La soledad de los Métodos Numéricos en la EPI de Gijón

Pedro Fortuny Ayuso, Pedro Mª Suárez Rodríguez, Luis Bayón Arnau, José Mª Grau Ribas, J. A. Otero Corte
Departamento de Matemáticas, Universidad de Oviedo, Campus de Viesques, EPI Gijón, Asturias.
mails: fortunypedro@uniovi.es; pedrosr@uniovi.es; bayon@uniovi.es

Abstract
Send abstract with a maximum of 200 words (in English).

We analyze, first of all, the unbelievable situation of the course on Numerical Methods in the EPI at Gijón compared to the Spanish academic curriculum. After assessing the inconveniences caused by that situation, we propose a methodology which attempts to palliate them and improve its integration in the degree. By means of group projects, the student will be able to assess the true outreach of the contents of the course.

Keywords: *Curricular integration, Basic Training, Group Project, Transversality*

Resumen
Este trabajo analiza en primer lugar la insólita situación de la asignatura de Métodos Numéricos en la EPI de Gijón dentro del panorama universitario español. En segundo lugar y dados los inconvenientes que presenta su ubicación en el plan de estudios, proponemos una metodología que trata de mejorar la integración de dicha asignatura dentro de la carrera. A través de la realización de trabajos grupales el alumno será consciente del verdadero alcance de los contenidos que ha estudiado.

Palabras clave: *Integración, Formación básica, Trabajos Grupales, Transversalidad.*

Introducción

La integración de las asignaturas básicas dentro de los planes de estudios de las Escuelas de Ingeniería es desde hace tiempo objeto de controversia y debate entre los profesionales de la educación. Los profesores de los primeros años de las carreras de ingeniería vivimos constantemente con la preocupación de que el alumno sea consciente de que está aprendiendo algo útil que va a necesitar aplicar a lo largo de la carrera, en resumen, que no está perdiendo el tiempo.

De entre las asignaturas básicas que se imparten a los alumnos (física, química, etc.), este trabajo va a analizar una asignatura correspondiente al área de las Matemáticas, quizás una de las más conflictivas.

Consideramos que caben, a grandes rasgos, dos posturas con respecto a este tema.

- Las matemáticas deben enseñarse como una mera herramienta de trabajo, sin importarnos sus futuras aplicaciones.

- Las matemáticas deben presentarse como una herramienta necesaria para poder resolver problemas interesantes de aplicación a situaciones reales.

Los partidarios de la primera postura defienden que el operario que fabrica una llave inglesa no tiene por qué saber construir un coche. Pero nosotros consideramos que este símil es incorrecto. Para nosotros la situación se asemeja mucho más a la relación que existe entre el que diseña los amortiguadores y el chasis del coche o al fabricante de los neumáticos. Todos deben trabajar unidos para conseguir un único objetivo: el coche o en nuestro caso el graduado en Ingeniería.

Ubicando ya nuestro estudio comenzaremos diciendo que en la EPI de Gijón se imparten diversos Grados en Ingeniería: Tecnologías Industriales, Ingeniería Eléctrica, Ingeniería Electrónica Industrial y Automática, Ingeniería Mecánica, Ingeniería Química Industrial, Ingeniería en Tecnologías y Servicios de Telecomunicación e Ingeniería Informática en Tecnologías de la Información.

Para centrar nuestro estudio y que sea más asequible, vamos a considerar el Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales. En él, la Formación Básica en Matemáticas se estructura en las siguientes asignaturas. En primer curso: Álgebra Lineal, Cálculo, Métodos Numéricos y Estadística, todas ellas de formación básica y 6 créditos. En el apartado de Ampliación de Formación Básica y en segundo curso: Ampliación de Matemáticas, Obligatoria de 9 créditos.

La asignatura “Métodos Numéricos” tiene en la EPI de Gijón una situación realmente insólita dentro del panorama universitario español. Si nos centramos en el Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales (TI), vamos a comparar con la situación en otras escuelas de España, donde se imparte dicho grado.

En la Tabla 1 se presenta la Universidad de impartición, el nombre de la asignatura, el Curso (C), cuatrimestre dentro del curso (Q), número de créditos (Cr) y carácter (Ca).

