

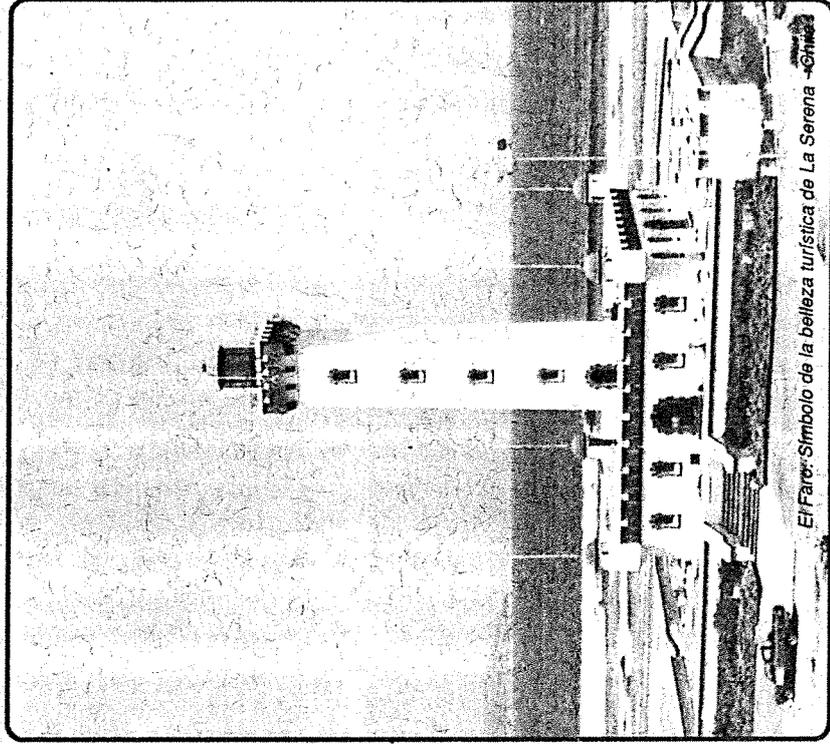
ISSN 0716-8756

INFORMACION TECNOLOGICA

REVISTA INTERNACIONAL



SEPARATA



El Faro: Símbolo de la belleza turística de La Serena - Chile

PAPEL RECICLADO



COLABORANDO CON EL MEDIO AMBIENTE

INFORMACION TECNOLÓGICA

Revista Internacional Arbitrada
Indexada en Índices Internacionales

Edita:

Centro de Información Tecnológica (CIT)
Larraín Alcalde 1120 - Casilla 593
Teléfono: 56-51-213855 Fax: 56-51-215678
La Serena - Chile

OPTIMIZACION DE LAS EMISIONES DE SO₂ Y NO_x EN UN SISTEMA HIDROTERMICO

P. M^a SUAREZ y L.F. BAYON

Universidad de Oviedo, Depto. de Matemáticas, EUITI, c/Manuel Llaneza s/n, Gijón, Asturias - España

OPTIMIZATION OF SO₂ AND NO_x EMISSIONS IN A HYDROTHERMAL SYSTEM

ABSTRACT

A functional analytic optimization technique is applied to the problem of minimizing pollutant emissions in a hydro-thermal system. The algorithm proposed helps in the solution to the problem of reduction of the production of atmospheric emissions such as SO₂ and NO_x caused by the operation of fossil-fueled thermal generation. The power system considered contains (n-m) hydro-plants on the same stream, and the time delay of the flow between upstream and downstream plants is taken into consideration. The problem is formulated as an abstract minimum norm problem and the theory of discrete two-point boundary value problems is also employed. First, an analysis to establish the objective function in quadratic form is done. A generalized contraction mapping algorithm is applied to a sample system to illustrate the results. The iterative method is implemented using appropriate initial estimates of the unknown variables to speed up the iterative process.

