

## **Integración de las Matemáticas en los nuevos Grados en Ingeniería**

Luis Bayón, José M. Grau, María M. Ruiz, José A. Otero, Pedro M. Suárez

*Departamento de Matemáticas, EPI Gijón, Universidad de Oviedo. [mruiz@uniovi.es](mailto:mruiz@uniovi.es)*

### **Resumen**

En este trabajo se describe un sistema empleado el curso 2011-2012 en la Asignatura Ampliación de Matemáticas en la EPI de Gijón, cuyo objetivo es integrar las Matemáticas en los nuevos Grados en Ingeniería. El objetivo es conseguir que los alumnos vean esta asignatura como una parte fundamental de su formación, engarzada con el resto de las asignaturas más "técnicas" y no como un elemento discordante. El sistema se basa en cuatro pilares fundamentales para cada tema de la asignatura: (1) Presentaciones Power Point de tipo divulgativo sobre el papel del tema matemático en la ingeniería; (2) Apuntes de otras asignaturas del grado, donde se vea claramente su uso; (3) Demos del Wolfram Demonstrations Project con la visualización clara del concepto; (4) Archivos generados con el paquete de cálculo simbólico wxMaxima replicando las demos anteriores.

**Palabras Clave:** Integración de las Matemáticas, Grados en Ingeniería, wxMaxima, Wolfram Demonstrations Project.

### **Abstract**

This paper describes a system used during 2011-2012 in the Subject Extension of Mathematics in EPI of Gijón, which aims to integrate mathematics in the new degree in Engineering. The goal is to get students to see this subject as part of their training, studied with the other subjects more "technical" and not a discordant element. The system is based on four pillars for each item on the subject: (1) Power Point Presentations informative type on the role of mathematics in the engineering theme, (2) Notes from other subjects of the degree, which is seen clearly use, (3) Let the Wolfram Demonstrations Project with clear visualization of the concept, (4) files generated by the symbolic computation package wxMaxima replicating the previous demos.

**Keywords:** Integrating Mathematics, Engineering Degrees, wxMaxima, Wolfram Demonstrations Project.

## **1. Introducción**

En primer lugar vamos a situar en su contexto el presente trabajo. La experiencia que vamos a presentar ha sido desarrollada durante el curso 2011-2012 en la Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón, de la Universidad de Oviedo, en la asignatura Ampliación de Matemáticas, cuyos datos completos presentamos en la Tabla 1.

Los profesores autores del trabajo, todos ellos con más de 20 años de docencia en diversas asignaturas de matemáticas en Escuelas de Ingeniería, constatamos que los alumnos piensan que las matemáticas son una disciplina bastante alejada del resto de las asignaturas más “técnicas” que cursan en la carrera. Suelen entender las matemáticas como un escollo que tienen que quitarse de en medio, sin utilidad ninguna.

**Tabla 1.** Contexto del trabajo.

<b>NOMBRE:</b>	AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS
<b>CÓDIGO:</b>	GITECI01-2-002
<b>TITULACIÓN:</b>	Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales
<b>CENTRO:</b>	Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón
<b>TIPO:</b>	Ampliación de Formación Básica
<b>Nº DE CRÉDITOS:</b>	9
<b>PERIODO:</b>	Curso 2º; Semestre 1º

Por ello nos propusimos como objetivo conseguir cambiar esta equivocada apreciación de los alumnos, mostrándoles la realidad: la indudable utilidad de las matemáticas y su carácter de disciplina indispensable para cualquier ingeniero. Para ello, utilizamos una combinación de herramientas ya conocidas, pero que, con el esquema que presentaremos a continuación, consiguen una eficacia mucho mayor que cada una de ellas por separado.

Destacar que hemos prestado especial atención al hecho de que todas las herramientas utilizadas sean fáciles de usar por los alumnos. En este contexto el uso de aplicaciones de Software libre es decisivo. Los alumnos tendrán a su disposición, de forma gratuita y desde casa, las mismas herramientas que el profesor, con lo que les será mucho más fácil involucrarse en la marcha de la asignatura.