Tabla 1. La asignatura en los Grados de TI

	Universidad	Asignatura	C	Q	Cr	Ca
[1]	UNED	Métodos Numéricos	4	2	5	OBL
[2]	Carlos III de Madrid	Cálculo Numérico	3	2	6	OPT
[3]	Politécnica de Cartagena	Cálculo Numérico	3	1	6	OBL
[4]	Pública de Navarra	Métodos Numéricos	3	2	3	OBL
[5]	A Coruña	Métodos Numéricos	4	1	6	OBL
[6]	Politécnica de Valencia	Métodos Matemáticos	2	2	6	OBL
[7]	Sevilla	Métodos Matemáticos	2	2	4,5	OBL
[8]	Politécnica de Madrid	Matemáticas de la especialidad	3	2	4,5	OBL
[9]	Valladolid	Matemáticas III	2	1	6	FB
[10]	Valladolid	Métodos Matemáticos en la Ing.	3	1	4,5	OBL
[11]	Politécnica de Cataluña	Métodos Numéricos	2	1	4,5	OBL
[12]	Vigo	Matemáticas de la especialidad	3	1	6	OBL
[13]	Jaume I	Métodos Matemáticos	3	1	6	OBL
[14]	Universidad de Cantabria	Métodos Matemáticos para Ing.	2	1	6	FB
[15]	Universidad de Cantabria	Métodos Numéricos	4	1	6	OBL

Fuente: Elaboración propia (2018)

Este estudio no es exhaustivo, pero sí bastante completo. En primer lugar, nos hemos limitado a las universidades públicas. Y en segundo lugar sólo hemos incluido los centros en donde los contenidos de cálculo numérico han sido recogidos en una asignatura (o a veces dos asignaturas), pero siempre siendo el constituyente fundamental de las mismas. Además, en algunas de las Escuelas en que se imparte en segundo curso, el contenido a esa altura es básico, pues hay más adelante otra materia complementaria.

En ocasiones, como en la Universidad de Zaragoza [16], el contenido de cálculo numérico se reparte entre varias asignaturas, siendo su presencia casi testimonial. Y en otros casos directamente no aparece en los planes de estudio, como en las Universidades de Deusto [17], Cádiz [18] y Nebrija [19]. Estos casos no los hemos incluido en la tabla.

Quizás donde mejor se plasme la incoherencia de esta situación es si reproducimos como se describen en la UNED los objetivos de esta asignatura

"El objetivo de Métodos Numéricos es reforzar las competencias del grado que se desarrollan en los estudios de posgrado. No hay que olvidar que Métodos Numéricos es una asignatura ... que proporciona una formación necesaria para continuar los estudios, en la UNED, en el Máster universitario oficial que confiere las atribuciones profesionales del Ingeniero Industrial (superior)".

El estudio de las Matemáticas en la Ingeniería se debe a las leyes científicas, que, por estar basadas en experimentos u observaciones, se traducen en ecuaciones matemáticas. En cada caso las ecuaciones: lineales, no lineales, diferenciales… representan una simplificación idealizada del problema físico con el que nos encontramos, llamándose a este método modelización matemática del problema. Los Métodos Numéricos son imprescindibles como herramienta de aproximación de las soluciones no calculables analíticamente.

Por ejemplo, las Ecuaciones Diferenciales tienen una importancia fundamental para los ingenierios. Estas ecuaciones son fundamentales para poder desarrollar modelos matemáticos que van a servir para ayudar a comprender los diferentes fenómenos físicos que se les van a plantear. En el plan de estudios anterior existía la asignatura de Ecuaciones Diferenciales, que por desgracia en los distintos grados de ingeniería en nuestro centro desapareció y en la actualidad el tema de ecuaciones diferenciales se explica en la asignatura de Ampliación de Matemáticas que está ubicada en el segundo curso de la carrera. Si importante es para los ingenieros estudiar los conceptos y métodos de resolución de las ecuaciones diferenciales, aún más importante, hoy en día, es que conozcan los distintos métodos de resolución aproximada, tanto de las ecuaciones diferenciales ordinarias como de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

Por tanto, podemos resumir diciendo que los alumnos en primer curso:

- No han visto aún problemas reales de ingeniería.
- No saben lo que es modelizar matemáticamente un problema.
- No han visto el concepto de Ecuaciones Diferenciales. ¿Cómo van a resolverlas de forma numérica si no las han visto?