Keywords: pollutant emissions, environment, optimization analysis, hydrothermal systems

RESUMEN

En este trabajo se utilizan técnicas del análisis funcional aplicadas al problema de minimización de las emisiones contaminantes en un sistema de potencia hidrotérmico. El algoritmo propuesto ayuda a resolver el problema de reducción de la producción de emisiones atmosféricas, tales como SO₂ y NO_x, producidas por la actividad de las centrales térmicas de combustible fósil. El sistema de potencia considerado consta de (n-m) plantas hidráulicas en el mismo río y se tiene en cuenta el tiempo que tarda el agua en fluir desde la central aguas arriba a la central aguas abajo. El problema se formula en forma abstracta para aplicarle el teorema de la norma mínima y la teoría de los sistemas dinámicos discretos con dos condiciones de contorno. Previamente se hace un estudio de las emisiones contaminantes para poder expresarlas como un funcional de costo de forma cuadrática. El algoritmo del punto fijo modificado se aplica a un ejemplo para ilustrar los resultados obtenidos. El método iterativo se implementó usando apropiadas estimaciones iniciales de las variables incógnitas para acelerar el proceso.

INTRODUCCION

En este trabajo se estudia la minimización de las emisiones contaminantes en un sistema de potencia hidrotérmico. Se consideran centrales hidráulicas de carga variable, es decir, la potencia generada en cada planta hidráulica es una función del caudal de descarga y de la cota de agua. El problema consiste en hallar las potencias que tienen que generar las centrales para que sean mínimas las emisiones contaminantes vertidas por las plantas térmicas del sistema durante un intervalo de tiempo determinado (intervalo de optimización).

Las plantas hidráulicas están acopladas, o sea, el caudal de salida de una central influye en el caudal de entrada de la central aguas abajo y además se tendrá en cuenta el tiempo que tarda en fluir el agua entre las dos centrales (retraso en el transporte).

MODELOS DEL SISTEMA HIDROTERMICO

A continuación se establecen los modelos que se utilizarán para los distintos subsistemas que componen el sistema hidrotérmico.

1) Para las pérdidas de transmisión se utiliza el modelo de Kirchmayer (1958), que viene dado por la fórmula:

$$P_L = K_{LO} + \sum_{i=0}^n B_{L_i} P_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n P_i B_{ij} P_j \quad (1)$$

en donde K_{LO} , B_{L_i} y B_{ij} son valores conocidos en el sistema hidrotérmico.

2) Modelo de red hidráulica.

En el problema de optimización que se va a estudiar, se trabajará con una red de centrales hidráulicas situadas todas ellas en la cuenca de un mismo río.

Se puede ver un esquema de las citadas centrales en la figura 1. El caudal de salida de una central, en un instante t , tardará un tiempo determinado en llegar a la central aguas abajo. A este tiempo se le llama retraso en el transporte y se le representa por τ .

Las variables que aparecen en el sistema son:

$i_{m+i}(t)$: Flujo natural de agua para la central $m+i$.

$q_{m+i}(t)$: Caudal de descarga de agua en la central $m+i$.

τ_{i-1} : Retraso en el transporte entre la central $m+i-1$ y $m+i$.

$q_{m+i-1}(t-\tau_{i-1})$: Descarga de agua en la central $m+i-1$ en el instante $t-\tau_{i-1}$.

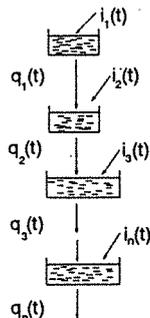


Fig. 1: Modelo de cuenca hidráulica

A continuación se estudian las ecuaciones que definen el funcionamiento de este sistema. La ecuación que relaciona el volumen de agua con los caudales de entrada y salida en cada central será:

$$s_{m+i}(t) = i_{m+i}(t) - q_{m+i}(t)$$

$$s_{m+i}(t) = i_{m+i}(t) + q_{m+i-1}(t - \tau_{i-1}) - q_{m+i}(t)$$

$$i = 2, 3, \dots, n - m \quad (2)$$

La potencia generada en las centrales hidráulicas se puede expresar (El-Hawary y Christensen, 1979):

$$P_{h_{m+i}}(t) = \frac{q_{m+i}(t)}{G_{m+i}} [\alpha_{ym+i} + B_{ym+i} s_{m+i}(t) - B_{Tm+i} q_{m+i}(t)]$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n - m \quad (3)$$

en donde G_{m+i} es la eficiencia de la central hidráulica y α_{ym+i} , B_{ym+i} y B_{Tm+i} son parámetros dependientes de la geometría y la capacidad de los embalses.

