



Uso de herramientas de Software Libre para la enseñanza de las Matemáticas en los nuevos Grados

Luis Bayón, José M. Grau, José A. Otero, María M. Ruiz, Pedro M. Suárez

*Departamento de Matemáticas, EPI Gijón, Universidad de Oviedo. [Tel:985182243](tel:985182243),
[FAX:985182298](mailto:mruiz@uniovi.es), mruiz@uniovi.es*

Resumen

En este trabajo se analizan las ventajas del uso de las aplicaciones basadas en Software Libre y/o gratuito. Nos centraremos en el papel que desempeñan estas herramientas en el aprendizaje de las Matemáticas en las Enseñanzas Técnicas. Más concretamente nos centramos en dos de ellas: El Wolfram Demonstrations Project y el paquete de cálculo simbólico wxMaxima. Analizaremos primero las ventajas generales del Software Libre para posteriormente presentar un ejemplo de aplicación llevado a cabo en la Escuela Politécnica de Ingeniería de la Universidad de Oviedo.

Palabras Clave: Software Libre; wxMaxima; Wolfram Demonstrations Project.

Abstract

This paper discusses the advantages of the use of Free Software-based applications and focus on the role of these tools for learning mathematics in Technical Education. More specifically we focus on two: The Wolfram Demonstrations Project and wxMaxima symbolic computation package. First discuss the general advantages of free software to then submit an application example carried out at the Polytechnic School of Engineering at the University of Oviedo.

Keywords: Free Software; wxMaxima; Wolfram Demonstrations Project.

1. Introducción

En los últimos tiempos el Software Libre está cobrando gran importancia y cada vez son más los usuarios que lo manejan. Si hace unos años eran reducto de freaks informáticos, hoy cualquiera ha oído hablar, e incluso usa, programas como el navegador web Firefox.

Según la definición propuesta por Richard Stallman [1] un programa es software libre si el usuario tiene las siguientes libertades o derechos:

- 1) La libertad de ejecutar el programa, con cualquier propósito.
- 2) La libertad de estudiar cómo funciona el programa, y adaptarlo a sus necesidades.



- 3) La libertad de distribuir copias.
- 4) La libertad de mejorar el programa y hacer públicas las mejoras a los demás, de modo que toda la comunidad se beneficie.

Existen varias licencias que garantizan que los programas distribuidos como software libre se mantengan como tales, siendo la más común la GNU GPL [2]. A los programas, cuyas licencias privan del derecho a estudiarlos, modificarlos o redistribuirlos, se les conoce como Software Propietario.

Si nos centramos en el ámbito de la docencia, la utilización de programas informáticos está cada vez más extendida. En las Universidades, y más concretamente en las asignaturas de Matemáticas que se imparten en las Enseñanzas Técnicas, cada vez son más utilizados programas que realizan diversos cálculos y representan funciones. Sin embargo, los precios de las licencias de estas herramientas, en el caso de Software Propietario, pueden limitar su utilización a las instituciones y con mayor motivo al alumnado.

La adaptación de las asignaturas en el marco del EEES es una tarea fundamental para los profesores. El nuevo modelo de enseñanza-aprendizaje reclama nuevas herramientas y la utilización de distintos paquetes de Software libre es una de las más útiles y fáciles de manejar por los alumnos. En este contexto el uso de aplicaciones de Software libre puede ayudar decisivamente a la renovación pedagógica que está incluida en la adaptación al EEES. Los alumnos tendrán a su disposición (de forma gratuita y desde casa) las mismas herramientas que el profesor lo que les hará mucho más fácil involucrarse en la marcha de la asignatura.

El trabajo que vamos a presentar lo hemos estructurado de la siguiente forma. En la siguiente sección analizaremos las ventajas generales del Software Libre y/o gratuito. En la sección 3 veremos una somera descripción de las dos herramientas que vamos a utilizar: el Wolfram Demonstrations Project (WDP) [3] y el paquete de cálculo simbólico wxMaxima [4]. En la sección 4 presentaremos un ejemplo basado en la experiencia que los firmantes del trabajo hemos tenido en la Escuela Politécnica de Ingeniería de la Universidad de Oviedo. Esta experiencia surgió como consecuencia del



proyecto de publicación de la asignatura Cálculo en OCW [5]. Finalmente resumiremos los principales resultados y conclusiones de este trabajo.