A la vista de esta situación, y dados los inconvenientes que presenta su ubicación en el plan de estudios, en la siguiente sección y como parte fundamental de este trabajo, proponemos una metodología que trata de mejorar la integración de dicha asignatura dentro de la carrera, Sin embargo, la tarea no es nada sencilla ya que en el primer año de la carrera es muy difícil proponer problemas atrayentes y que además puedan resolver los alumnos con los conceptos ya estudiados.

Metodología

En este trabajo presentamos una metodología que hemos desarrollado en la EPI de Gijón en los últimos años para tratar de paliar esta situación.

Tradicionalmente en las asignaturas básicas de matemáticas se proponen numerosos ejercicios prácticos para que el alumno vea la aplicación de los conceptos estudiados en su carrera. Hay numerosos ejemplos en las áreas de integrales dobles, triples, de línea y de superficie para hallar áreas, volúmenes, circulación, flujos, etc. También se potencian los teoremas de Stokes y Gauss acudiendo a la teoría de campos eléctricos y magnéticos. Las series de Fourier son muy fáciles de motivar con el estudio de la señal y qué decir de las ecuaciones diferenciales: problemas de movimientos, circuitos eléctricos, vibraciones, leyes de crecimiento o desintegración, enfriamiento y calentamiento, etc. ¡Casi sería más fácil decir dónde no se aplican!

La situación, sin embargo, no es tan sencilla con la asignatura de Métodos Numéricos. Se trata de una asignatura donde el alumno debe entender en primer lugar que los problemas de ingeniería reales conllevan modelos matemáticos complejos. La utilización de esos modelos conduce a problemas cuya solución analítica es prácticamente imposible. De ahí la necesidad de los métodos numéricos.

La idea que mostramos a continuación consiste en proponer una serie de trabajos que los alumnos realizarán por grupos reducidos (3-4 alumnos por grupo) en las Prácticas de Laboratorio (PLs) de la asignatura. Además del propio trabajo, que presentan en un informe escrito, los alumnos también realizan una presentación oral en clase, delante del resto de compañeros y tras la cual se someten a las preguntas que les realizan tanto el profesor como el resto de compañeros de la clase. Por supuesto, el trabajo tiene un peso en la nota de la asignatura, en este caso el 20% de la nota de PLs.

Presentamos a modo de ejemplo varios de los temas que se proponen a los alumnos. Los primeros versan sobre la resolución de ecuaciones no lineales, a continuación, se presenta uno relacionado con los sistemas lineales y, finalmente un proyecto "inverso" en que la transformada de Fourier discreta se les presenta ya programada y con ejemplos y se espera que expliquen (al menos someramente) su funcionamiento. Todas las aplicaciones comienzan con una pequeña introducción que sirve de motivación para a continuación esbozar los principales objetivos que se pretenden conseguir.

Aplicación 1: LEYES DE LOS GASES IDEALES Y NO IDEALES

La ley de los gases ideales está dada por:

$$PV = nRT$$

En ella P es la presión absoluta, V es el volumen, n es el número de moles, R es la constante universal de los gases y T es la temperatura absoluta. Sin embargo, el comportamiento de una sustancia real es mucho más complejo.

