + a \cdot Z_b + a^2 \cdot Z_c) + \frac{1}{3} \cdot I_{a2} \cdot (Z_a + Z_b + Z_c) + \frac{1}{3} \cdot I_{a0} \cdot (Z_a + a^2 \cdot Z_b + a \cdot Z_c)$$

$$V_{aa'0} = \frac{1}{3} \cdot I_{a1} \cdot (Z_a + a^2 \cdot Z_b + a \cdot Z_c) + \frac{1}{3} \cdot I_{a2} \cdot (Z_a + a \cdot Z_b + a^2 \cdot Z_c) + \frac{1}{3} \cdot I_{a0} \cdot (Z_a + Z_b + Z_c)$$

Si las impedancias fuesen iguales: $(Z_a = Z_b = Z_c = Z)$

$$V_{aa'1} = I_{a1} \cdot Z$$
$$V_{aa'2} = I_{a2} \cdot Z$$
$$V_{aa'0} = I_{a0} \cdot Z$$

CONCLUSIÓN:

Cuando circulan corrientes no equilibradas por sistemas trifásicos de impedancias iguales (equilibrados en impedancias), **producen caídas de tensión de igual secuencia que las corrientes**. (si fuesen desiguales, las caídas de tensión de cada secuencia vendrían influidas por corrientes de otras secuencias)

En general, todos los elementos que componen un sistema de energía eléctrica se suponen equilibrados en impedancias (incluidas la líneas a pesar de los posibles acoplamientos, porque ya están considerados en el cálculo de la reactancia) El desequilibrio sólo se producirá cuando ocurra un fallo asimétrico

II. IMPEDANCIAS Y REDES DE SECUENCIA

Definiciones y consideraciones previas

1. Como se vio, la impedancia que presenta un circuito a las corrientes de distinta secuencia puede ser diferente.

2. La impedancia que presenta el circuito cuando sólo circulan por él corrientes de secuencia **DIRECTA** se llama **IMPEDANCIA DE SECUENCIA DIRECTA.** ⇒ (Z_1)

3. La impedancia que presenta el circuito cuando sólo circulan por él corrientes de secuencia directa **INVERSA** se llama **IMPEDANCIA DE SECUENCIA INVERSA.** ⇒ (Z_2)

4. La impedancia que presenta el circuito cuando sólo circulan por él corrientes de secuencia directa **HOMOPOLAR** se llama **IMPEDANCIA DE SECUENCIA HOMOPOLAR.** ⇒ (Z_0)

5. Como en un sistema equilibrado, las corrientes de cada secuencia originan caídas de tensión ÚNICAMENTE de su MISMA SECUENCIA, puede considerarse que circulan por una red independiente de otras secuencias. Esta red se llama **RED DE SECUENCIA** y se le añade la denominación de la secuencia a la que le corresponde. Tendremos redes de secuencia directa, inversa y homopolar, de generadores, transformadores y líneas.

6. Con excepción de las máquinas rotativas, todas las partes de la red son **estáticas** y **sin fuentes.**

7. Se supone que cada parte individual es **lineal** y **trifásica simétrica** cuando se conecta en las configuraciones **Y** o **Δ.**

8. Las impedancias a las corrientes de secuencia directa e inversa, Z_1 y Z_2, son iguales en cualquier circuito estático (y aproximadamente igual en máquinas síncronas bajo condiciones subtransitorias).

9. En cualquier parte de la red, la impedancia de secuencia homopolar, Z_0, es por lo general,diferente de Z_1 y Z_2.

10. Solamente los circuitos de secuencia directa de las máquinas síncronas contienen fuentes de secuencia positiva.

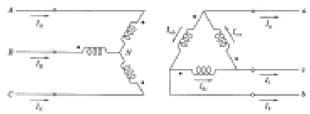
11. No fluyen corrientes de secuencia directa o inversa a tierra a través del punto neutro. Sólo lo pueden hacer las homopolares

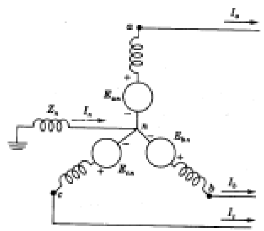
12. El neutro es la referencia de tensiones en los circuitos de secuencia directa e inversa. Estas tensiones son iguales a las tensiones a tierra, tanto si hay conexión física de impedancia nula como de cualquier otro valor entre el neutro y tierra.

13. Las impedancias Z_n de puesta a tierra no se incluyen en los circuitos de secuencia directa e inversa. Sí se tienen en cuenta en las redes de secuencia homopolar incluyendo una impedancia de valor $\mathbf{3Z_n}$

IMPEDANCIAS DE SECUENCIA

ELEMENTO	Z_1	Z_2	Z_0	JUSTIFICACIÓN
CARGA	$Z_{\Delta/Y}$	$Z_{\Delta/Y}$	$Z_{\Delta/Y}$	Si las cargas son equilibradas (Δ o Y), las impedancias son iguales
TRAFO	X_T	X_T	X_T	Aunque depende del tipo de transformador, en la práctica se consideran iguales
LÍNEA	X_L	X_L	$2\ X_L \div 3\ X_L$	El campo magnético entre los conductores de una línea trifásica es muy distinto si las corrientes están en fase a si forman 120 °. La reactancia de secuencia homopolar es del orden de 2 ó más veces la de secuencia directa o inversa, que son iguales
GENERADOR (MOTOR)	X_g'' X_m''	$\sim X_g''$ $\sim X_m''$	Muy pequeña	Las corrientes de secuencia inversa crean un campo magnético que gira en sentido contrario al rotor de la máquina (diseñada para corrientes de secuencia directa, para las que el flujo es estacionario respecto al rotor). La situación es similar a la rápida variación de flujo ocurrida en un cortocircuito (de corrientes equilibradas de secuencia directa). Por esta razón, la reactancia de secuencia inversa es del orden de la subtransitoria. Cuando circulan corrientes homopolares (en fase) por devanados separados 120°, crean un flujo en el entrehierro que se anula en todos los puntos, lo que equivale a una reactacia cero. (Esto no es exactamente así por no ser perfectamente sinusoidal la distribución de la fmm alrededor de la armadura y por haber reactancias de dispersión). En la práctica la reactancia se considera muy pequeña, pero no nula.



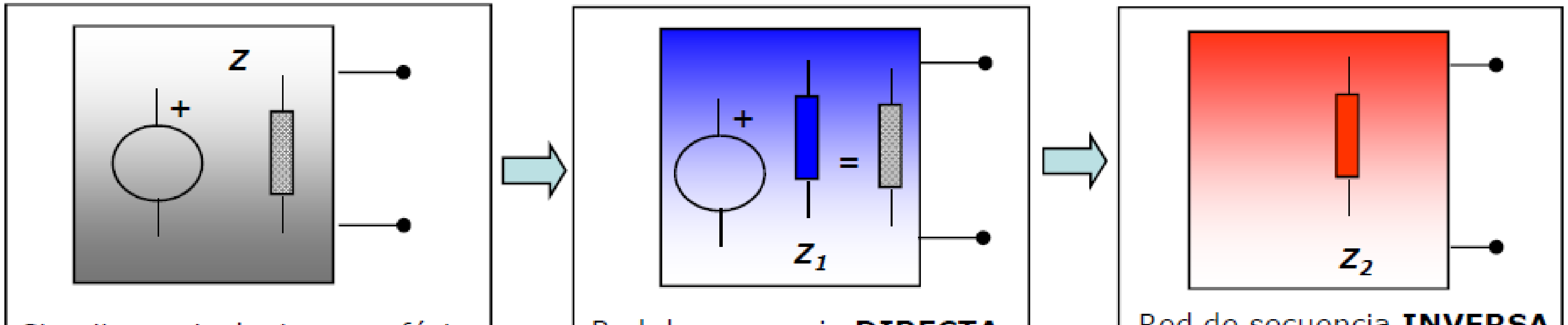


A efectos de cálculo de cortocircuitos, las impedancias de secuencia de los elementos de la red, se reducen a reactancias