El trabajo que vamos a presentar lo hemos estructurado de la siguiente forma. En la siguiente sección veremos con detalle el esquema del método propuesto. En la sección 3 presentaremos ejemplos basados en la experiencia que los firmantes del trabajo hemos tenido en la Escuela Politécnica de Ingeniería de la Universidad de Oviedo. Finalmente resumiremos los principales resultados y conclusiones de este trabajo.

## **2. Método de Trabajo**

Veamos a continuación los 4 pilares en los que hemos fundamentado el desarrollo de este trabajo:

- (1) Presentaciones Power Point.
- (2) Apuntes de otras asignaturas del grado.
- (3) Demos de Wolfram Demonstrations Project.
- (4) Paquete de cálculo simbólico wxMaxima.

Como vemos se trata de herramientas clásicas, algunas de ellas incluso muy conocidas como el Power Point, pero que cobran nuevo impulso utilizándolas de forma combinada.

Comencemos con la descripción detallada del procedimiento. La asignatura objeto de estudio, Ampliación de Matemáticas, consta de 5 temas: Tema 1: Integrales múltiples; Tema 2: Integrales de línea y superficie; Tema 3: Ecuaciones diferenciales; Tema 4: Series de Fourier. Aplicaciones; Tema 5: Variable compleja. Cada vez que comenzamos un tema nuevo, presentamos a los alumnos la siguiente introducción.

### **(1) Presentaciones Power Point**

En primer lugar presentaciones Power Point de tipo divulgativo, es decir, con las cuestiones analizadas de un modo superficial y vistoso, sobre el papel del tema matemático que vayamos a tratar en la ingeniería. Esto es un clásico.

- En el Tema 1 podemos comenzar con el cálculo de áreas, volúmenes, longitudes, masas, momentos de inercia, etc. elementos fundamentales en diversas asignaturas de la carrera. También podemos abordar cuestiones más llamativas como por ejemplo el Paraboloide Hiperbólico, con sus aplicaciones en la arquitectura de Gaudí o al diseño de las patatas Pringles.
- En el Tema 2 la teoría vectorial de Campos es fundamental en Ingeniería. Los alumnos ya conocen algunas de las aplicaciones de la divergencia y el rotacional de un campo vectorial. Podemos, por ejemplo, presentarles como el teorema de Stokes se usa en electricidad y magnetismo para deducir la Ley de

Faraday o la Ley de Ampere. O como el Teorema de la divergencia o de Gauss se utiliza en electricidad, magnetismo y mecánica de fluidos para derivar leyes físicas, tales como la ley de Gauss, la ecuación de continuidad en Mecánica de Fluidos o la ecuación de continuidad en transmisión de calor. Si queremos abordar cuestiones más sofisticadas, incluso con notas históricas, podemos recurrir a la Botella de Klein, la cinta de Moebius, o la bóveda de Viviani.

- El Tema 3 nos ofrece un amplio abanico de posibilidades: desde las clásicas aplicaciones al estudio de vibraciones y circuitos eléctricos, hasta problemas de mezclas, crecimiento de poblaciones, problemas de calefacción y enfriamiento de edificios, mecánica newtoniana, problemas de reacciones químicas y otros muchos. Sin duda el fenómeno de la resonancia, acompañado del clásico video del puente de Tacoma, llamará la atención de nuestros alumnos. Si queremos ser más atrevidos incluso podemos animarnos a mostrarles unas pinceladas sobre el fenómeno del caos.
- En el Tema 4 es obligado presentar cómo el Análisis de Fourier, a través de las Series de Fourier y las Transformadas de Fourier, se ha convertido en una materia con enormes aplicaciones en campos diversos como: el procesamiento de señales, el tratamiento de sonidos e imágenes, la compresión de datos o el análisis vibratorio. El análisis del comportamiento armónico de una señal o la resolución de algunas ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que admiten soluciones particulares en forma de series de Fourier, y que se aplican en la teoría de la transmisión del calor o en la teoría de vibraciones de cuerdas y placas son otra de las clásicas presentaciones de este tema.
- Por último el Tema 5 nos brinda la posibilidad de presentar la teoría de las funciones de variable compleja, o teoría de funciones analíticas, que no sólo es una de las teorías matemáticas más hermosas, sino que además es bien conocida su aplicación en varias ramas de la ciencia y la técnica. Muchos problemas interesantes en matemática aplicada, que aparecen en la teoría del calor, la dinámica de fluidos y la electrostática, encuentran su marco adecuado en la teoría de funciones analíticas y en la teoría de los residuos. Si vemos que

