

HISPALINK-ASTURIAS

Documentos de trabajo

CAMBIOS ESTRUCTURALES EN SERIES ECONÓMICAS.

UNA PROPUESTA DE MODIFICACIÓN DEL TEST KPSS

María José Presno Casquero

Ana Jesús López Menéndez

DOCUMENTO DE TRABAJO 2/98 (Noviembre 1998)

Han participado en la elaboración de este documento de trabajo:

María José Presno Casquero

Ana Jesús López Menéndez

D. Legal: AS/3759-98

**CAMBIOS ESTRUCTURALES EN SERIES ECONÓMICAS.
UNA PROPUESTA DE MODIFICACIÓN DEL TEST KPSS**

1. Introducción	2
2. Análisis de estacionariedad. Metodologías alternativas.....	3
2.1 Contrastes de raíces unitarias.....	5
2.2 Contrastes de estacionariedad.....	6
3. Efectos de los cambios estructurales.....	8
4. Contraste KPSS Modificado.....	14
4.1 Derivación del contraste KPSSM.....	14
4.2 Obtención de valores críticos.....	15
4.3 Una propuesta de superficie de respuesta.....	17
5. Análisis del comportamiento del test KPSSM.....	20
5.1 Aplicación del test KPSSM correctamente especificado.....	20
5.2 Comportamiento del test KPSSM ante especificaciones erróneas...	23
5.2.1 Consideración de una ruptura inexistente	23
5.2.2. Elección errónea del momento de cambio	24
6. Aplicación empírica: Producción de antracita en Asturias.....	29
6.1 Análisis descriptivo.....	29
6.2 Análisis de estacionariedad de la serie.....	33
6.3 Propuestas de modelos univariantes.....	39
Bibliografía.....	45
Anexos.....	49

1 Introducción

La realidad económica muestra abundantes ejemplos de magnitudes que -aun presentando un comportamiento estacionario- sufren en su evolución cambios estructurales.

Este tipo de situaciones no son fáciles de detectar mediante los contrastes estadísticos habituales, con lo cual existe el riesgo de tratar una serie estacionaria con cambio estructural como si presentase una raíz unitaria. Por otra parte -tal y como comentan Nunes y otros (1995)- si la serie está generada por un proceso $I(1)$ con deriva y sin cambio, también se corre el riesgo de rechazar equivocadamente la hipótesis de no existencia de rupturas en la serie, sugiriéndonos la existencia de un cambio espúreo.

Este tipo de problemática puede presentarse sea cual sea el método utilizado para analizar la estacionariedad de una serie. El caso de los contrastes de raíz unitaria (tipo ADF) fue abordado ampliamente en los trabajos de Perron (1989, 1990).

Sin embargo, en el caso de los contrastes de estacionariedad (tipo KPSS) no existen desarrollos sistematizados de dichos tests con la incorporación del cambio estructural. Por ello hemos intentado recoger en este trabajo una propuesta de test de estacionariedad modificado que abarca su derivación, la obtención de valores críticos y la construcción de superficies de respuesta.

Dicho test, que denominamos KPSS modificado o KPSSM ha sido derivado para el caso de series que no presentan tendencia, mostrando un buen comportamiento en análisis de simulación, que se pone de manifiesto al examinar su tamaño y su potencia en distintas situaciones.

Además, dado que el objetivo último de este tipo de investigaciones es mejorar nuestro análisis y elaboración de predicciones sobre magnitudes económicas reales, hemos considerado de interés incluir en este trabajo una aplicación en la que se aprecie el comportamiento de varios tests alternativos en el tratamiento de una serie con ruptura. Teniendo en cuenta nuestro entorno de interés más inmediato, la economía asturiana, hemos optado por analizar la serie de producción regional de antracita, cuya tipología se adapta a las características del estudio teórico.

2. Análisis de estacionariedad. Metodologías alternativas

La estacionariedad es una de las hipótesis habituales en la modelización econométrica, si bien los efectos de su no cumplimiento han cobrado especial auge en la última década con el desarrollo del análisis de cointegración.

En términos generales, se dice que un proceso estocástico es estacionario¹ si su media y su varianza son constantes en el tiempo y si el valor de la covarianza entre dos períodos depende solamente del desfase entre ellos y no del instante de tiempo en el cual se cuantifica. Más formalmente, el proceso $Y(t)=Y_t$ será estacionario si:

$$\begin{aligned} E[Y(t_i)] &= E[Y(t_i + h)] = \mu_1 < \infty \\ E[Y(t_i)^2] &= E[Y(t_i + h)^2] = \mu_2 < \infty \\ E[Y(t_i)Y(t_j)] &= E[Y(t_i + h)Y(t_j + h)] = \mu_{ij} < \infty \end{aligned}$$

siendo μ_1, μ_2, μ_{ij} parámetros constantes en el tiempo.

La importancia del supuesto de estacionariedad es considerable tanto desde la óptica econométrica como por su interpretación económica. En primer lugar, la hipótesis de estacionariedad de las variables garantiza la validez de las herramientas de inferencia econométrica clásica, siendo inapropiada la aplicación de dichas herramientas en otro caso.

Por otra parte, desde un punto de vista económico, la estacionariedad alcanza gran interés al estudiar la estabilidad en la evolución de una variable, la eficiencia de ciertos mercados, la existencia de expectativas racionales o el equilibrio a largo plazo en las relaciones entre magnitudes².