REDES DE SECUENCIA

Redes de secuencia **DIRECTA e INVERSA**

- Los circuitos equivalentes monofásicos considerados hasta ahora para sistemas equilibrados son todos de secuencia directa y coinciden con las redes de secuencia directa en caso de desequilibrio
- La conversión a secuencia inversa se hace suprimiendo las f.e.m. y cambiando las impedancias de las máquinas giratorias.
- Las impedancias de puesta a tierra no forman parte de las redes de secuencia directa o inversa, ya que sus corrientes no circulan por tierra. Por tanto, la referencia de tensiones es el punto neutro. La barra de referencia representa el punto neutro.
- Como en los casos equilibrados, en las redes de secuencia directa o inversa pueden despreciarse las resistencias en serie y las capacidades en paralelo.



Circuito equivalente monofásico

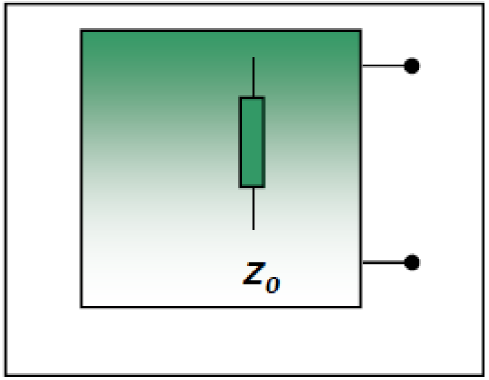
Red de secuencia **DIRECTA**

Red de secuencia **INVERSA**

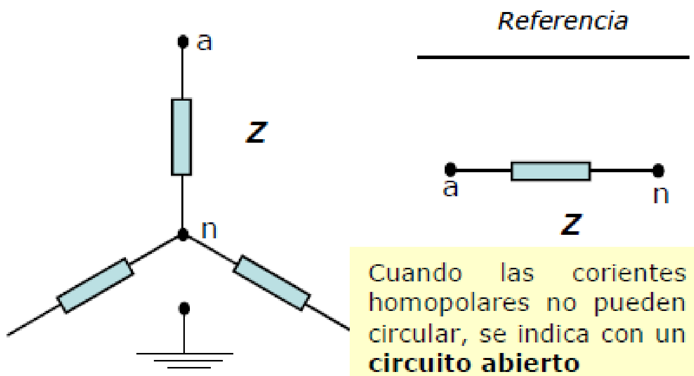
Redes de secuencia **HOMOPOLAR**

- Un circuito trifásico se comporta, en cuanto a redes de secuencia homopolar, como un monofásico, ya que las corrientes son idénticas y están en fase
- Como las corrientes homopolares pueden circular por tierra, la referencia de potencial tiene que ser un punto prefijado del sistema, ya que los diferentes puntos neutros no tienen porqué estar al mismo potencial y no sirven como referencia. La barra de referencia representa un conductor de impedancia nula a la tensión de tierra en el punto considerado.
- En la red de secuencia homopolar tiene que incluirse la impedancia de tierra y la de los conductores unidos a ella

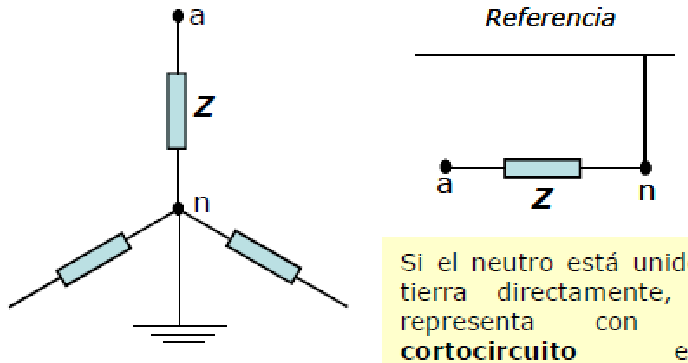
$$I_{a0} = I_{b0} = I_{c0} = \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c)$$



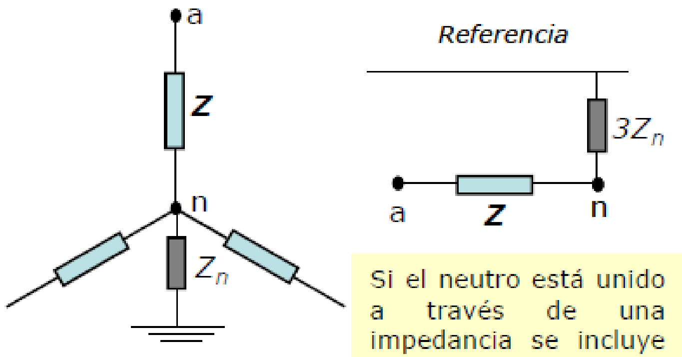
Representación de las redes de secuencia homopolar



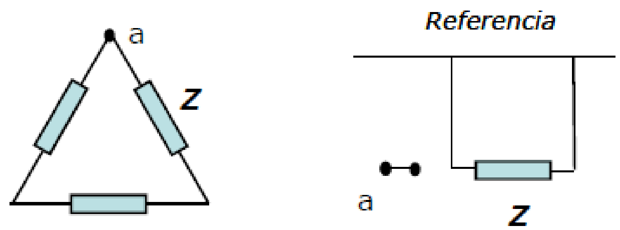
Cuando las corientes homopolares no pueden circular, se indica con un **circuito abierto**



Si el neutro está unido a tierra directamente, se representa con un **cortocircuito** ente ambos puntos



Si el neutro está unido a través de una impedancia se incluye una impedancia **TRES veces mayor (*)**

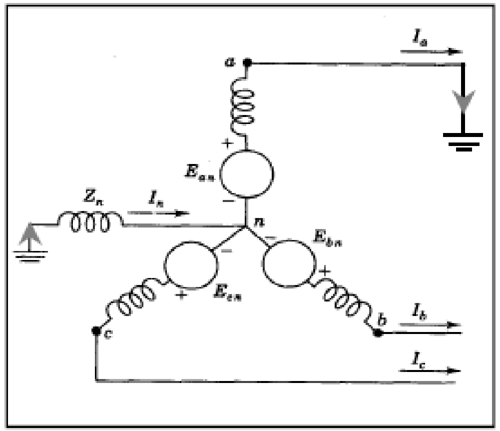


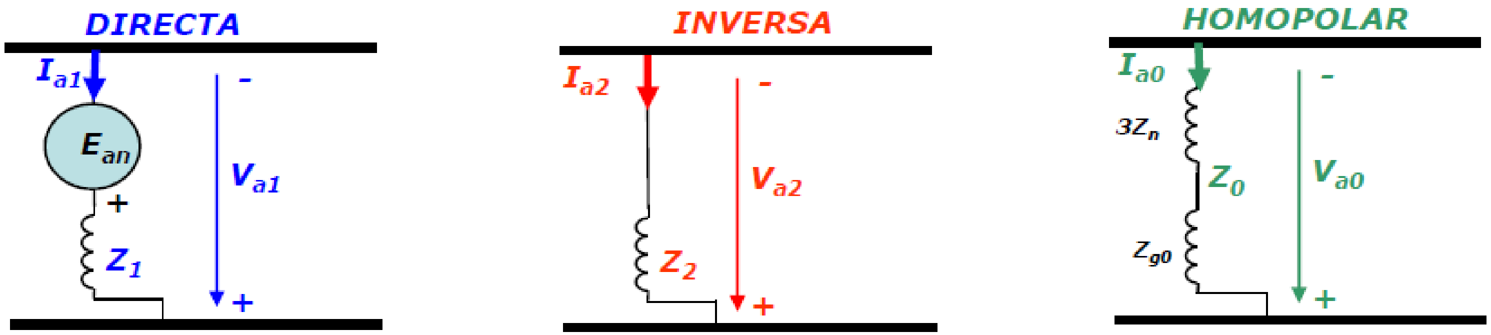
En un Δ, las corrientes homopolares **sólo pueden aparecer si se inducen desde un circuito exterior**, pero no tienen camino de retorno por tierra (no salen del Δ)