la audiencia es receptiva, el mundo de los fractales puede llegar a sorprenderlos.

Debemos aclarar que la enumeración anterior de posibles presentaciones de Power Point no intenta ser exhaustiva. De hecho durante el pasado curso se mostraron sólo algunas de cada tema.

Los profesores autores de este trabajo llevamos años usándolas y hemos detectado que el interés que despiertan en el alumnado es bastante discreto. Sí es cierto que sirven para cumplir el primer objetivo: contestar a la famosa pregunta: *¿y esto de matemáticas que me vas a dar para qué sirve?* Pero hemos también detectado una cierta desconfianza hacia ellas. Dicho de un modo más claro: no se creen que de verdad lo vayan a utilizar después. Y es ahora donde interviene de un modo fundamental la segunda herramienta.

## **(2) Apuntes de otras asignaturas del grado**

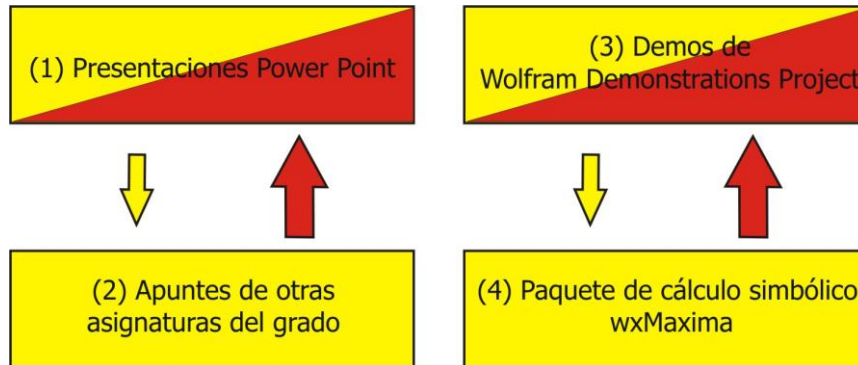
Una vez vista la presentación de Power Point que nosotros hemos realizado, llega el momento de mostrarles apuntes reales de otras asignaturas de la carrera.

Hemos detectado que es fundamental no manipular dichos apuntes. Es decir, no recortar, no mostrar sólo una parte, o una página... Dado que los apuntes suelen estar disponibles en red (por ejemplo, a través del Campus Virtual [1] en el caso particular de la Universidad de Oviedo), lo mejor es abrirlos directamente delante de ellos.

El efecto es sorprendente. Lo que antes era una mera anécdota, más o menos interesante, se convierte ahora en una parte fundamental de asignaturas "*reales*" como Mecánica y Termodinámica, Ondas y Electromagnetismo, Ampliación de Electromagnetismo, Ampliación de Mecánica, Ingeniería Térmica, Resistencia de Materiales, Tecnología Eléctrica, Mecánica de Fluidos, Teoría de Estructuras, Regulación automática, etc.

En la figura 1 presentamos un esquema del método que proponemos. Con los colores hemos intentado representar que si las técnicas (1) y (2), por separado, tienen un efecto tibio (digamos un tono amarillo), juntas y en el orden correcto, es decir al realimentar (2) a (1) el efecto multiplicador es muy elevado (tono rojo).

En la sección siguiente mostraremos un ejemplo concreto de este apartado.