Para simplificar la formulación del problema se introducen las siguientes variables auxiliares:

$$D_{m+i}(t) = s_{m+i}(0) + \int_0^t i_{m+i}(x) dx; Y_{m+i}(t, \tau_i) = \int_0^t q_{m+i}(x - \tau_i) dx$$

$$Q_{m+i}(t) = \int_0^t q_{m+i}(x) dx$$

$$X_{m+i}(t) = Y_{m+i-1}(t, \tau_{i-1}) - Q_{m+i}(t) \quad (4)$$

La variable $D_{m+i}(t)$ es el volumen de agua en el depósito si la central $m+i$ y la central aguas arriba son desactivadas (descarga nula).

La variable $Y_{m+i}(t, \tau_i)$ es el volumen de agua descargada retrasada un tiempo τ_i .

$Q_{m+i}(t)$ es el volumen de agua descargada en la planta $m+i$ hasta el instante t . Es importante ver que la variable $D(t)$ es una variable no controlada mientras que $Q(t)$ y $Y(t, \tau)$ son variables de control.

$X_{m+i}(t)$ representa la diferencia entre el volumen de agua descargada por la central aguas arriba (retrasada un tiempo τ_i) y el volumen de agua descargada por la propia central $m+i$. Las variables que se relacionan a continuación se pueden calcular en cada central hidráulica.

$$A_{m+i}(t) = -\frac{1}{G_{m+i}} [\alpha_{ym+i} + B_{ym+i} D_{m+i}(t)]$$

$$B_{m+i} = \frac{B_{ym+i}}{G_{m+i}}; C_{m+i} = \frac{B_{Tm+i}}{G_{m+i}} \quad (5)$$

Por último se supone que el volumen de agua disponible en la central hidráulica $m+i$ durante todo el intervalo de optimización es b_{m+i} por lo que siendo $[0, T_f]$ el intervalo de optimización, en cada planta hidráulica se tendrá que cumplir:

$$\int_0^{T_f} q_{m+i}(t) dt = b_{m+i} \quad i = 1, 2, \dots, n - m \quad (6)$$

3) En este punto se verá que la emisión de contaminantes en las centrales térmicas se puede aproximar de la misma forma que el coste de combustible.

Desde el punto de vista de la optimización el costo de combustible de cada central térmica es un dato conocido y se suele manejar el modelo entrada-salida. La entrada y la salida al grupo son, respectivamente, el costo de combustible y la generación de potencia activa de la unidad térmica.

Prescindiendo de las perturbaciones producidas por las válvulas dicha curva puede aproximarse mediante: $F(P)=\alpha+\beta P+\gamma P^2$, en donde α , β y γ son parámetros conocidos.

Se estimará la emisión unitaria: $E = \text{Peso cont./h.}$ y la relación existente en cada grupo con la potencia generada, estudiando si se puede aproximar por otro polinomio de segundo grado a similitud del costo de combustible: $E(P)=\lambda+\mu P+\nu P^2$.

El trabajo se realiza con el SO_2 y el NO_x que es el símbolo que agrupa a los óxidos de Nitrógeno.

Para determinar la emisión unitaria de NO_x se parte de la curva de consumo específico neto del grupo (R), dato suministrado por el fabricante a cada central. Si se realiza una aproximación a dicha curva, se encuentra que se ajusta con la suficiente bondad a una ecuación de segundo grado de la forma: $R = r_1+r_2P+r_3P^2$ donde R viene expresado en (Kcal/h - Kw) y P tiene por unidades (Mw).

A continuación se pasa a Consumo Neto (CN) :

$$R \left(\frac{\text{Kcal}}{\text{h.Kw}} \right) \times P(\text{Mw}) \times \left(\frac{10^3 \text{ Kw}}{\text{Mw}} \right) = \text{CN} \left(\frac{\text{Kcal}}{\text{h}} \right) \quad (7)$$

y para buscar la emisión unitaria de contaminante, basta aplicar la fórmula:

$$\text{CN} \left(\frac{\text{Kcal}}{\text{h}} \right) \times \frac{1}{\text{EQ}} \left(\frac{\text{Kg.carbón}}{\text{Kcal}} \right) \times 10^3 \left(\frac{\text{Tn}}{\text{Kg}} \right) \times H \left(\frac{\text{m}^3 \text{ humo}}{\text{Tn.carbón}} \right) \times C \left(\frac{\text{mg.contam.}}{\text{m}^3 \text{ humo}} \right) \times 10^6 \left(\frac{\text{Kg}}{\text{mg}} \right) = E_N \left(\frac{\text{Kg.contam}}{\text{h}} \right) \quad (8)$$

Además se sabe para que potencia se emite esa contaminación y por tanto se pueden construir gráficas de puntos, para realizar una posterior aproximación.