(*) Como se verá más adelante

Redes de secuencia de un GENERADOR

- El nudo de referencia para las redes de secuencia directa e inversa es el neutro del generador
- El nudo de referencia para la red de secuencia homopolar es la puesta a tierra del generador.
- Por la impedancia de puesta a tierra circula la suma de las tres corrientes homopolares $I_{a0}+I_{b0}+I_{c0}=3I_{a0}$ y la caída de tensión producida es $Z_n(3I_{a0})=(3Z_n)I_{a0}$
- Para representar esta caída de tensión en la red de secuencia, por la que circula sólo I_{a0} se multiplica por 3 el valor de la impedancia de puesta a tierra





$$V_{a1}=E_{an}-I_{a1}\cdot Z_1$$

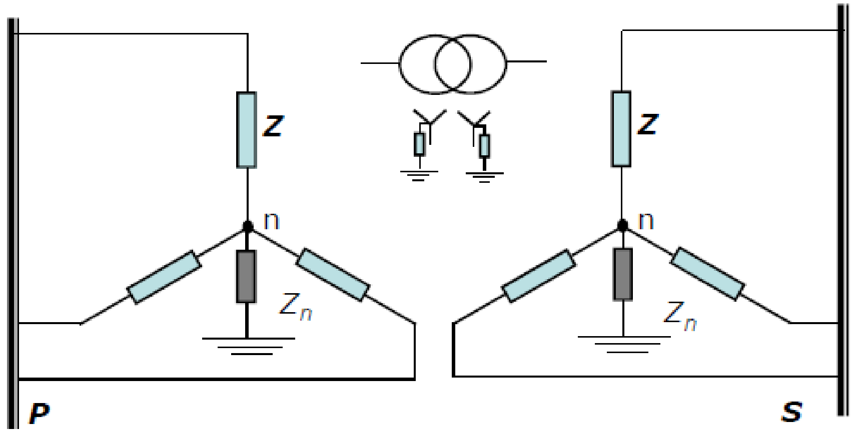
$$V_{a2}=-I_{a2}\cdot Z_2$$

$$V_{a0}=-I_{a0}\cdot Z_0=-I_{a0}\cdot\left(Z_{g0}+3\cdot Z_n\right)$$

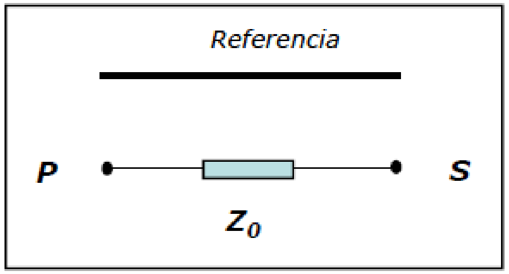
Redes de secuencia de un TRANSFORMADOR

- Las redes de secuencia DIRECTA e INVERSA son iguales al circuito equivalente monofásico del transformador, en el que se desprecia el circuito magnetizante.
- La red de secuencia HOMOPOLAR, dependerá del tipo de conexión del transformador
- Téngase presente que por el primario de un transformador no puede circular corriente si el secundario está abierto (salvo la corriente magnetizante que, como se dijo, se desprecia)

1 Transformador Y-Y con ambos neutros a tierra

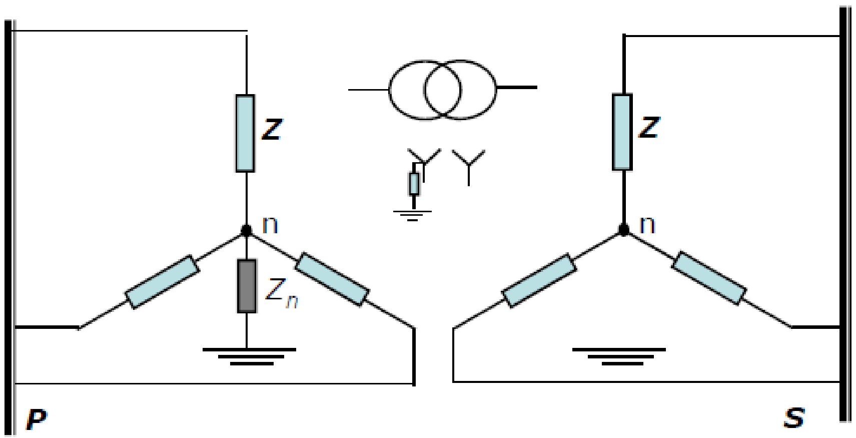


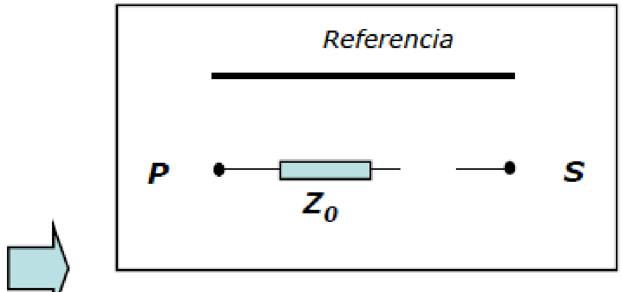
Red de secuencia homopolar



Es posible la circulación de corrientes homopolares por el primario y por el secundario

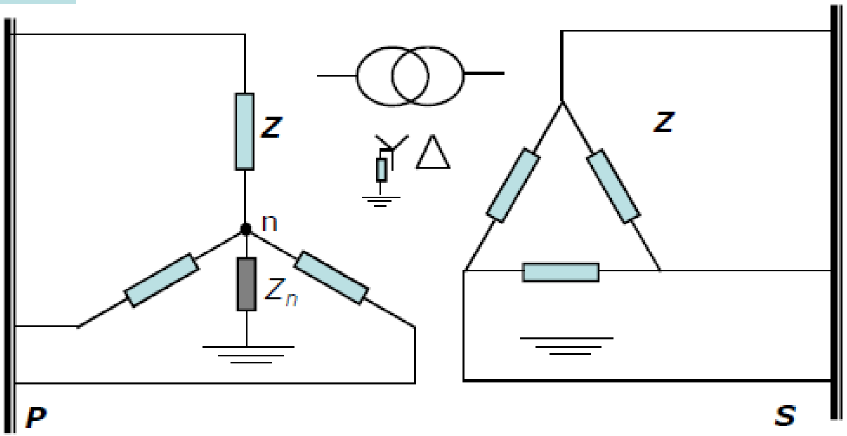
2 Transformador Y-Y con un neutro a tierra