2. Ventajas del Software Libre y/o gratuito

Cuando nos decidimos a usar programas considerados como software libre, se tuvieron en cuenta muchos aspectos, que van más allá de la simple gratuidad de la mayoría de ellos. A continuación resumimos algunas de las ventajas que, a nuestro juicio, presentan las herramientas que decidimos utilizar.

a) **Ventajas Económicas.** Con los programas de software propietario es necesario comprar licencias de uso. Por ejemplo, muchos profesores universitarios utilizan programas de cálculo simbólico (CAS) como Mathematica o Maple. Estos programas tienen precios que pudieran ser calificados como imposibles de asumir por los estudiantes si pretenden trabajar con dichos programas en casa. De todas formas recordemos la frase que resume la filosofía de GNU [2]:

"El software libre es una cuestión de libertad, no de precio"

b) **Ventajas Legales.** Una ventaja de usar software libre y/o gratuito en la docencia, es que podemos distribuir copias del programa legalmente a los alumnos. El uso de programas libres evita tener que recurrir a trabajar con programas ilegales. La licencia del programa libre nos autoriza a su distribución. Citando a Stallman [1]:

"Si usas un programa sin la libertad de distribuir copias, pronto te enfrentarás a un dilema moral cuando un amigo te diga: Ese programa que tienes me sería útil. ¿Podrías darme una copia?"

c) **Ventajas Científicas.** Existe un estrecho paralelismo entre el uso del software libre y el Método Científico. En efecto, en la ciencia es fundamental la crítica de los resultados por parte de otros científicos para así obtener nuevos resultados. Exactamente lo mismo sucede en el mundo del software libre. Uno puede tomar el código de otro programador, examinarlo, mejorarlo, corregirlo, e incluso usarlo como base para desarrollar un nuevo programa. Ahora bien, aunque todas las demos del



WDP son accesibles gratuitamente, para poder acceder al código el usuario debe de disponer de una licencia del Mathematica.

d) Ventajas Formativas. Cuando se enseña a los alumnos en base a las características de ciertos programas concretos, se corre el riesgo de que estos, con el paso del tiempo, se queden obsoletos. Además la formación de los alumnos con este tipo de software es independiente de una tecnología concreta. Se trata, por tanto de una formación basada en fundamentos y no en aplicaciones.

e) Ventajas Filosóficas. Si partimos de la base de que la educación no es exclusivamente transmitir una serie de conocimientos técnicos o prácticos, sino que busca también transmitir valores socialmente positivos, resulta claro que la utilización de este software puede contribuir a este propósito. Con el uso de programas de software libre se fomentan en el aula valores como la libertad, el conocimiento compartido, la solidaridad, el respeto a las leyes. Citando de nuevo a Stallman [1]:

"Un programa que sea software libre puede no ser técnicamente superior, pero siempre será éticamente superior"

Consideramos que éstas son razones más que suficientes para utilizar programas considerados con estos software.

3. Descripción de las Herramientas

Como ya comentamos en la introducción, en este trabajo nos vamos a centrar en las asignaturas de Matemáticas que se imparten en las Enseñanzas Técnicas, y más concretamente en la asignatura de Cálculo para los distintos Grados en Ingeniería.

En el caso particular de la enseñanza de las matemáticas, se resume muy bien en [6] la importancia fundamental que el uso de programas informáticos tiene en el desarrollo de esta disciplina:

"El uso del ordenador en clase de Matemáticas favorece la adquisición de conceptos, permite el tratamiento de la diversidad y el trabajo en grupo, y es un elemento motivador que valora positivamente el error".



Por ello buscamos programas de ordenador que nos ayuden en ese sentido. Veamos a continuación una somera descripción de las dos herramientas que vamos a utilizar. Remitimos al lector a las referencias bibliográficas que aportamos para que profundice en ellas.

1. wxMaxima.

Hay muchos paquetes de Cálculo Simbólico (CAS) que cumplen en mayor o menor medida los requisitos que se necesitan para enseñar y aprender Cálculo. Los sistemas de CAS son programas capaces de realizar operaciones simbólicas como diferenciación, integración, factorización de polinomios, etc. y también se caracterizan porque soportan aritmética de precisión arbitraria.

Sólo por mencionar algunos, y sin ningún orden particular, casi todos conocemos Mathematica, Matlab o Maple. También hay una larga lista de programas englobados en el mundo del software libre que se pueden adaptar a este trabajo, como por ejemplo: Axiom, Maxima, Octave, Sage, Yacas, etc. Siempre hay que intentar escoger la herramienta que mejor se adapte al problema que se presenta y, en nuestro caso, creemos que wxMaxima [4] cumple con creces las necesidades de un curso de Cálculo.