El estudio del SO_2 es similar al NO_x y siguiendo los mismos pasos se llega a: E_s : (Kg. contam. / h.) y a una gráfica de puntos del tipo anterior.

Para contar con unos datos concretos se contactó con Hidroeléctrica del Cantábrico S.A., empresa que nos suministró diversas mediciones pertenecientes al Grupo II de la Central Térmica de Aboño (Asturias).

El consumo específico neto de este grupo es $R = 2942-2.70P+0.0030P^2$ el carbón consumido tiene un equivalente de $\text{EQ} = 5420 \text{ Kcal./Kg.}$ y la producción de humo se puede cifrar en $H = 9950 \text{ m}^3 \text{ humo/Tn. carbón.}$

Se tomaron durante una semana diversas mediciones y con ellas se construyó la aproximación que vamos a llamar Semana 1.

Se aprovecharon los momentos del día en que el grupo variaba su potencia, para poder manejar datos de las potencias intermedias. Los resultados obtenidos mediante aproximación de mínimos cuadrados a un polinomio de 2º grado, a las nubes de puntos anteriores, se muestran en la figuras 2 y 3.

En cada gráfica, se muestran en la parte superior los 3 coeficientes λ , μ y ν .

El proceso se realizó tanto para los NO_x como para el SO_2 y la razón de correlación fue superior a 0.97 y 0.92 respectivamente. Se ve que el modelo

cuadrático supuesto funciona muy aceptablemente. A continuación se volvieron a estimar los parámetros antes obtenidos mediante mediciones correspondientes a dos nuevas semanas y los resultados obtenidos fueron similares, es decir, de nuevo nos aparece un modelo cuadrático que se va a aceptar como válido.

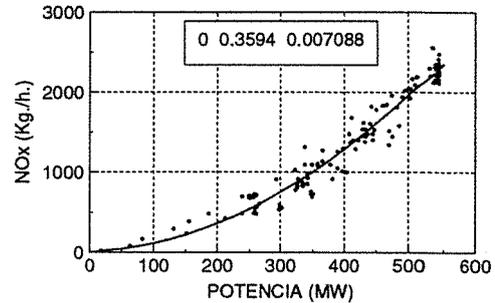


Fig. 2: Contaminación de NO_x en Semana 1

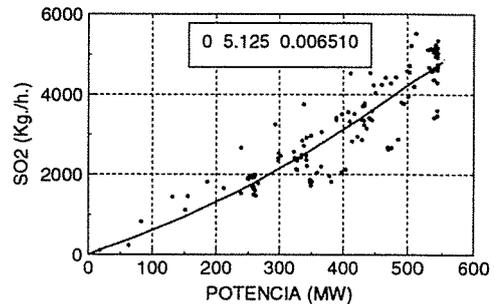


Fig. 3: Contaminación de SO_2 en Semana 1

En la figura siguiente se resumen las tres aproximaciones anteriores, y se observa como el polinomio de aproximación obtenido para el NO_x es prácticamente el mismo en las 3 semanas.

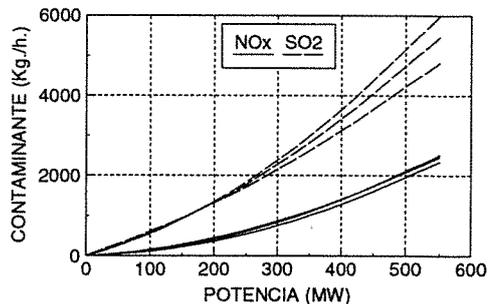


Fig. 4: Contaminación medida en las 3 semanas

Llegados a este punto se pueden decir como conclusiones:

- Se aprecia la existencia de un modelo cuadrático que relaciona la emisión de contaminante con la potencia generada. Por supuesto, otros factores de funcionamiento tales como: diversas condiciones meteorológicas, temperatura de los humos a la salida de la caldera o estado de operación de los

mecheros, influyen en mayor o menor medida en la producción de contaminación, pero en primera aproximación se puede considerar que este fenómeno físico sigue una ley cuadrática del tipo: $E(P) = \lambda + \mu P + \nu P^2$.