A lo largo del tiempo se han propuesto distintas ecuaciones de estado para los gases reales, siendo la más sencilla la de van der Waals:

$$\left(P + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

Pero suele usarse esta forma alternativa de la ecuación de van der Waals en variables reducidas:

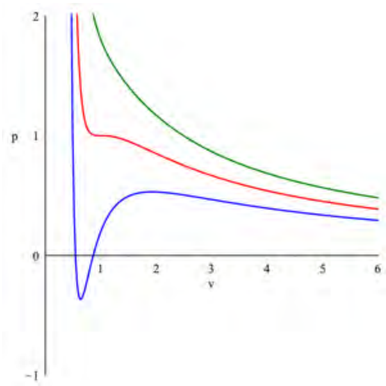
$$\left(P_R + \frac{3}{{V_R}^2}\right)(3V_R - 1) = 8T_R$$

O despejando:

$${V_R}^3 - \frac{1}{3}\left(1 + \frac{8T_R}{P_R}\right){V_R}^2 + \frac{3}{P_R}\,V_R - \frac{1}{P_R} = 0$$

Si representamos sus isotermas en un diagrama P-V se tiene:

Figura 1 Isotermas de la ecuación de van der Waals.



Fuente: Elaboración propia.

Si fijamos la temperatura vemos que para ciertos valores de presión hay 3 valores de volumen y para otros sólo uno.

Fijando distintos valores de T_R y P_R, resolver la ecuación de van der Waals en varios casos. Aplicar los métodos vistos en clase, analizando las dificultades encontradas. Por ejemplo:

- En Bisección: Estudiar cómo estimar los dos valores iniciales.
- En Newton-Raphson: Estudiar cómo estimar el valor inicial.
- En Punto Fijo: Estudiar cómo elegir la función de iteración.

Aplicación 2: FACTOR DE FRICCIÓN EN FLUIDOS

La ecuación de Darcy-Weisbach es una ecuación ampliamente usada en fluidos. Permite el cálculo de la pérdida de carga debida a la fricción dentro una tubería llena:

$$h_f = f\,\frac{8.L.Q^2}{g.\pi^2.D^5}$$

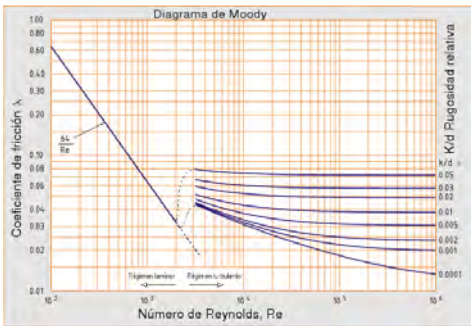
En ella: h_f = pérdida de carga debida a la fricción (*m*); f = factor de fricción de Darcy (adimensional); L = longitud de la tubería (*m*); D = diámetro de la tubería (*m*); g = aceleración de la gravedad ≈ 9,81 (m/s^2); Q = caudal (m^3/s),

El factor de fricción f es adimensional y varía de acuerdo a los parámetros de la tubería (rugosidad y diámetro) y del tipo de flujo (número de Reynolds). La ecuación más usada para calcular el factor de fricción es la *Ecuación de Colebrook-White*:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\,log_{10}\left(\frac{\frac{e}{D}}{3.7} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}}\right)$$

En ella: Re = el número de Reynolds; e/D = la rugosidad relativa; f = el factor de fricción.

Figura 2 Diagrama de Moody.



Fuente: https://es.wikipedia.org.

Aunque la forma más sencilla y directa de obtener el valor de f es hacer uso del diagrama de Moody, existen muchas ecuaciones explícitas que se usan para aproximar a la ecuación de Colebrook-White. Entre ellas están: Streeter, Pavlov o Miller. Sin embargo, debe recordarse que estas ecuaciones y el gráfico sólo dan aproximaciones.

Nuestro trabajo se va a centrar, lógicamente, en resolver, con los Métodos Numéricos vistos en clase, dicha ecuación implícita.

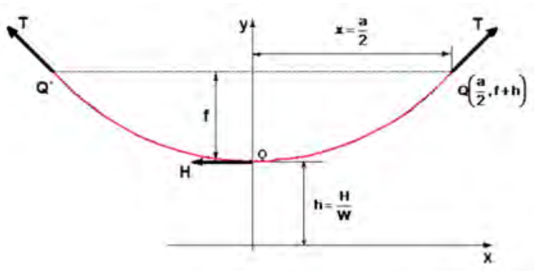
Fijando distintos valores de Re y e/D , resolver la ecuación de Colebrook-White y hallar el factor *f* para distintos casos. Aplicar los métodos vistos en clase, analizando las dificultades encontradas. Por ejemplo:

- En Bisección: Estudiar cómo estimar los dos valores iniciales.
- En Newton-Raphson: Estudiar cómo estimar el valor inicial.
- En Punto Fijo: Estudiar cómo elegir la función de iteración.