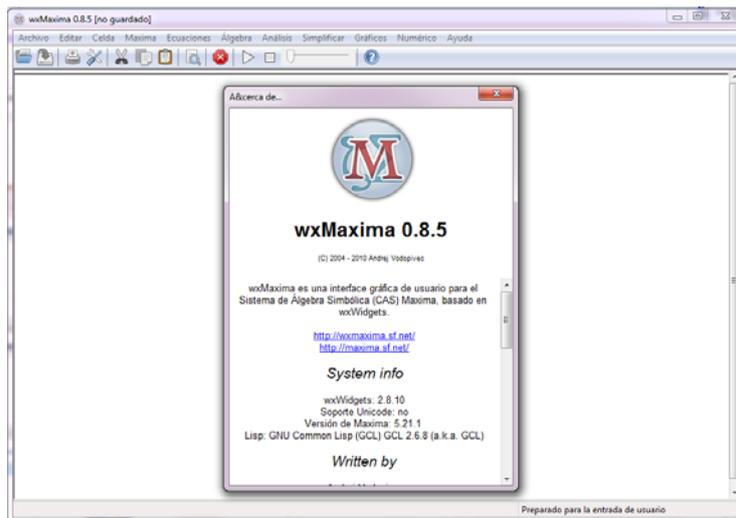


Figura 1. wxMaxima



Maxima es un descendiente de Macsyma, el legendario sistema de álgebra computacional desarrollado a finales de 1960 en el MIT. Trabaja con Licencia GNU GPL y lenguaje de programación Lisp. La versión wxMaxima es un entorno gráfico para Maxima que simplifica mucho su uso y facilita el manejo a quien está empezando.

2. Wolfram Demonstrations Project.

El Wolfram Demonstrations Project (WDP) [3] es un recurso de software gratuito incluido dentro de los recursos que Mathematica pone a disposición de los estudiantes. Este proyecto utiliza computación dinámica para dar vida a múltiples conceptos de matemáticas, pero también de otras disciplinas de la ciencia, la tecnología, e incluso el arte, las finanzas, etc.



Figura 2. Wolfram Demonstrations Project

Los temas se organizan por categorías, con visualizaciones interactivas que son constantemente añadidas por los usuarios de Mathematica. Esta colección está siendo creada día a día por miles de usuarios de todo el mundo y contiene aplicaciones que involucran temas de Álgebra, Geometría, Astronomía, Economía, Ingeniería, etc., los cuales ayudan al aprendizaje de los alumnos. Actualmente (Marzo de 2011) su número es de más de 6760.



Todas estas demos, así como su código fuente, se pueden descargar de forma gratuita, y son operativas en cualquier ordenador que tenga el programa Mathematica o, todavía más cómodo, utilizando el programa gratuito *Wolfram CDF Player* [7].

4. Experiencia en un proyecto OCW

Los profesores firmantes del trabajo hemos participado en un proyecto de publicación de la asignatura Cálculo en OCW [8], asignatura que es común a todos los grados de Ingeniería de la Universidad de Oviedo. Aparte de otros materiales que nada tienen que ver con este trabajo, como apuntes, transparencias, exámenes de autocontrol, etc. en dicho proyecto se incluyeron dos contenidos que son los que queremos mostrar en este trabajo.

1. Guiones de Prácticas con wxMaxima.

Se han creado una serie de guiones de prácticas de Laboratorio para la asignatura. En las prácticas se resuelven problemas correspondientes a los diversos temas de la asignatura, procurando mantener en todo momento una coordinación total con los contenidos desarrollados en las Clases Expositivas y en las Prácticas de Aula. Los guiones fueron accesibles, desde el primer día de clase, a través de la página web de la asignatura [9] y del Campus Virtual de la Universidad de Oviedo [10].

2. Demos de WDP.

Se han buscado en la base de datos de WDP, demos relacionadas con la asignatura de Cálculo, las cuales se presentan a los alumnos para potenciar visualmente los conceptos teóricos desarrollados en las Clases Expositivas. Estas demos también se pusieron a disposición de las alumnos por las mismas vías que los guiones.

A continuación presentamos un ejemplo, que consideramos muy ilustrativo, del uso de estas herramientas en una práctica docente.

4.1. Ejemplo

Hemos elegido el tema de los polinomios de Taylor. En una presentación tradicional con transparencias de Power Point, el profesor se limita a comentar una representación gráfica como la que presentamos en la Figura 3.