**Figura 1.** Esquema del método

Llegados a este punto no debemos olvidar la importancia fundamental que según numerosos autores tiene el uso de programas informáticos en el desarrollo de la enseñanza de disciplinas matemáticas. Citando a M. A. Abánades et al. [2]:

*"El uso del ordenador en clase de Matemáticas favorece la adquisición de conceptos, permite el tratamiento de la diversidad y el trabajo en grupo, y es un elemento motivador que valora positivamente el error".*

Por ello vamos a utilizar a continuación, también de forma combinada, dos herramientas informáticas para conseguir el objetivo propuesto de la integración de las matemáticas en los grados de ingeniería. En el ámbito de la docencia, la utilización de programas informáticos está cada vez más extendida. En las Universidades son cada vez más utilizados, pero los precios de las licencias de estos paquetes, en el caso de Software Propietario, pueden limitar su utilización al alumnado.

Por ello no ha sido casualidad que las dos herramientas utilizadas pertenezcan a la categoría de software libre. Su elección estuvo motivada por muchos aspectos, que van más allá de la simple gratuidad. Es cierto que presentan ventajas económicas, pero recordemos la frase que resume la filosofía de GNU [3]: *"El software libre es una cuestión de libertad, no de precio"*

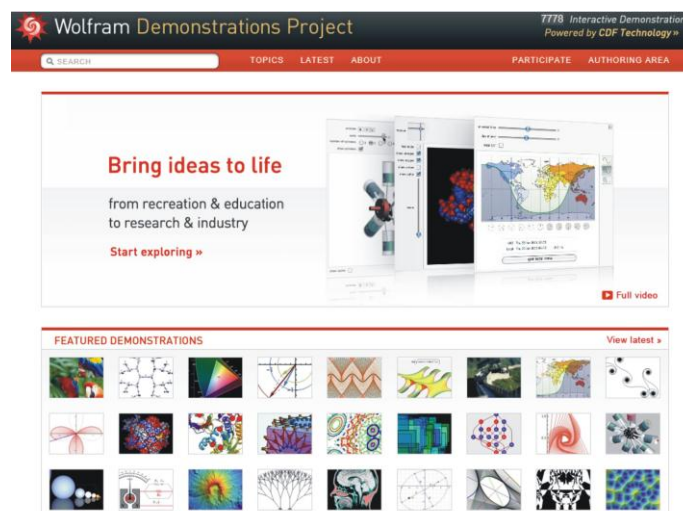
Sobre todo nos hemos decidido por sus ventajas legales, científicas, formativas y filosóficas. Creemos que una cita de Stallman [4] resume perfectamente este tema: *"Un programa que sea software libre puede no ser técnicamente superior, pero siempre será éticamente superior"*

Los autores de este trabajo estamos convencidos de que el uso de aplicaciones de Software libre puede ayudar decisivamente a la renovación pedagógica que lleva aparejada la adaptación al EEES (puede consultarse [5] para una explicación más pormenorizada). Si queremos favorecer el autoaprendizaje, es fundamental que los alumnos tengan a su disposición de forma gratuita y desde casa las mismas herramientas que el profesor. Sólo así podrán involucrarse en la marcha de la asignatura. Veamos con detalle nuestra idea.

### (3) Demos de Wolfram Demonstrations Project

El siguiente paso consiste en utilizar demos del Wolfram Demonstrations Project (WDP) [6]. Concebido por el creador de Mathematica, el científico Stephen Wolfram, WDP es un recurso de código abierto que usa computación dinámica para visualizar conceptos de la ciencia, la tecnología, las matemáticas y una notable variedad de otros campos.

Desde su inicio en 2007, la colección de ilustraciones interactivas de WDP crece día a día, siendo creadas por los usuarios de Mathematica de todo el mundo. Actualmente (Marzo de 2012) su número es de más de 7800. Es muy importante destacar que cualquier persona del mundo puede utilizarlas libremente, pues todas estas demos se pueden descargar de forma gratuita, y son operativas en cualquier ordenador utilizando el programa gratuito CDF Player [7].