- Los parámetros que se obtienen en las distintas observaciones realizadas sobre un mismo grupo son apreciablemente similares.

- En virtud de las dos consideraciones anteriores, se acepta este modelo, y se toman como datos concretos para una posterior aplicación, por ejemplo los aquí obtenidos en la Semana 1.

Por último, es interesante para un posterior estudio conocer la cantidad total de contaminante vertido por la central y el coste que implica esta contaminación. Como actualmente en España no existen Tasas por las emisiones se pueden tomar las de Francia, que son para ambos contaminantes de 150 FF / Ton., es decir unas 3.000 ptas. por tonelada de contaminante.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se supone un sistema con n centrales eléctricas, de las cuales m son térmicas y el resto $n-m$ hidráulicas. Las centrales hidráulicas están situadas como se indica en la figura 1, y por lo tanto existirá acoplamiento hidráulico entre ellas. El problema que se va a estudiar consiste en calcular las potencias que tienen que generar las distintas centrales, para que la emisión de contaminantes, durante el intervalo de optimización $[0, T]$, sea mínima.

El objetivo, por tanto, es minimizar el funcional:

$$J = \int_0^T \sum_{i=1}^m (\alpha_i + \beta_i P_n(t) + \gamma_i P_n^2(t)) dt \quad (9)$$

sometido a las siguientes restricciones:

$$\sum_{i=1}^n P_i(t) = P_D(t) + P_L(t) \quad (10)$$

en donde $P_D(t)$ es la potencia demandada por el sistema en el instante t . Utilizando la fórmula de pérdidas ya vista, esta restricción se puede expresar de la siguiente forma:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n P_i(t) B_{ij} P_j(t) + \sum_{i=1}^n (B_{io} - 1) P_i(t) + P_D(t) + K_{Lo} = 0 \quad (11)$$

Las otras restricciones se obtienen operando adecuadamente en las ecuaciones de la red hidráulica que se vieron anteriormente y serán:

$$\begin{aligned} q_{m+1}(t) - \dot{Q}_{m+1}(t) &= 0 \\ q_{m+i}(t) Q_{m+i}(t) - Q_{m+i}(t) \dot{Q}_{m+i}(t) &= 0 \\ P_{hm+1}(t) + A_{m+1}(t) q_{m+1}(t) + \\ &+ B_{m+1} q_{m+1}(t) Q_{m+1}(t) + C_{m+1} q_{m+1}^2(t) = 0 \\ P_{hm+i}(t) + A_{m+i}(t) q_{m+i}(t) - \\ &- B_{m+i} q_{m+i}(t) X_{m+i}(t) + C_{m+i} q_{m+i}^2(t) = 0 \\ X_{m+i}^2(t) + Q_{m+i}^2(t) + 2X_{m+i}(t) Q_{m+i}(t) - \\ &- Y_{m+i-1}^2(t, \tau_{i-1}) = 0 \quad i = 2, 3, \dots, n-m \quad (12) \end{aligned}$$

Para tener en cuenta las restricciones anteriores se consideran cuatro funciones multiplicadoras desconocidas, que se van a llamar $l(t)$, $n_{m+i}(t)$, $m_{m+i}(t)$ y $r_{m+i}(t)$. Se tienen que incluir en el funcional de costo estos multiplicadores, junto con las restricciones correspondientes.

SOLUCION OPTIMA

Para estudiar la optimización hidrotérmica se utilizan, en un principio, conceptos del análisis funcional entre los que destaca el teorema de la norma mínima aplicado a los sistemas de ingeniería (Porter, 1967). La principal ventaja de este método es que se eliminan en la solución del problema numerosos multiplicadores asociados a las restricciones del sistema.

Una vez hallado el funcional de costo modificado, se aplica el teorema de la norma mínima y se llega a lo que se va a llamar *solución óptima 1* (Suárez, 1989).

