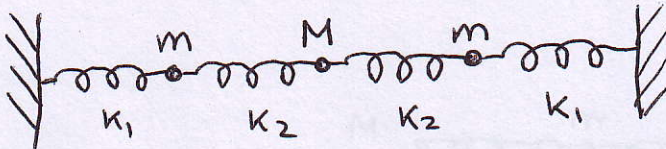


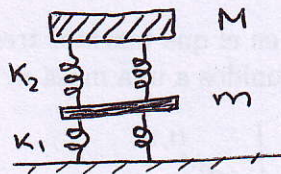
## Tema 4: Pequeñas Oscilaciones

### Boletín de ejercicios

- 1) Supongamos que tenemos un sistema de dos osciladores acoplados compuesto por una masa  $m_1$  unida a un punto fijo por un muelle de constante  $k_1$  que se mueve en una superficie horizontal y a la cual está unida un pendulo de longitud  $l$  y masa  $m_2$ . Obtener el lagrangiano del sistema, así como las frecuencias normales y los modos normales de oscilación
- 2) Considerar un sistema de tres osciladores acoplados en el que tenemos tres masas y cuatro muelles en la siguiente configuración



- a) escribir el Lagrangiano del sistema y encontrar las frecuencias propias. Comparar con el caso en que los osciladores estuvieran desacoplados.
  - b) encontrar las coordenadas normales y los modos normales de vibración
  - c) describir cual es el comportamiento del sistema en el caso en el que  $m = M$  y  $k_1 = k_2$ . Discutir también el caso en el cual  $k_1 \gg k_2$ .
- 3) El sistema de suspensión de un coche se puede aproximar por un sistema de muelles verticales que conectan por un lado las ruedas al cuerpo del coche y por el otro lado al suelo según la figura:

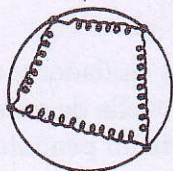


Suponiendo que el suelo del coche y el eje de las ruedas se mantienen paralelos a la carretera calcular las frecuencias normales a las que oscilará el coche debido a los baches.

Datos:  $m$  (masa del eje y ruedas) =  $180Kg$ ,  $M$  (masa coche) =  $670Kg$ ,  $k_1$  (equiv. muelle neumáticos) =  $538N/mm$  y  $k_2$  (equiv. muelle suspensión) =  $45.5N/mm$ .

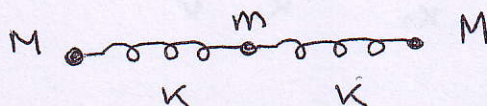


- 4) Considerar un ejemplo de osciladores acoplados en el que tenemos cuatro masas idénticas  $m$  constreñidas a moverse dentro de un anillo de radio  $R$  y unidas entre sí por muelles de constante  $k$



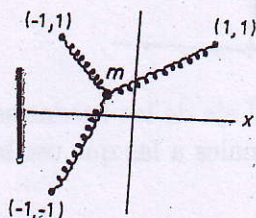
- escribir el Lagrangiano del sistema y encontrar las frecuencias propias
- encontrar las coordenadas normales y los modos normales de vibración

- 5) Consideremos el sistema de la figura en el que tenemos un sistema de masas unidas por muelles con  $M > m$



- escribir el Lagrangiano del sistema y encontrar las frecuencias propias, coordenadas normales y los modos normales de vibración
- si la masa de la izquierda recibe un impulso  $P_0$  en el instante  $t = 0$ , calcular el movimiento de dicha masa en función del tiempo
- considerar ahora el caso en el que la masa  $m$  recibe un impulso armónico de frecuencia  $\omega_0 = 2\sqrt{\frac{k}{m}}$ . Discutir si la masa  $m$  se moverá en fase o fuera de fase con respecto a la fuerza externa.

- 6) Consideremos el sistema de la figura en el que tenemos tres muelles de constante  $k$  y longitud en reposo  $\sqrt{2}$  que están unidos a una masa  $m$  y a tres puntos fijos



Suponiendo que la masa  $m$  se mueve únicamente en el plano  $(x, y)$

- escribir el Lagrangiano del sistema y encontrar el punto en el cual el sistema se encuentra en equilibrio
- encontrar las coordenadas normales y frecuencias propias
- identificar los modos normales de vibración y describirlos cualitativamente