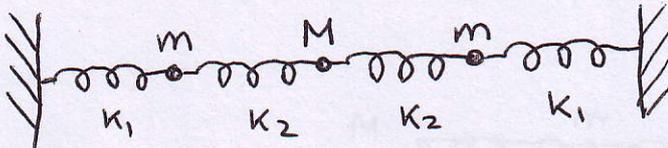


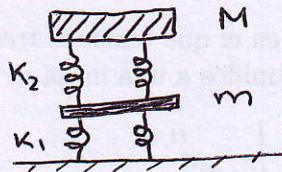
Tema 4: Pequeñas Oscilaciones

Boletín de ejercicios

- 1) Supongamos que tenemos un sistema de dos osciladores acoplados compuesto por una masa m_1 unida a un punto fijo por un muelle de constante k_1 que se mueve en una superficie horizontal y a la cual está unida un pendulo de longitud l y masa m_2 . Obtener el lagrangiano del sistema, así como las frecuencias normales y los modos normales de oscilación
- 2) Considerar un sistema de tres osciladores acoplados en el que tenemos tres masas y cuatro muelles en la siguiente configuración



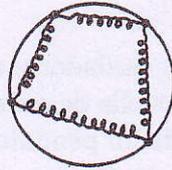
- a) escribir el Lagrangiano del sistema y encontrar las frecuencias propias. Comparar con el caso en que los osciladores estuvieran desacoplados.
 - b) encontrar las coordenadas normales y los modos normales de vibración
 - c) describir cual es el comportamiento del sistema en el caso en el que $m = M$ y $k_1 = k_2$. Discutir también el caso en el cual $k_1 \gg k_2$.
- 3) El sistema de suspensión de un coche se puede aproximar por un sistema de muelles verticales que conectan por un lado las ruedas al cuerpo del coche y por el otro lado al suelo según la figura:



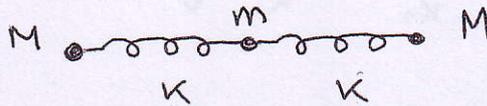
Suponiendo que el suelo del coche y el eje de las ruedas se mantienen paralelos a la carretera calcular las frecuencias normales a las que oscilará el coche debido a los baches.

Datos: m (masa del eje y ruedas) = $180Kg$, M (masa coche) = $670Kg$, k_1 (equiv. muelle neumáticos) = $538N/mm$ y k_2 (equiv. muelle suspensión) = $45.5N/mm$.

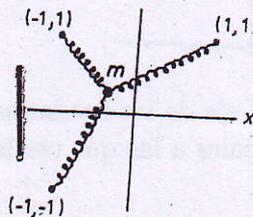
- 4) Considerar un ejemplo de osciladores acoplados en el que tenemos cuatro masas idénticas m constreñidas a moverse dentro de un anillo de radio R y unidas entre sí por muelles de constante k



- a) escribir el Lagrangiano del sistema y encontrar las frecuencias propias
 b) encontrar las coordenadas normales y los modos normales de vibración
- 5) Consideremos el sistema de la figura en el que tenemos un sistema de masas unidas por muelles con $M > m$



- a) escribir el Lagrangiano del sistema y encontrar las frecuencias propias, coordenadas normales y los modos normales de vibración
 b) si la masa de la izquierda recibe un impulso P_0 en el instante $t = 0$, calcular el movimiento de dicha masa en función del tiempo
 c) considerar ahora el caso en el que la masa m recibe un impulso armónico de frecuencia $\omega_0 = 2\sqrt{\frac{k}{m}}$. Discutir si la masa m se moverá en fase o fuera de fase con respecto a la fuerza externa.
- 6) Consideremos el sistema de la figura en el que tenemos tres muelles de constante k y longitud en reposo $\sqrt{2}$ que están unidos a una masa m y a tres puntos fijos



Suponiendo que la masa m se mueve únicamente en el plano (x, y)

- a) escribir el Lagrangiano del sistema y encontrar el punto en el cual el sistema se encuentra en equilibrio
 b) encontrar las coordenadas normales y frecuencias propias
 c) identificar los modos normales de vibración y describirlos cualitativamente