Dividiendo el intervalo de optimización $[0, T]$ en q subintervalos y discretizando la solución óptima 1, ésta se puede expresar de la siguiente forma: Resolver el sistema en diferencias finitas:

$$\begin{aligned} z_{m+i}(j+1) - z_{m+i}(j) &= R_{m+i}(j) z_{m+i}(j) + F_{m+i}(j) \\ j &= 0, 1, 2, \dots, q-1; \quad i = 1, 2, 3, \dots, n-m \quad (13) \end{aligned}$$

con las condiciones de contorno:

$$M z_{m+i}(0) + N z_{m+i}(T) = \begin{bmatrix} 0 \\ b_{m+i} \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n-m \quad (14)$$

donde las funciones y matrices que aparecen son:

$$\begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad z_{m+i}(j) = \begin{bmatrix} z_{m+i}^1(j) \\ z_{m+i}^2(j) \end{bmatrix} \\ z_{m+i}^2(j) &= Q_{m+i}(j+1) - Q_{m+i}(j) \\ z_{m+i}^1(j) &= Q_{m+i}(j) \quad (15) \end{aligned}$$

Las funciones F y R que figuran en la nueva formulación se encuentran recogidas en (Suárez, 1989). Las potencias óptimas generadas son:

$$\begin{aligned} P_n(j) &= \frac{1}{2} \frac{\beta_i - l(j)(1 - B_{io})}{\gamma_i + B_{ii} l(j)} \\ j &= 0, 1, 2, \dots, q; \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \\ P_{hm+i}(j) &= \frac{1}{2} \frac{n_{m+i}(j) - l(j)(1 - B_{m+io})}{B_{m+im+i} l(j)} \\ j &= 0, 1, 2, \dots, q; \quad i = 1, 2, \dots, n-m \quad (16) \end{aligned}$$

A continuación se aplica a la solución óptima 1 la teoría de los sistemas dinámicos discretos (Falb y Jong, 1969), para hallar la solución definitiva que se va a llamar *solución óptima 2*:

$$\begin{aligned} z_{m+i}^1(j) &= \frac{b_{m+i} j}{q} + \sum_{k=0}^{j-1} \frac{k(q-j)}{q} f_{m+i}(k) + \sum_{k=j}^{q-1} \frac{j(q-k)}{q} f_{m+i}(k) \\ z_{m+i}^2(j) &= \frac{b_{m+i}}{q} + \sum_{k=0}^{j-1} \frac{-k}{q} f_{m+i}(k) + \sum_{k=j}^{q-1} \frac{(q-k)}{q} f_{m+i}(k) \\ z_{m+i}^1(j) &= \frac{b_{m+i} j}{q} + \sum_{k=0}^{j-1} \frac{k(q-j)}{q} f_{m+i}(k) + \sum_{k=j}^{q-1} \frac{j(q-k)}{q} f_{m+i}(k) \end{aligned}$$

$$z_{m+2}^2(j) = \frac{b_{m+2}}{q} + \sum_{k=0}^{j-1} \frac{k}{q} f_{m+2}(k) + \sum_{k=j}^{q-1} \frac{(q-k)}{q} f_{m+2}(k)$$

$$z_n^1(j) = \frac{b_n j}{q} + \sum_{k=0}^{j-1} \frac{k(q-j)}{q} f_n(k) + \sum_{k=j}^{q-1} \frac{j(q-k)}{q} f_n(k)$$

$$z_n^2(j) = \frac{b_n}{q} + \sum_{k=0}^{j-1} \frac{k}{q} f_n(k) + \sum_{k=j}^{q-1} \frac{(q-k)}{q} f_n(k) \quad (17)$$

siendo $f_{m+i}(k)$ funciones conocidas.

ALGORITMO DE OPTIMIZACION

Las ecuaciones anteriores se pueden expresar en forma matricial como:

$$z(j) = T(j, z(j)) \quad (18)$$

Esta ecuación se puede resolver aplicando el algoritmo del punto fijo modificado (Suárez, 1989):

$$z(j)_{n+1} = [I - V]^{-1} [T(j, z(j)_n) - V(z(j)_n)] \quad (19)$$

para $n=0, 1, 2, \dots$ hasta donde se satisfaga, siendo V :

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} v \quad (20)$$

En las ecuaciones obtenidas anteriormente para las potencias óptimas, se puede observar que si se conocen los valores de los parámetros $l(j)$ y $n_{m+i}(j)$ se obtienen los valores de las potencias óptimas generadas y por lo tanto está resuelto el problema de optimización planteado.