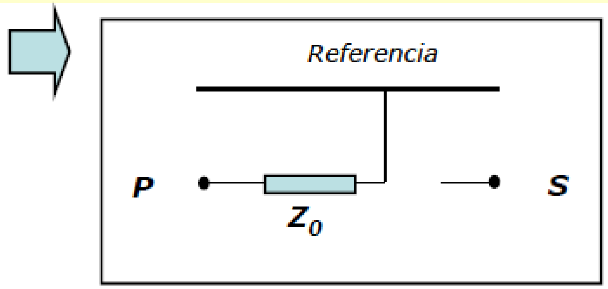


Al no tener camino de circulación en el secundario, las corrientes homopolares tampoco pueden circular por el primario

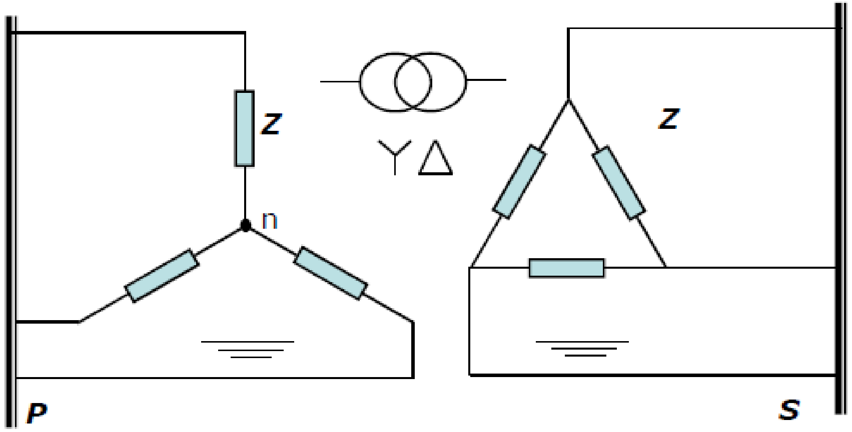
3 Transformador Y-Δ con neutro a tierra

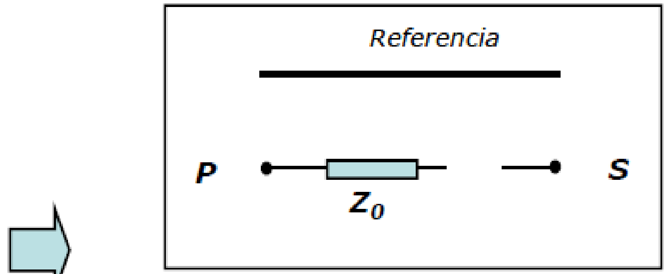


En el primario podrían circular corrientes de secuencia homopolar porque pueden inducirse en el devanado secundario. Sin embargo, por las líneas del secundario no pueden circular ya que no hay camino de retorno (no pueden salir del triángulo)



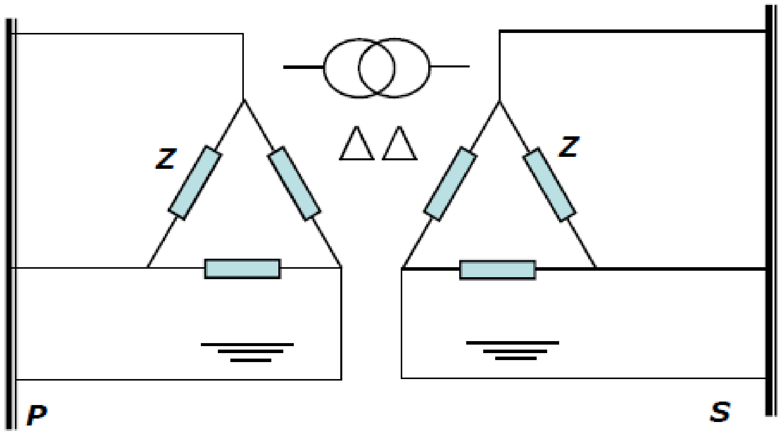
4 **Transformador Y-Δ sin neutro a tierra**

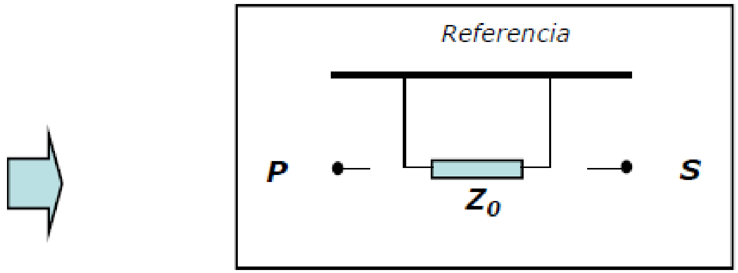




No puede circular corriente homopolar por el primario. Por tanto, tampoco por el secundario

5 **Transformador Δ-Δ**



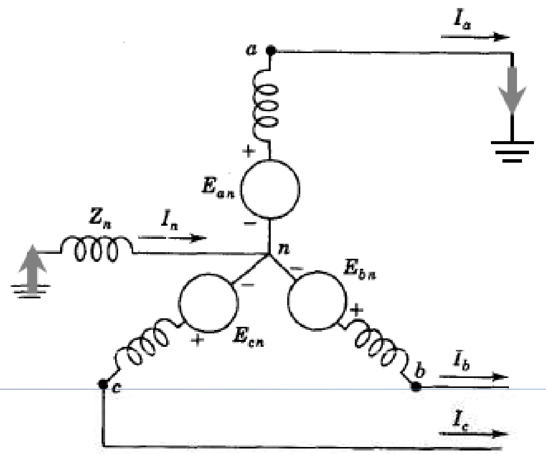


La corriente de secuencia homopolar solo podría circular por los devanados en triángulo, siempre que fuesen inducidas desde un circuito exterior, pero nunca podrían salir de ellos.

CÁLCULO DE CORTOCIRCUITOS ASIMÉTRICOS EN REDES ELÉCTRICAS

III. CORTOCIRCUITOS ASIMÉTRICOS EN UN GENERADOR EN VACÍO

FALLO L-T



Condiciones del fallo

$V_a = 0$

$I_b = 0$

$I_c = 0$

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_a \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

Tensiones:

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Z_0 \cdot I_{a0} \\ E_a - Z_1 \cdot I_{a1} \\ -Z_2 \cdot I_{a2} \end{bmatrix}$$

$$V_a = V_{a0} + V_{a1} + V_{a2} = 0$$

$$V_a = -Z_0 \cdot I_{a0} + E_a - Z_1 \cdot I_{a1} - Z_2 \cdot I_{a2} = 0$$

$$\boxed{I_{a1} = \frac{E_a}{Z_0 + Z_1 + Z_2}} \qquad (1)$$

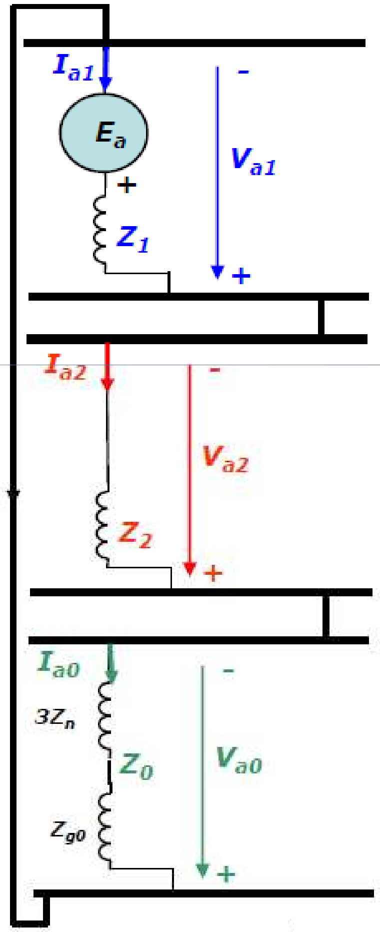
Corrientes:

$$\begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

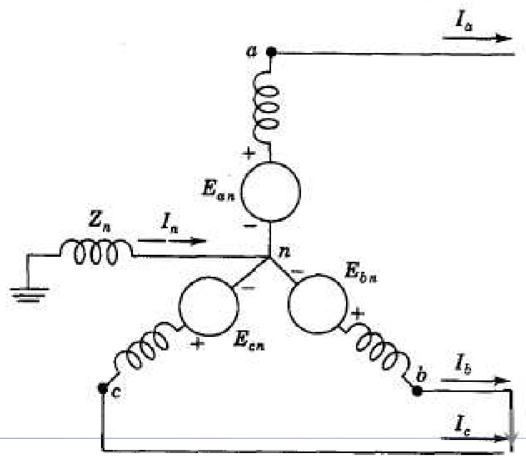
$$\boxed{I_{a0} = I_{a1} = I_{a2} = \frac{I_a}{3}} \qquad (2)$$

Redes de secuencia

EN SERIE



FALLO L-L



Tensiones:

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_b \end{bmatrix} \Rightarrow \boxed{V_{a1} = V_{a2}} \quad (1)$$

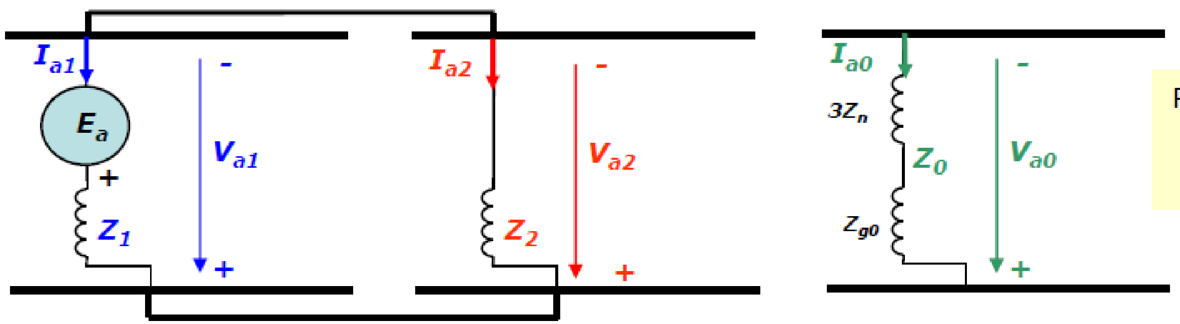
Corrientes:

$$\begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ I_b \\ -I_b \end{bmatrix} \Rightarrow \boxed{I_{a0} = 0} \quad (2)$$

$$\boxed{I_{a1} = -I_{a2}} \quad (3)$$

Condiciones del fallo:

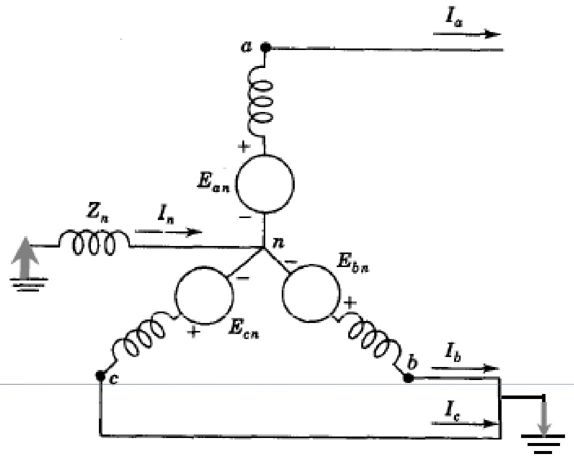
$$V_b = V_c$$
$$I_b = -I_c$$
$$I_a = 0$$



Redes de secuencia DIRECTA e INVERSA

EN PARALELO

FALLO 2L-T



Condiciones del fallo

$V_c = V_b = 0$

$I_b + I_c = I_n$

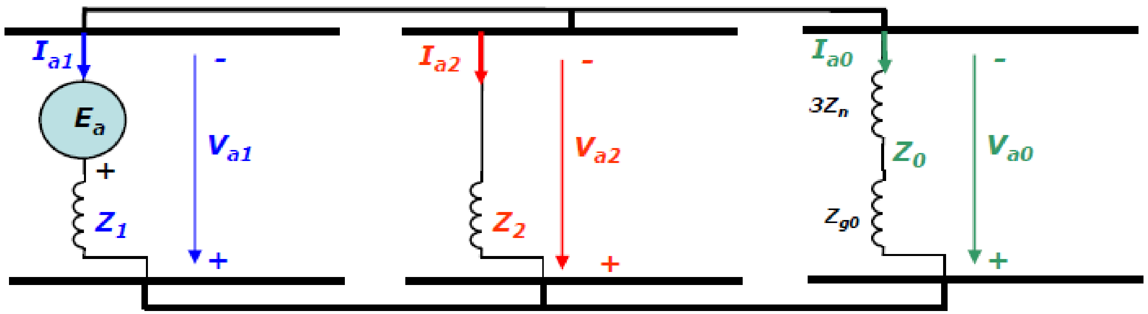
$I_a = 0$

Tensiones:

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \boxed{V_{a0} = V_{a1} = V_{a2} = \frac{V_a}{3}} \quad (1)$$

Corrientes:

$$\ldots \Rightarrow \boxed{I_{a1} = \frac{E_a}{Z_1 + \dfrac{Z_2 Z_0}{Z_2 + Z_0}}} \quad (2)$$



Redes de secuencia DIRECTA, INVERSA y HOMOPOLAR

EN PARALELO

FALLO 2L-T

Demostración de **(2)**...

De la ecuación del generador:

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_a \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

Sustituyendo y premultiplicando por $[Z]^{-1}$:

$$\begin{bmatrix} 1/Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/Z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_a - I_{a1}Z_1 \\ E_a - I_{a1}Z_1 \\ E_a - I_{a1}Z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/Z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ E_a \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

Premultiplicando por [1 1 1]:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/Z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_a - I_{a1}Z_1 \\ E_a - I_{a1}Z_1 \\ E_a - I_{a1}Z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/Z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ E_a \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

Desarrollando:

$$\begin{bmatrix} 1/Z_0 & 1/Z_1 & 1/Z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_a - I_{a1}Z_1 \\ E_a - I_{a1}Z_1 \\ E_a - I_{a1}Z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/Z_0 & 1/Z_1 & 1/Z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ E_a \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

Multiplicando las matrices:

$$\frac{E_a}{Z_0} - I_{a1} \cdot \frac{Z_1}{Z_0} + \frac{E_a}{Z_1} - I_{a1} + \frac{E_a}{Z_2} - I_{a1} \cdot \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{E_a}{Z_1} - \left(I_{ao} + I_{a1} + I_{a2}\right)$$