**Figura 2.** Wolfram Demonstrations Project

## XX Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas

Para los temas que componen nuestra asignatura, el número de demos que podemos presentar es muy grande. A continuación señalaremos sólo algunas de ellas. Los archivos pueden localizarse fácilmente en el buscador incorporado en WDP con los nombres de los archivos que se indican. La extensión de todos ellos es Mathematica Notebook (.cdf).

### Tema 1:

- ApproximatingVolumesBySummation
- CavalierisPrinciple
- DoubleIntegralForVolume
- ExploringCylindricalCoordinates, ExploringSphericalCoordinates

### Tema 2:

- IntegratingAVectorFieldAlongACurve
- VectorFieldFlowThroughAndAroundACircle
- TheDivergenceGaussTheorem
- ApproximatingTheLengthOfVivianisCurve

### Tema 3:

- ForcedOscillatorWithDamping
- SeriesRLCCircuits
- PredatorPreyEquations
- ADifferentialEquationForHeatTransferAccordingToNewtonsLawOfC

### Tema 4:

- FourierSeriesOfSimpleFunctions
- TheVibratingString
- ExamplesOfFourierSeries
- HeatTransferAlongARod

### Tema 5:

- ContourIntegralAroundASimplePole
- TransferFunctionAnalysisByManipulationOfPolesAndZeros
- TransferFunctionFromPolesAndZeroes

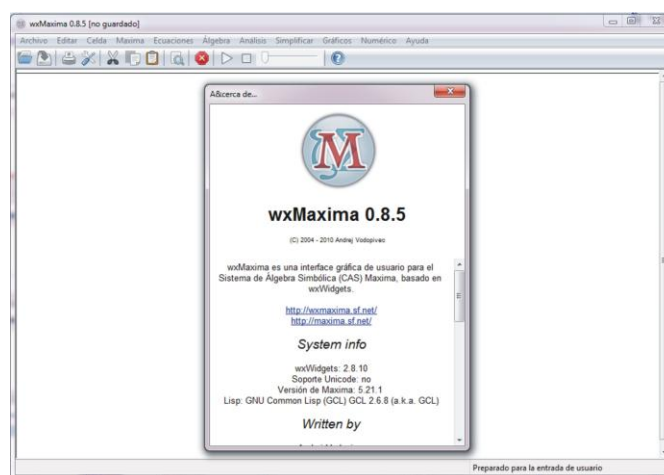
Los autores ya hemos explorado las ventajas de esta herramienta en anteriores trabajos (véase [8]). Hemos constatado que la visualización del concepto ayuda al



alumno a su comprensión. Solemos realizar la presentación tanto antes de la explicación teórica, para motivar el concepto, como después para reforzarlo. Sin embargo, el mayor inconveniente que le encontramos a estas demos es que el alumno suele pensar: *“está muy bien, pero... eso nunca lo podré hacer yo”*. Por ello hemos ideado usar las demos en combinación con la herramienta que presentamos a continuación.

#### **(4) Paquete de cálculo simbólico wxMaxima**

La asignatura de Ampliación de Matemáticas incorpora unas prácticas de ordenador para el manejo de un paquete de Cálculo Simbólico. Tras los comentarios vertidos en el punto anterior no debe sorprender que nos decidiéramos por utilizar un programa de software libre y, en nuestro caso, creemos que wxMaxima [9] es el adecuado para nuestra asignatura.