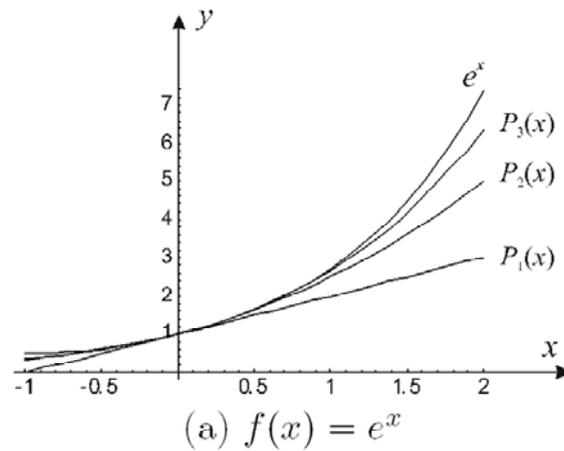


Figura 3. Polinomios de Taylor

Durante la sesión de prácticas de laboratorio, se introduce la orden que permite el cálculo del polinomio de Taylor centrado en un punto y se puede usar la ventana de diálogo (Figura 4). Así podemos observar la evolución del polinomio de Taylor cuando se cambia el dominio o se aumenta el grado.

Polinomio de Taylor de orden n de una función f en un punto a :

$$T(f, a, n)(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + \frac{f''(a)}{2!}(x - a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x - a)^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x - a)^n$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x - a)^k$$



Figura Ventana para el cálculo del polinomio de Taylor

<code>taylor(f(x), x, a, n)</code>	polinomio de Taylor de la función f en el punto a y de orden n
<code>trunc(polinomio)</code>	convierte polinomio de Taylor en un polinomio
<code>taylorp(polinomio)</code>	devuelve true si el polinomio es un polinomio de Taylor

Figura 4. Órdenes y ventana de diálogo



Además, en la página Web del WDP disponemos de varias demos que ilustran perfectamente este fenómeno. Hemos elegido una de ellas, concretamente la que aparece en la Figura 5. Podemos utilizar varias funciones precargadas, modificar el grado de la aproximación, e incluso el punto de expansión. Su uso es totalmente intuitivo, y el impacto en los alumnos muy grande.

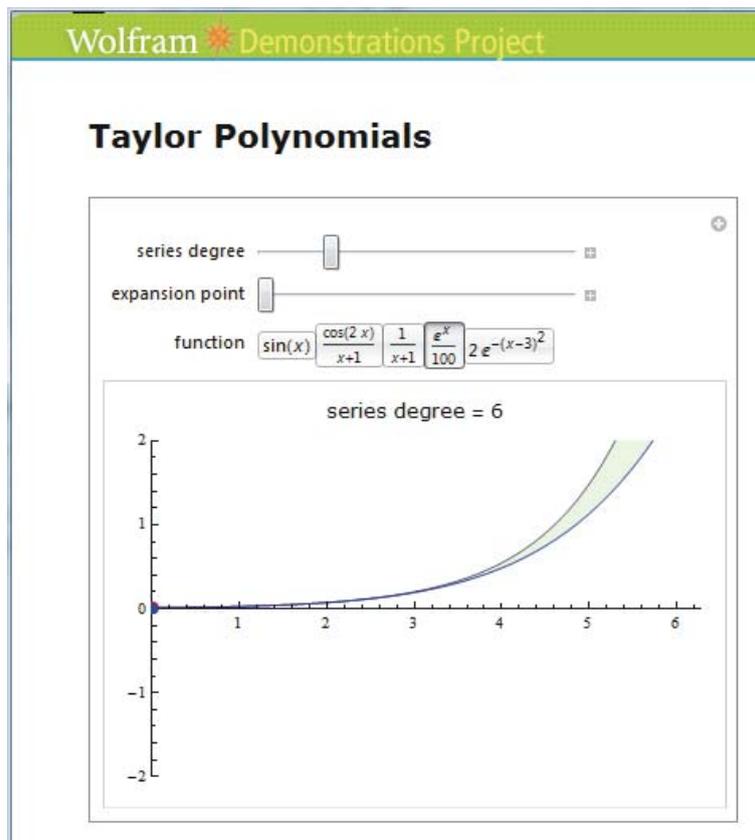


Figura 5. Nombre de la demo: *Taylor Polynomials*

Por último, una vez acabada la clase, proponemos a los alumnos que resuelvan en casa el mismo ejemplo con wxMaxima. En la clase de prácticas de laboratorio siguiente, corregiremos este ejercicio. Hemos podido constatar que, con la ayuda propia del wxMaxima y los guiones de prácticas ya comentados, los alumnos son perfectamente capaces de llevarlo a cabo. Presentamos en la Figura 6 el mismo problema resuelto con wxMaxima. Observamos la facilidad de uso del programa.