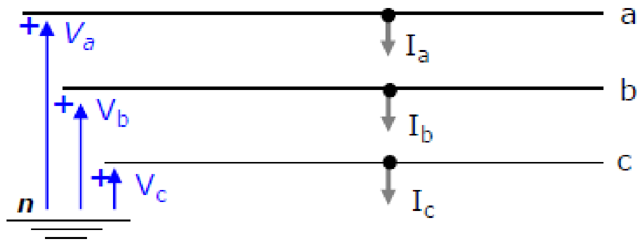
Como: $I_a = I_{ao} + I_{a1} + I_{a2} = 0$ $\Rightarrow$ $I_{a1}\left(1 + \frac{Z_1}{Z_0} + \frac{Z_1}{Z_2}\right) = E_a \cdot \frac{Z_2 + Z_0}{Z_2 \cdot Z_0}$ $\Rightarrow$ $I_{a1} = \frac{E_a\left(Z_2 + Z_0\right)}{Z_0 \cdot Z_2 + Z_0 \cdot Z_1 + Z_1 \cdot Z_2}$ $\Rightarrow$ $\boxed{I_{a1} = \frac{E_a}{Z_1 + \frac{Z_2 Z_0}{Z_2 + Z_0}}}$

IV. CORTOCIRCUITOS EN SISTEMAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA

Procedimiento de estudio

Los cortocircuitos asimétricos en cualquier punto de un sistema de una red eléctrica pueden ser estudiados de forma parecida a los de un generador en vacío

Designaremos I_a, I_b e I_c a las corrientes que **salen HACIA EL FALLO** de las fases a,b y c, respectivamente y V_a, V_b y V_c a las tensiones **LÍNEA-TIERRA en fallo**



Como el sistema se supone equilibrado antes del fallo, la tensión de la fase a referida al neutro, será de secuencia directa, y de valor $\mathbf{V_f}$

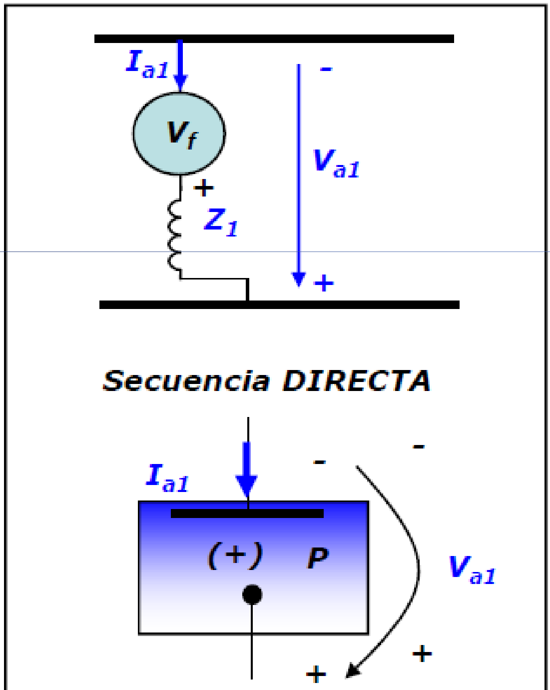
Del diagrama de reactancias de la red, obtenemos las redes de secuencia DIRECTA, INVERSA y HOMOPOLAR y de cada uno de estos circuitos el circuito equivalente de THEVENIN en el punto del fallo.

Los circuitos equivalentes de Thevenin de las redes de secuencia (en el punto del fallo) son idénticos a las redes de secuencia de un generador en vacío, luego podemos emplear las mismas ecuaciones, sustituyendo el valor de la fem $\mathbf{E_a}$ del generador por la tensión previa al fallo V_f y calculando $\mathbf{Z_0}$, $\mathbf{Z_1}$ y $\mathbf{Z_2}$ por el teorema de Thevenin, para cada caso y cada circuito.

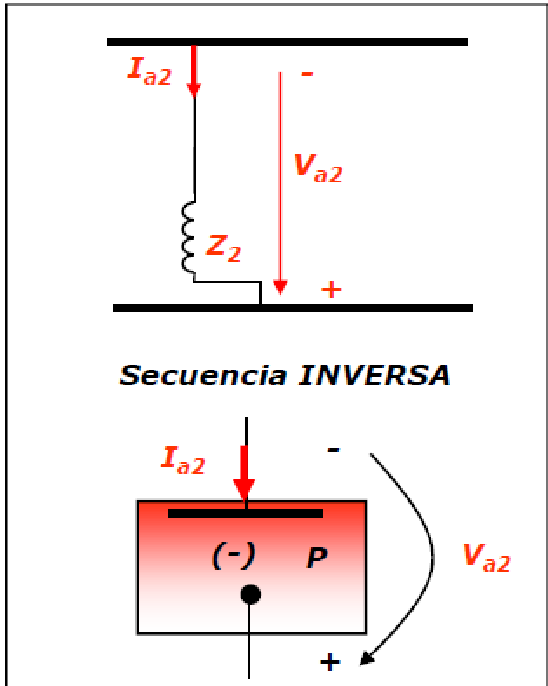
$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_f \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

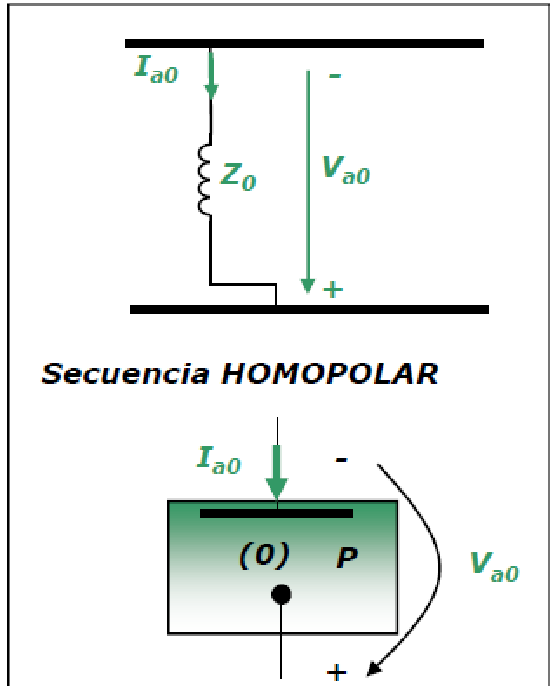
CIRCUITOS EQUIVALENTES

Circuitos equivalentes de Thevenin en el punto "P" de las redes de secuencia de la red



Z_1 depende de las reactancias usadas (subtransitorias, transitorias)

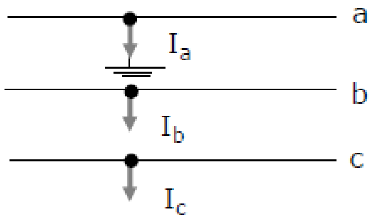




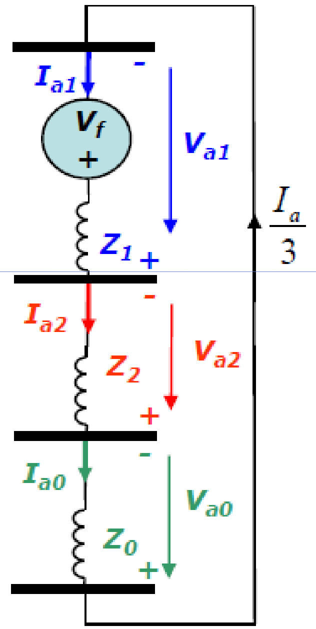
CÁLCULO DE CORTOCIRCUITOS ASIMÉTRICOS EN REDES ELÉCTRICAS

FALLO L-T

Condiciones del fallo:



$$V_a = 0$$
$$I_b = 0$$
$$I_c = 0$$

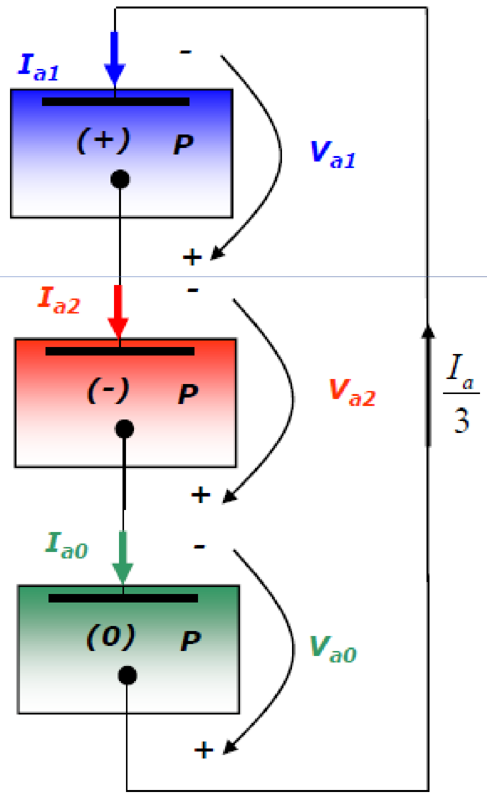


Por analogía:

$$\boxed{I_{a0} = I_{a1} = I_{a2} = \frac{I_a}{3}}$$

$$\boxed{I_{a1} = \frac{V_f}{Z_0 + Z_1 + Z_2}}$$

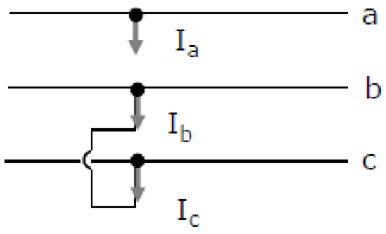
Las tres circuitos equivalentes se disponen en serie



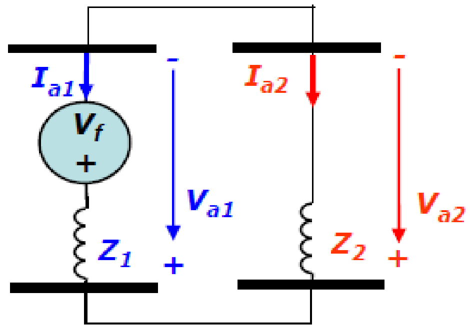
CÁLCULO DE CORTOCIRCUITOS ASIMÉTRICOS EN REDES ELÉCTRICAS

FALLO L-L

Condiciones del fallo:



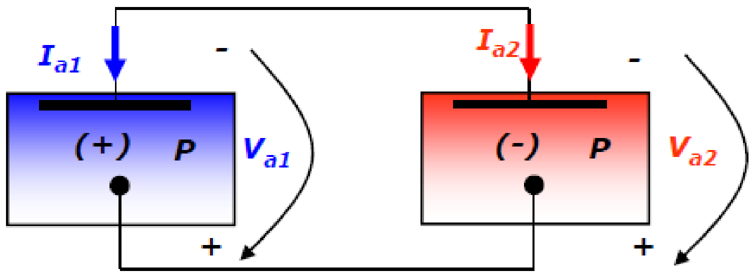
$$V_b = V_c$$
$$I_a = -I_b$$
$$I_a = 0$$



Por analogía:

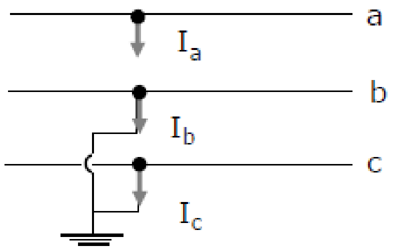
$\boxed{I_{a0} = 0}$ $\boxed{I_{a1} = -I_{a2}}$ $\boxed{V_{a1} = V_{a2}}$

Los circuitos de secuencia DIRECTA e INVERSA se conectan en paralelo. Al no existir corriente de secuencia homopolar no se considera el circuito de secuencia homopolar

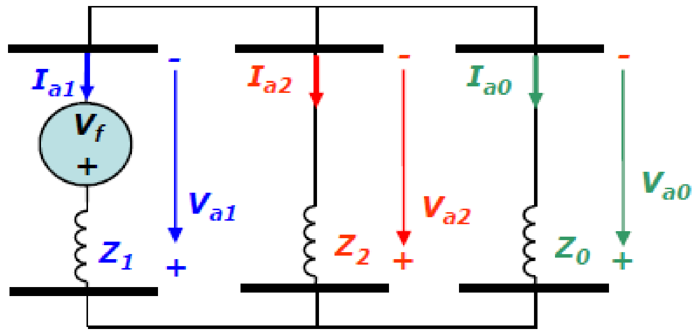


FALLO 2L-T

Condiciones del fallo:



$$V_a = V_b = 0$$
$$I_a + I_b = I_n$$
$$I_c = 0$$

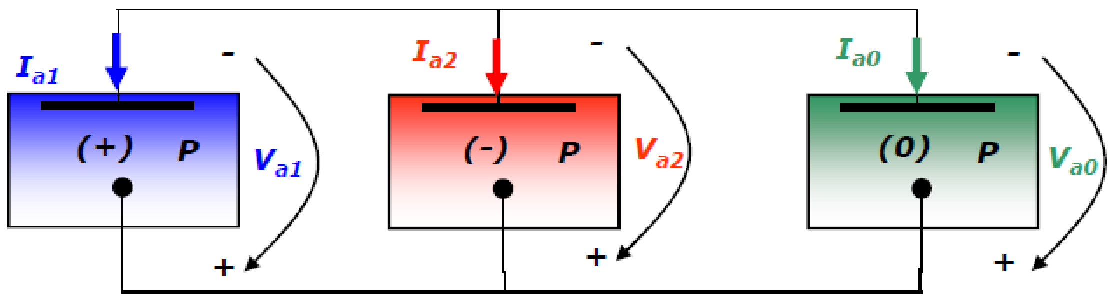


Por analogía:

$$V_{a0} = V_{a1} = V_{a2} = \frac{V_a}{3}$$

$$I_{a1} = \frac{V_f}{Z_1 + \frac{Z_2 Z_0}{Z_2 + Z_0}}$$

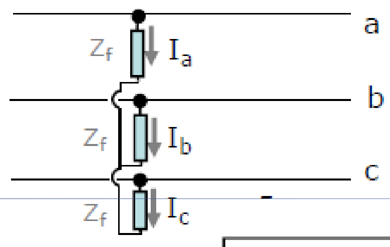
Los tres circuitos equivalentes se disponen en paralelo



La mayor parte de los fallos ocurren a través de elementos que tienen cierta impedancia Z_f. El efecto de la impedancia de fallo se tiene en cuenta en los circuitos equivalentes