**Figura 3.** wxMaxima

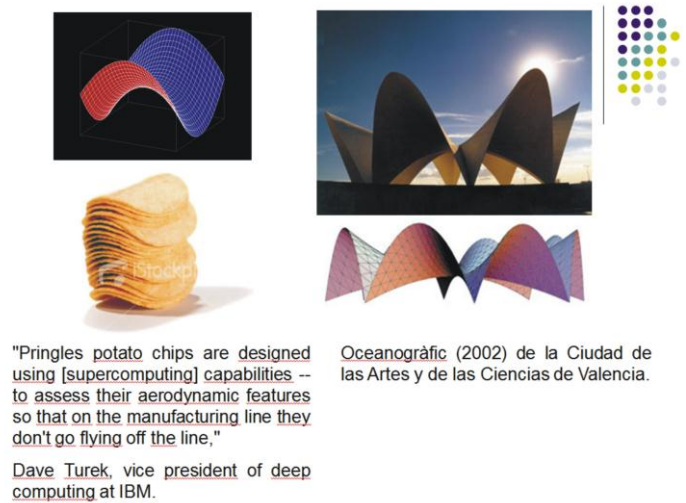
Los alumnos realizarán en las prácticas de laboratorio ejercicios similares a los desarrollados previamente en las clases expositivas y en las prácticas de aula. Pero ahora es el momento de mostrarles que ellos mismos serán capaces dentro de pocas clases de realizar un programa con wxMaxima similar al que les acabamos de mostrar.

De nuevo la realimentación surte efecto. Si antes la demo era algo interesante pero ajena a ellos, ahora se ha convertido en un acicate, casi un reto: ver si somos capaces de conseguir la misma visualización.

### 3. Ejemplos


A continuación presentamos algunos ejemplos, que consideramos muy ilustrativos, del uso de estas herramientas.

No es lo mismo estudiar la ecuación del paraboloides hiperbólico, que mostrar en una presentación de Power Point, su uso real en arquitectura o en ingeniería (ver figura 4).




**Figura 4.** Transparencia de Power Point

No es lo mismo una presentación de Power Point realizada por nosotros sobre la Transformada de Laplace, y su empleo en la resolución de ecuaciones diferenciales, que mostrarles la transparencia de la Figura 5.



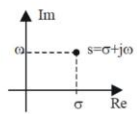
Universidad de Oviedo

**REGULACIÓN AUTOMÁTICA**



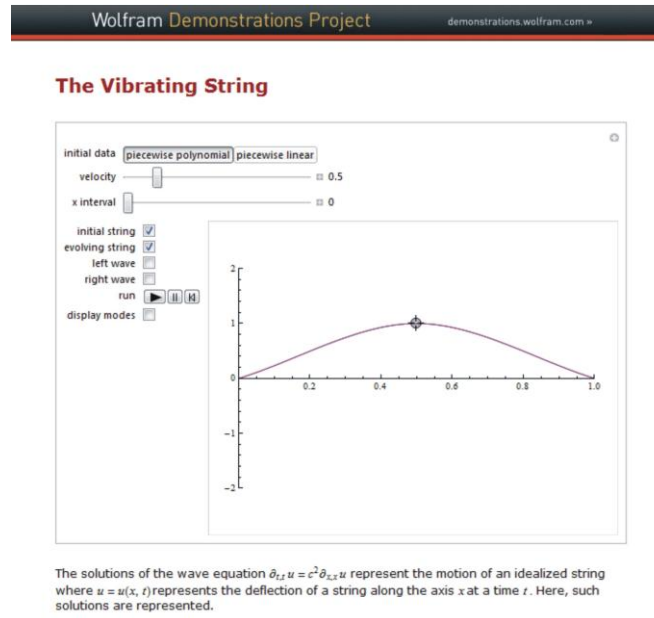
---

**Transformada de Laplace**

- Transformada:
 
$$f(t) \xrightarrow{L} F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-s \cdot t} dt \quad s = \sigma + j \cdot \omega$$
- Condición de existencia:
 
$$\int_0^{\infty} |f(t) \cdot e^{-\sigma \cdot t}| dt < \infty$$

- Transformada inversa: (resolución mediante descomposición en fracciones simples y el uso de tablas)
 
$$F(s) \xrightarrow{L^{-1}} f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)] = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma - j\omega}^{\sigma + j\omega} F(s) \cdot e^{s \cdot t} ds$$