Para hallar el valor de estos parámetros se sustituyen los valores de las potencias óptimas en las ecuaciones de restricción correspondientes. Las ecuaciones que resultan, junto con la aplicación del algoritmo del punto fijo modificado (Suárez, 1989) nos conducen al algoritmo de optimización, el cual necesita partir de unos valores iniciales:

$$l^0(j), [z_{m+1}^1]^0, [z_{m+1}^2]^0, [z_{m+2}^1]^0, [z_{m+2}^2]^0, \dots, [z_n^1]^0, [z_n^2]^0 \quad (21)$$

Una vez aplicado el algoritmo y obtenidos los valores de los parámetros $l(j)$, $n_{m+1}(j)$, $n_{m+2}(j)$, \dots , $n_n(j)$, las potencias generadas en las centrales térmicas e hidráulicas son conocidas.

EJEMPLO NUMERICO

Se ha elaborado un programa de ordenador para aplicar los resultados obtenidos en este trabajo a un sistema de potencia cuyos datos se resumen en las tablas 1 y 2.

Tabla 1: Datos de las plantas térmicas

1	2	3	Coefic.
0	0	0	$\alpha(\text{pts})$
16.2	16.8	16.6	$\beta(\text{pts}/\text{MW})$
0.005	0.006	0.001	$\gamma(\text{pts}/\text{MW}^2)$
0.00016	0.00010	0.00016	$B(\text{MW}^{-1})$

El sistema consta de tres plantas térmicas y siete plantas hidráulicas. En las figuras 5 y 6 se muestran la red hidráulica y la potencia demandada.

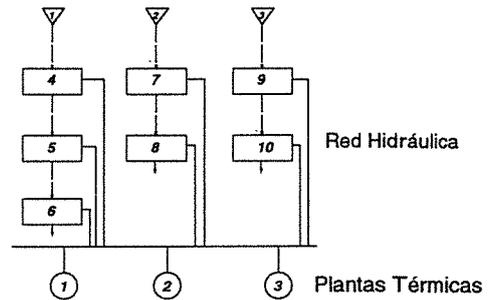


Fig. 5: Sistema hidrotérmico

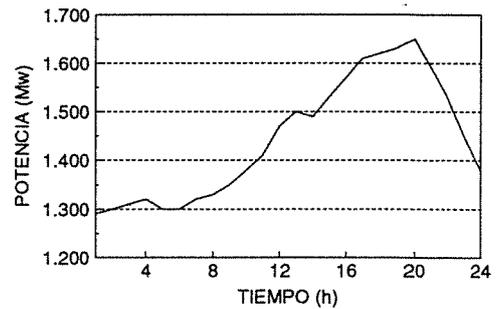


Fig. 6: Potencia Demandada

El programa utiliza el algoritmo expuesto anteriormente. Se hizo variar el valor del escalar v con incrementos de 0.1 y se pudo comprobar que la convergencia más rápida se produce para $v=0.1$. Para valores de v mayores que 0.6 la secuencia de iteraciones diverge. El número máximo de iteraciones para este experimento se estableció en 50. Se escogieron los siguientes valores iniciales:

$$l^0(j) = \beta + \epsilon \quad (0.1 \leq \epsilon \leq 0.5) \quad (22)$$

$$[z_{m+i}^1(j)]^0 = \frac{b_{m+i} j}{q}, \quad [z_{m+i}^2(j)]^0 = \frac{b_{m+i}}{q} \quad (23)$$

dando unos resultados de convergencia aceptables.

La figura 7 muestra la variación del error relativo en las sucesivas iteraciones.

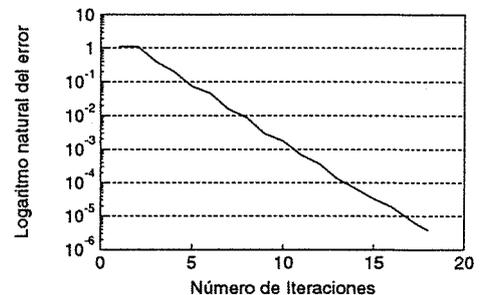


Fig. 7: Variación del error relativo

Las potencias óptimas generadas en las distintas centrales se muestran en la figura 8.