Aplicación 3: CÁLCULO MECÁNICO DE LAS LINEAS DE TRANSMISIÓN

Se denomina catenaria la curva de equilibrio que adopta un hilo uniforme sometido a su propio peso. La distancia *f* entre el punto más bajo situado en el centro de la curva y la recta QQ', que une los apoyos, recibe el nombre de *flecha*. Se llama *vano* o *luz* a la distancia *a* entre los dos puntos de apoyo.

Figura 3 Catenaria.



Fuente: [Cálculo Mecánico de Líneas de Transmisión. G. A. Nava]

Sea: *H* la Tensión horizontal en el punto más bajo de la catenaria (kg) y *W* el peso del cable por metro (kg/m). Se considera un eje de abscisas a una distancia de O de:

$$h = \frac{H}{W}$$

Se pueden deducir las siguientes ecuaciones para el arco de la catenaria.

Ecuación cartesiana de la catenaria: $y = h\, cosh\left(\frac{x}{h}\right)$

Longitud entre el vértice (x = 0) y un punto de abscisa x: $L = h\, senh\left(\frac{x}{h}\right)$

Tensión del cable en un punto cualquiera de abscisa x: $T = H\, cosh\left(\frac{x}{h}\right)$

Supongamos ahora el siguiente problema. Consideremos un cable con carga *W* constante por unidad de longitud del cable, donde son conocidas la flecha *f* y la luz *a* entre apoyos a la misma altura. Se desea calcular la tensión *H* y la tensión *T* en los extremos cable.

Para resolver el problema es preciso resolver la ecuación:

$$f + h = h\, cosh\left(\frac{a}{2h}\right)$$

en *h, y* una vez obtenido el valor de *h*, los valores de la tensión se obtienen como:

$$H = Wh;\ T = Hcosh\left(\frac{a}{2h}\right)$$

Aplicar los métodos vistos en clase, analizando las dificultades encontradas. Por ejemplo:

- En Bisección: Estudiar como estimar los dos valores iniciales.
- En Newton-Raphson: Estudiar como estimar el valor inicial.
- En Punto Fijo: Estudiar cómo elegir la función de iteración.

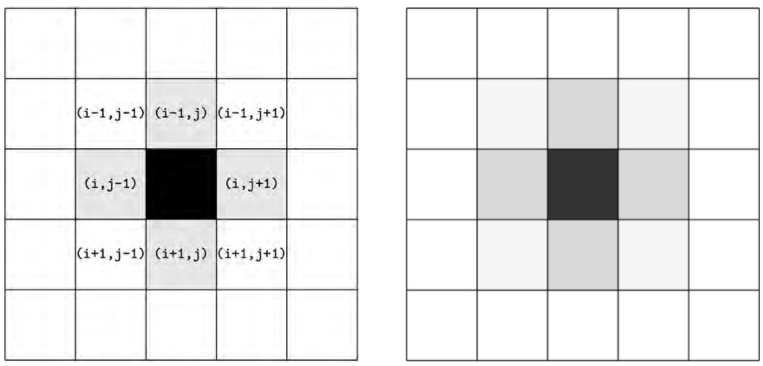
Aplicación 4: DESENFOQUE GAUSSIANO DE UNA IMAGEN

Dada una imagen (en escala de grises, para simplificar) entendida como una matriz de puntos, la operación de desenfoque gaussiano más elemental consiste en transformar la imagen haciendo que cada punto "distribuya" su intensidad entre los adyacentes, de manera que la suma de las proporciones asignadas a cada punto sea 1.