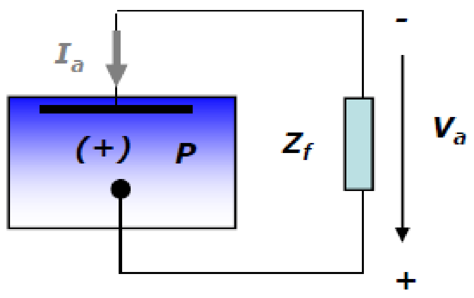
FALLOS A TRAVÉS DE IMPEDANCIAS

FALLO SIMÉTRICO

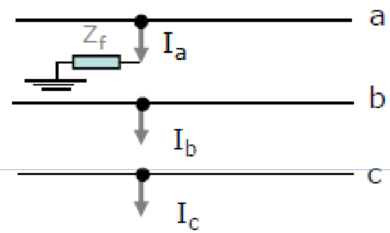


$$I_a = \frac{V_f}{Z_1 + Z_f}$$

$$V_a = I_a \cdot Z_f = V_f - I_a \cdot Z_f$$

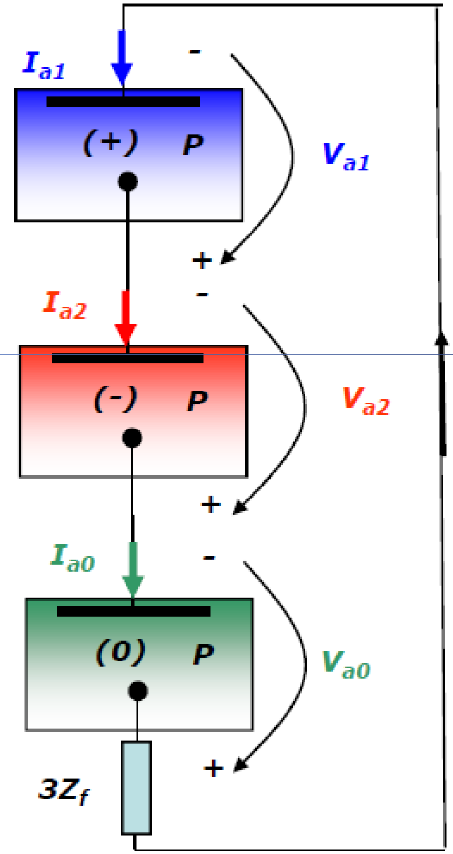


FALLO L-T

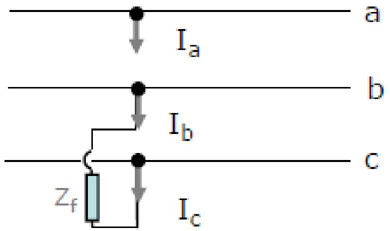


$$I_{a0} = I_{a1} = I_{a2}$$

$$I_{a1} = \frac{V_f}{Z_1 + Z_2 + Z_0 + 3Z_f}$$

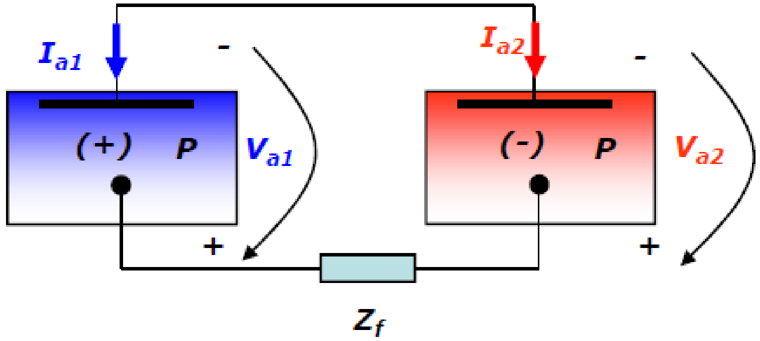


FALLO L-L

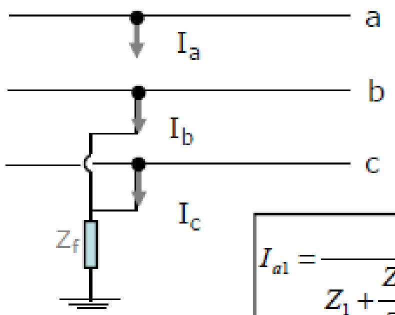


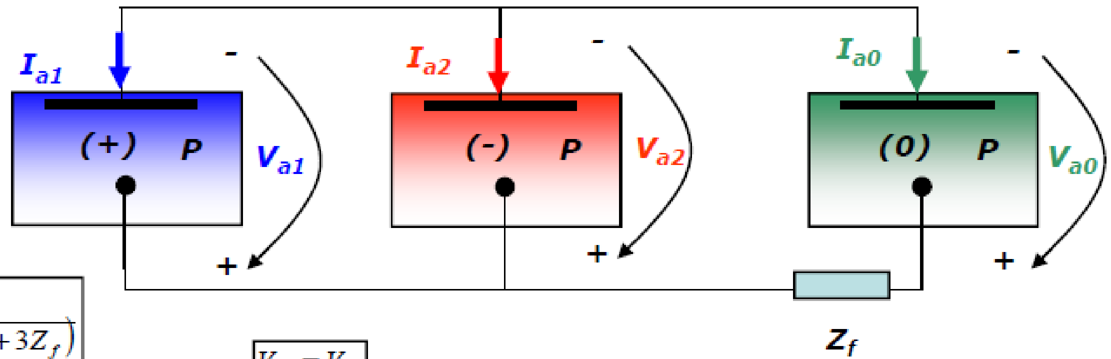
$$I_{a1} = \frac{V_f}{Z_1 + Z_2 + Z_f}$$

$$V_{a1} - V_{a2} = I_{a1} Z_f$$



FALLO 2L-T





$$I_{a1} = \frac{V_f}{Z_1 + \frac{Z_2 \cdot (Z_0 + 3Z_f)}{Z_2 + Z_0 + 3Z_f}}$$

$$V_{a1} = V_{a2}$$

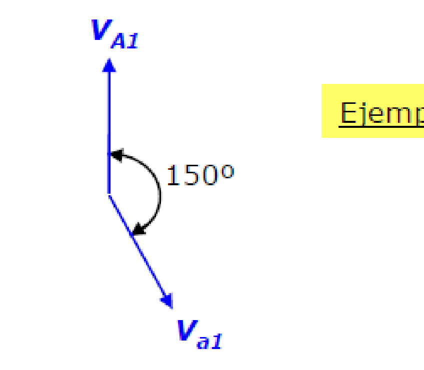
DESFASE EN GRUPOS DE TRANSFORMADORES

En el cálculo de las corrientes de cortocircuito de una red con transformadores, es necesario tener en cuenta el **DESFASE HORARIO** de éstos, ya que afecta a las magnitudes de secuencia directa e inversa.

El **índice horario** se define como: $\dfrac{\varphi}{30}$

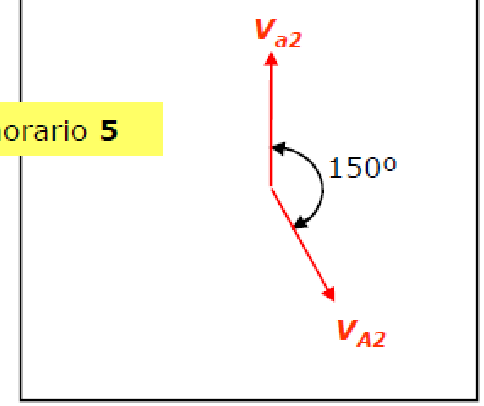
Siendo **φ** el ángulo, en grados, de desfase entre las tensiones simples de alta y baja del transformador ($\mathbf{V}_{An}$ y $\mathbf{V}_{an}$)

$\mathbf{V}_{A1}=\mathbf{V}_{a1}(-0{,}866+j0{,}5)$



Ejemplo: Índice horario **5**

$\mathbf{V}_{A1}=\mathbf{V}_{a1}(-0{,}866-j0{,}5)$



*NOTA: La normativa europea (VDE) designa los terminales de alta tensión de un transformador con letras **MAYÚSCULAS (A, B C)** y los de baja con **minúsculas (a, b,c)***

VDE recomienda índices **5, 6 y 11**