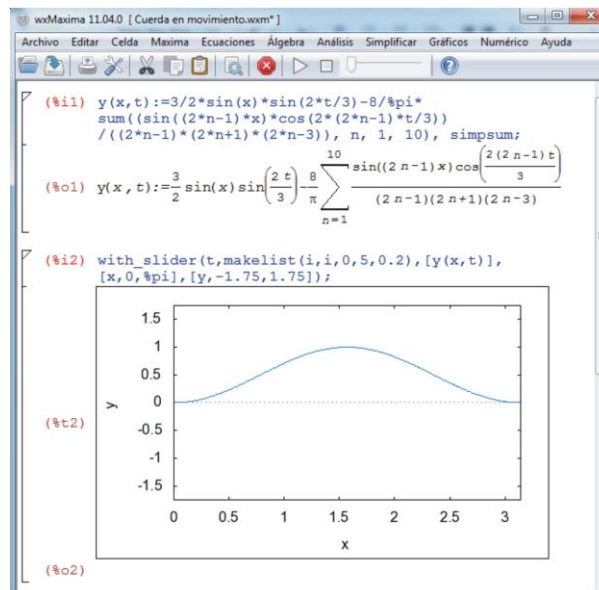
**Figura 5.** Transparencia de Regulación Automática

Ver para creer... Resulta que es verdad que la vamos a usar, e incluso con la misma notación! La demo de WDP sobre la cuerda vibrante de la figura 6, está muy bien.



**Figura 6.** Demo de WDP: *TheVibratingString*

Pero cuando les mostramos que el mismo problema resuelto con wxMaxima (ver figura 7), son dos líneas de código y que la animación resultante es idéntica, la sensación es muy diferente.



**Figura 7.** Código con wxMaxima

#### 4. Resultados y Conclusiones

En el pasado curso 2011-2012 ya se han utilizado estas herramientas y resumimos a continuación algunos de los resultados fundamentales que hemos observado.

Hemos conseguido el objetivo que nos habíamos fijado: integrar las matemáticas como una asignatura fundamental de la carrera de Grado en Ingeniería.

Los alumnos valoran muy positivamente el hecho de poder descargarse (legalmente) en casa el programa wxMaxima para poder trabajar en casa, así como también las demos de WDP. Esto potencia el autoaprendizaje.

El aprendizaje es más interactivo y a varios niveles, entre las distintas asignaturas del grado, entra la teoría y las aplicaciones informáticas.

Para finalizar consideramos que la experiencia ha sido muy positiva y pensamos extenderla a otras asignaturas, e incluso su publicación en OCW [10].

#### 5. Referencias

1. Campus Virtual de UNIOVI <https://www.innova.uniovi.es/innova/campusvirtual>
2. M. A. Abánades, F. Botana, J. Escribano y L.F. Tabera, Software matemático libre, *La Gaceta de la RSME*, Volumen 12, Número 2, (2009).
3. GNU operating system. <http://www.gnu.org>
4. R. M. Stallman. "Software libre para una sociedad libre".  
<http://biblioweb.sindominio.net/pensamiento/softlibre/>
5. L. Bayón, J.M. Grau, J.A. Otero, M.M. Ruiz, P.M. Suárez, Uso de herramientas de Software Libre para la enseñanza de las Matemáticas en los nuevos Grados. *Libro de resúmenes de CUIEET 2011*, pp. 68, (2011).
6. Wolfram Demonstrations Project <http://demonstrations.wolfram.com/>
7. Wolfram CDF Player <http://www.wolfram.com/cdf-player/>
8. L. Bayón, J.M. Grau, J. Mateos, M.M. Ruiz, P.M. Suárez, Aprendizaje interactivo en Matemáticas utilizando el Wolfram Demonstrations Project. *Actas de CUIEET 2010*, (2010).
9. wxMaxima <http://wxmaxima.sourceforge.net/>
10. MIT OCW <http://mit.ocw.universia.net/ocw.htm>