Para realizar este proceso se convierte la matriz de la imagen en un vector y (de manera elemental pero no óptima) se crea una matriz (dispersa, desde luego) del tamaño adecuado que represente la combinación de todas esas transformaciones (este tipo de desenfoque es una operación lineal). Como objetivos del trabajo están, a modo de ejemplo:

- Explicar cómo se transforma la imagen matricial en un vector.
- Describir explícitamente la matriz de transformación. Prestar especial cuidado a los puntos del borde de la imagen (¿cómo es en ellos la transformación? ¿y en las esquinas?).
- ¿Tiene la matriz alguna forma especial?
- ¿Cómo se calcula el desenfoque? ¿Cuántas iteraciones hacen falta?
- ¿Puede utilizarse esto para enfocar una imagen desenfocada? ¿por qué?

Figura 4 Puntos adyacentes al (i,j) y en qué se transformaría si fuera 100% negro y el resto blanco.

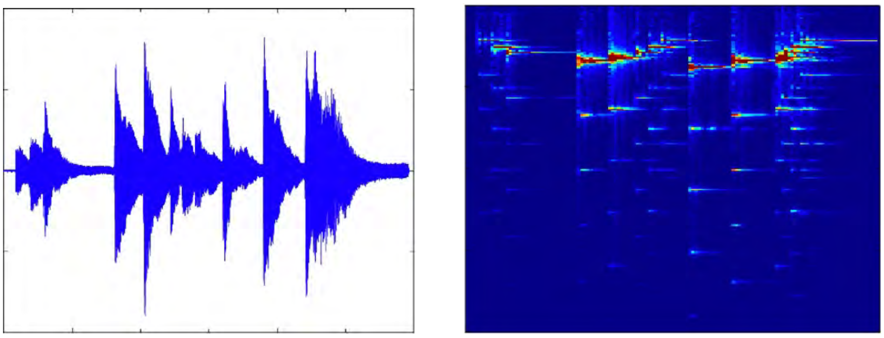


Fuente: Elaboración propia.

Aplicación 5: El espectro de audio y la transformada de Fourier

La discretizazión de una onda de audio puede representarse como una secuencia de presiones. Si se divide en tramas de breve duración y se calcula la transformada de Fourier discreta de la onda en cada una de ellas, se obtiene, para cada una, una distribución de las ondas principales que forman parte del sonido de la trama (el "espectro"). Si todas estas distribuciones se representan como una secuencia de líneas de intensidad, se obtiene una representación temporal de la distribución espectral del sonido completo: lo que se conoce como "el espectro" de la onda.

Figura 5 Una onda de audio (una frase de piano) y una representación de su espectro.



Fuente: Elaboración propia.

Este trabajo consiste en que los alumnos, a partir de los datos que se incluyen (una onda de una frase de piano y una de un trino de pájaro) y de los programas que se adjuntan (uno que realiza la transformada de Fourier de manera elemental y otro que calcula todo el espectro), traten de:

- Explicar las nociones de discretización, trama y espectro.
- Explicar la noción de transformada discreta de Fourier como interpolación lineal por mínimos cuadrados.
- Explicar las semejanzas y diferencias entre las gráficas de las ondas de audio (la del trino tiene mucho ruido) y sus correspondientes espectros.

Evidentemente, no se espera que los alumnos adquieran un conocimiento teórico de la transformada de Fourier, sino familiarizarlos con las técnicas de discretización, muestreo y aproximación por mínimos cuadrados en problemas con dimensiones grandes.

Reflexiones sobre los ejemplos

Consideramos fundamental que sean los alumnos los que investiguen en primer lugar el origen del problema. El mero hecho de resolver funciones, por ejemplo, o de plantear sistemas de ecuaciones lineales genera una sensación de "irrealidad" natural en el alumno.

En segundo lugar, y una vez entendido el problema, deben relacionarlo (y, si es el caso, resolverlo) con los métodos numéricos apropiados. En este caso, para las ecuaciones no lineales, deben recurrir a bisección, regula falsi, punto fijo, Newton-Raphson y secante, que son los que se han estudiado en clase. Para las aplicaciones lineales y para el espectro, deben comprender el papel del álgebra lineal en las aplicaciones comunes: la gestión de imágenes o la transformada de Fourier.