Tabla 2: Datos de las plantas hidráulicas

4	5	6	7	8	9	10	Coefic.
526.31510^3	526.31510^3	570.83410^3	536.31510^3	580.83410^3	546.31510^3	590.83410^3	$G(m^3/h.MW)$
141.610^5	141.610^5	791.2010^5	141.6010^5	691.2010^5	141.6010^5	891.2010^5	$b(m^3)$
220.010^{-6}	220.010^{-6}	160.010^{-6}	200.010^{-6}	170.010^{-6}	220.010^{-6}	160.010^{-6}	$B(MW^{-1})$
101.95210^5	101.95210^5	301.95210^5	101.95210^5	401.95210^5	101.95210^5	501.95210^5	$i(m^3/h)$
203.90410^9	203.90410^9	407.80810^8	203.90410^9	407.80810^8	203.90410^9	407.80810^8	$s(m^3)$
581.74010^{-8}	581.74010^{-8}	219.59710^{-8}	571.74010^{-8}	239.59710^{-8}	581.74010^{-8}	219.59710^{-8}	$B_T(m^{-2}.h)$
149.510^{-12}	149.510^{-12}	149.510^{-11}	159.510^{-12}	159.510^{-11}	149.510^{-12}	149.510^{-11}	$B_y(m^{-2})$
1	1		2		2		$\tau(h)$

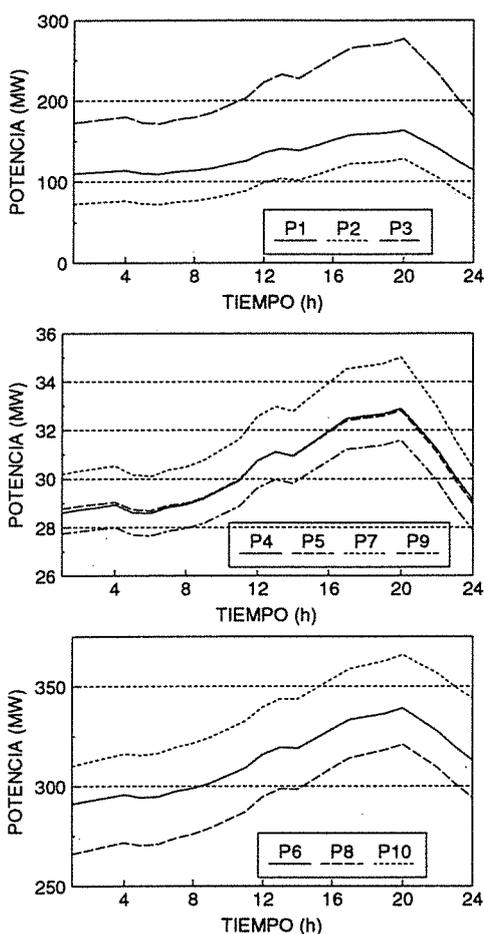


Fig. 8: Potencias óptimas

CONCLUSIONES

En este trabajo se han aplicado conjuntamente técnicas del análisis funcional y la teoría de los sistemas dinámicos discretos con dos condiciones de contorno. El sistema se caracteriza por la presencia del retraso en el transporte en algunas variables de control. La solución obtenida presenta entre otras ventajas:

- Las técnicas iterativas muestran una convergencia muy rápida para problemas complejos.
- El algoritmo genera una extensa información sobre el sistema.
- Problemas de otro tipo se pueden resolver mediante este método.

REFERENCIAS

- El-Hawary, M. E.; Christensen, G. S., *Optimal economic operation of electric power systems*, Academic Press, New York (1979)
- Falb, P. L.; Jong de, J. L., *Some successive approximation methods in control and oscillation theory*, Academic Press, New York (1969)
- Kirchmayer, L. K., *Economic operation of power systems*, General Electric Company (1958)
- Porter W. A., *Modern foundations of systems engineering*, Macmillan, New York (1967)
- Suárez Rodríguez, P. M., *Optimización del coste de combustible en un sistema hidrotérmico, mediante técnicas del análisis funcional*, Cuaderno de Investigación nº 11. Dto. de Matemáticas de la Universidad de Oviedo (1989)