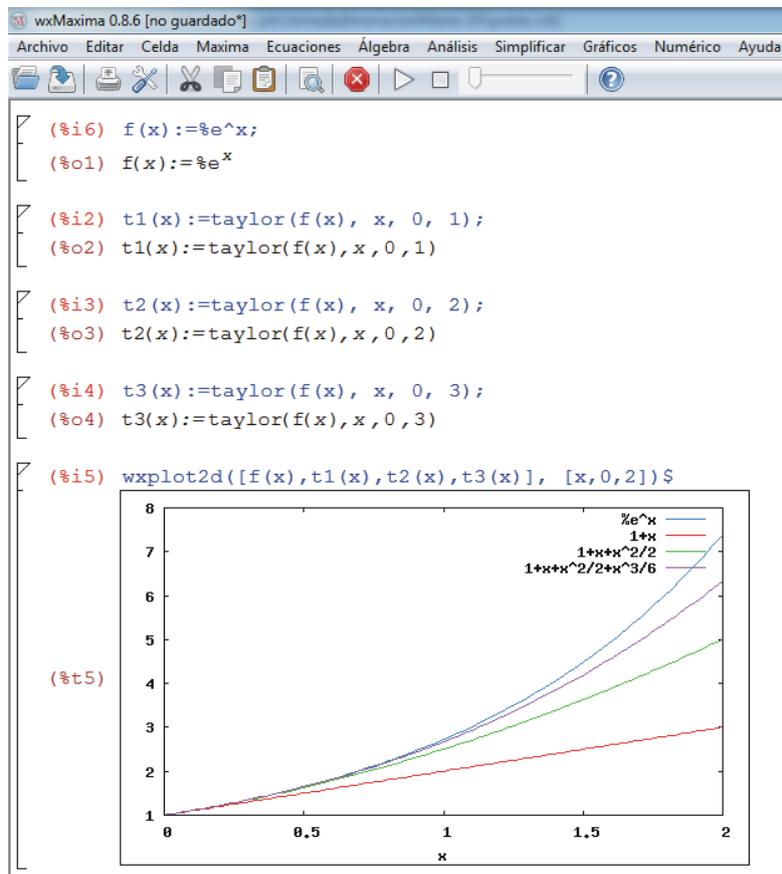


Figura 6. Código con wxMaxima

De esta forma hemos conseguido los objetivos que nos habíamos fijado en este tema:

- Que el alumno comprenda el concepto de la aproximación polinómica.
- Que el alumno analice la influencia del grado de la aproximación.
- Que comprenda el significado del punto de expansión.
- Que comprenda perfectamente el concepto de aproximación local.

5. Resultados y Conclusiones

En el presente curso ya se han utilizado estas herramientas y resumimos a continuación algunos de los resultados fundamentales que hemos observado.

- Los alumnos valoran muy positivamente el hecho de poder descargar en casa el programa wxMaxima para practicar con el fuera del horario lectivo. Al tener a su



disposición las mismas herramientas que el profesor les es mucho más fácil involucrarse en la marcha de la asignatura.

- Las demos de WDP les resultan muy ilustrativas de los conceptos teóricos. Las animaciones suponen un gran avance respecto a las figuras estáticas que hasta ahora mostrábamos. Con el uso de estas aplicaciones manifiestan que consiguen muy fácilmente visualizar los conceptos que se presentan en clase. Además, algunos alumnos, las han utilizado también para otras asignaturas.

- Y nuestra reflexión es que, de esta forma, conseguimos la participación de los alumnos en el desarrollo de la clase pasando de ser meros receptores de información a ser elementos activos. Este aprendizaje interactivo, constituye una poderosa herramienta para la innovación docente, que es imprescindible con la implantación de los nuevos planes de estudio en el marco del Espacio Europeo de Educación Superior.

6. Referencias

1. R. M. Stallman. "Software libre para una sociedad libre".
<http://biblioweb.sindominio.net/pensamiento/softlibre/>
2. GNU operating system. <http://www.gnu.org>
3. Wolfram Demonstrations Project <http://demonstrations.wolfram.com/>
4. wxMaxima <http://wxmaxima.sourceforge.net/>
5. MIT OCW <http://mit.ocw.universia.net/ocw.htm>
6. Miguel Á. Abánades, Francisco Botana, Jesús Escribano y Luis F. Tabera, Software matemático libre, La Gaceta de la RSME, Volumen 12, Número 2 (2009).
7. Wolfram CDF Player <http://www.wolfram.com/cdf-player/>
8. Proyecto PAOCW2-10-001 de publicación de la asignatura Cálculo en el OCW.
9. Página web de la asignatura Cálculo <http://www.unioviedo.es/bayon/calculo>
10. Campus Virtual de UNIOVI <https://www.innova.uniovi.es/innova/campusvirtual>