Así, serán conscientes de que un problema real, no consiste en resolver un ejercicio "de salón". Se encontrarán situaciones en que la física (o las restricciones de tamaño de una imagen) imponen requisitos que han de tenerse en cuenta a la hora de comprobar si la solución obtenida por medio de un método numérico es razonable o no. Si el Método de Newton da una raíz que implica un volumen negativo, o si la matriz de desenfoque no se define correctamente en los bordes, o si el espectro generara ondas con frecuencia mayor que la de Nyquist, ¿tendría sentido esa "solución"?

En el caso, además de las ecuaciones no lineales, los alumnos presentan las soluciones obtenidas comparando los distintos métodos y analizan las ventajas e inconvenientes de cada uno de ellos sobre un problema real. De esta forma son ellos los que juzgan al método y no es simplemente una pregunta más de un examen que hay que responder por obligación.

Resultados

La primera implantación de esta metodología tuvo lugar en el curso 2016-17 y se comprobó que los alumnos mostraban un alto grado de interés en los problemas propuestos (que ese año consistieron exclusivamente en la utilización de los métodos aproximados de cálculo de raíces a problemas reales) y un buen grado de comprensión de ellos, lo que les lleva a experimentar de primera mano la utilidad de los algoritmos teóricos para aplicaciones experimentales ingenieriles.

Conclusiones

Nos parece que la única manera de enfrentarse al problema de la desubicación de la asignatura en el plan de estudios es hacer que el alumno compruebe cómo las técnicas teóricas de cálculo numérico son directamente aplicables a problemas comprensibles por él. Esto requiere la búsqueda detallada de estas cuestiones, pues los estudiantes de primer curso no tienen el suficiente conocimiento de las materias como para plantearles problemas "de clase" en los que tenga sentido aplicar los métodos numéricos. Pensamos que la realización de un trabajo en grupo es un planteamiento coherente y eficaz para paliar esta deficiencia.

Ventajas:

- Al preparar ellos el tema se familiarizan con él y toman mucho más interés que si lo presentara el profesor.
- Son conscientes de lo diferente que es un problema real de uno teórico inventado.

- Al tener que resolver un problema real de forma eficiente, comparan los distintos métodos y fomentan el espíritu crítico.
- Conseguimos de laguna manera integrar la asignatura en la carrera, a pesar de estar aún en primer curso.

Referencias

[1] UNED: Ficha descriptiva de Métodos Numéricos (Cód. 68904032) http://portal.uned.es/

[2] UC3M: Grado en Tecnologías Industriales http://www.uc3m.es

[3] UPCT: Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales (5121) http://www.upct.es

[4] UNavarra: Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales, Guía de asignaturas http://www.unavarra.es/

[5] UDC: Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales, estructura http://estudios.udc.es/

[6] UPV: Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales http://www.upv.es/

[7] US: Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales (Asignatura de Métodos Matemáticos) http://www.us.es/

[8] UPM: Guía de Aprendizaje, Matemáticas de la especialidad de Ingeniería Mecáncia (55000054) http://www.upm.es

[9] UVA: Guía Docente Matemáticas III del grado en Tecnologías Industriales http://www.uva.es/

[10] UVA: Proyecto Docente de la Asignatura Métodos Matemáticos en la Ingeniería, Grado en Tecnologías Industriales http://www.uva.es/

[11] UPC: Ficha 240032 (Métodos Numéricos) http://www.upc.edu

[12] UVigo: Ficha V12G360V01505, Matemática Aplicada I, Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales http://www.uvigo.gal/

[13] UJI: Métodos Matemáticos (Cód. ET1022) http://www.uji.es

[14] UNICAN: Guía de la asignaturas (código G1019) Métodos Matemáticos para la Ingeniería. Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales http://www.unican.es

[15] UNICAN: Guía de la asignaturas (código G697) Métodos. Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales http://www.unican.es

[16] UNIZAR: Mapa del Grado de Ingeniería en Tecnologías Industriales http://www.unizar.es/

[17] Deusto: Plan de estudios, Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales http://www.deusto.es/

[18] UCA: Planificación de la enseñanza, ESI. http://www.uca.es/

[19] UNebrija: Plan de estudios del Grado de Ingeniería en Tecnologías Industriales http://www.nebrija.com/