Oscilaciones amortiguadas

Oscilaciones amortiguadas

En el movimiento oscilatorio amortiguado existen fuerzas disipativas que van disminuyendo progresivamente la energía del oscilador hasta pararlo.

Oscilaciones amortiguadas

Si la fuerza disipativa dominante es de tipo viscoso $F = -bv$

b = constante de amortiguamiento

$$-Kx - bv = ma$$

Aplicando la 2ª ley de Newton

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

Ecuación diferencial de un oscilador amortiguado

$$x = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t} \cos(\omega t + \delta)$$

Solución de la ecuación

Oscilaciones amortiguadas

La amplitud disminuye exponencialmente

$$\gamma = \frac{b}{2m}$$

$$A = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t} = A_0 e^{-\gamma t}$$

γ también se denomina constante de amortiguamiento

La frecuencia depende de la relación entre b y $2m\omega_0$

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{b}{2m\omega_0}\right)^2} \Rightarrow \omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ frecuencia angular del oscilador libre}$$

Oscilaciones amortiguadas

Oscilaciones subamortiguadas

$$b < 2m\omega_0$$

El sistema realiza oscilaciones hasta pararse

si $b \ll 2m\omega_0$ ($\gamma \ll \omega_0$) entonces ω es aproximadamente igual a la frecuencia natural del oscilador

$$A = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t}$$

curva envolvente

oscilaciones amortiguadas

Amortiguación crítica

¡¡El sistema no oscila!!

$$b = b_c = 2m\omega_0$$

$$\gamma_c = \omega_0$$

b_c (o γ_c) es la constante de amortiguamiento crítico

Un sistema amortiguado críticamente se para en el tiempo mínimo

Si se requiere eliminar las vibraciones u oscilaciones de un sistema siempre se busca un amortiguador crítico con $b=b_c$

Oscilaciones amortiguadas

Sobreamortiguamiento $b > b_c \Rightarrow b > 2m\omega_0 \Rightarrow \gamma > \omega_0$

Un oscilador sobreamortiguado no oscila

Un oscilador sobreamortiguado tarda más tiempo en llegar al equilibrio y pararse que si estuviera amortiguado críticamente