Siguiendo a Nelson y Plosser (1982) cabe distinguir dos tipos de procesos:

- *Estacionarios en torno a una tendencia* (ET): caracterizados por la presencia de una tendencia determinista o tendencia en media. Estos procesos no son estacionarios, pero en cambio sus desviaciones respecto de la tendencia sí lo son.
- *Estacionarios tras diferenciación* (ED): caracterizados por la presencia de una tendencia estocástica o tendencia en la varianza. Dicha tendencia puede venir provocada por la existencia de raíces unitarias, en cuyo caso decimos que la serie es integrada de orden d , $I(d)$ ³.

¹ Este concepto corresponde en realidad a la *estacionariedad en sentido débil*, o de segundo orden, que es el utilizado con generalidad.

² Así, los mercados financieros serán eficientes cuando los precios de los activos sigan paseos aleatorios; el modelo de consumo de Hall (1978) basado en las expectativas racionales presenta esta variable como un paseo aleatorio y la existencia de equilibrio a largo plazo entre variables o *cointegración* analizada por Engle y Granger (1987) se presentará cuando los desequilibrios entre las mismas tengan carácter estacionario.

³ Denotaremos por $I(d)$ todo proceso Y_t integrado de orden d , esto es, con d raíces unitarias. En consecuencia, los procesos estacionarios se denotarán como $I(0)$.

Los dos tipos de no estacionariedad anteriormente descritos difieren en cuanto a sus implicaciones económicas y estadísticas, resultando por tanto indicados en ambos casos tratamientos diferenciados.

- ❖ En una serie estacionaria o $I(0)$ cualquier shock tendrá un efecto temporal, no alterando el largo plazo. Estas series, que se denominan "de memoria limitada" fluctúan en torno a la media, cruzándola frecuentemente, y sin grandes desviaciones.

El comportamiento resulta similar en el caso de series con tendencia determinista (no estacionarias en media pero sí en varianza), con la salvedad de que en este caso la serie fluctuará siguiendo la senda marcada por dicha tendencia.

Por el contrario, si la serie es integrada, cualquier shock tendrá efectos permanentes. Se trata de procesos de memoria "ilimitada", caracterizados por presentar un comportamiento divagante⁴.

- ❖ Por lo que se refiere al tratamiento estadístico de la no estacionariedad, la presencia de tendencias deterministas no afecta a los estimadores mínimo cuadráticos ni a sus propiedades, a diferencia de lo que sucede en el caso de tendencias estocásticas. Este segundo tipo de no estacionariedad afecta a las propiedades de los estimadores y los contrastes habitualmente utilizados, impidiendo la aplicación de la inferencia estándar.
- ❖ El tratamiento de series con tendencia determinista consiste en especificar dicha tendencia en el modelo propuesto, sin que sea necesario en este caso diferenciar la serie para llegar a la estacionariedad⁵.

En cambio, la diferenciación es el mecanismo adecuado para lograr la estacionariedad partiendo de series con tendencia estocástica. De hecho, según la definición propuesta por Engle y Granger (1987) *se dice que una serie es integrada de orden d $I(d)$ cuando no tiene ningún componente determinístico y después de ser diferenciada d veces resulta una representación ARMA estacionaria e invertible.*

Los apartados anteriores ponen de manifiesto la importancia de identificar correctamente las causas de la no estacionariedad en series temporales, evitando confusiones entre las tendencias determinista y estocástica que podrían conducir a inconsistencias, como demuestran los trabajos de Durlauf y Phillips (1988).

⁴ Si bien para predicciones a corto plazo la forma de la tendencia no es esencial, a largo plazo sí importa que el proceso sea ET o ED. De hecho, la naturaleza de la no estacionariedad ayudará también a investigar las relaciones de cointegración entre las series.

⁵ De hecho, puede comprobarse que la diferenciación conduciría a procesos con media móvil no invertible, y haría aumentar la varianza de los residuos.

En los subapartados que siguen nos centraremos en la no estacionariedad en varianza, exponiendo brevemente las dos metodologías alternativas para su análisis. La primera de ellas considera como hipótesis nula la presencia de una raíz unitaria en la serie (no estacionariedad) mientras que el segundo método contrasta el supuesto de estacionariedad de las series.

2.1 Contrastes de raíces unitarias

La versión más sencilla es el contraste propuesto por Dickey y Fuller (1979). Este test - denominado DF- se basa en un modelo AR(1): $Y_t = C + \phi_1 Y_{t-1} + u_t$, estableciendo como hipótesis nula la *no estacionariedad* de la serie:

$$H_0: \phi_1 = 1 \quad Y_t \approx I(1)$$

$$H_1: \phi_1 < 1 \quad Y_t \approx I(0)$$

Estas hipótesis permiten expresar la serie en los siguientes términos:

$$\text{Bajo } H_0 \text{ la serie es ARI}(0,1): \quad (1-L)Y_t = \mu + u_t$$

$$\text{Bajo } H_1 \text{ la serie es ARI}(1,0): \quad (1-\phi_1 L)Y_t = (1-\phi_1 L)\mu + u_t \text{ o bien } (1-\phi_1 L)(Y_t - \mu) = u_t$$

El test de Dickey-Fuller parte de la especificación:

$$\Delta Y_t = C + \alpha t + \beta_1 Y_{t-1} + u_t$$

donde $\beta_1 = \phi_1 - 1$ y contrasta la hipótesis $H_0: \beta_1 = 0$ frente a la alternativa $H_1: \beta_1 < 0$

Partiendo del coeficiente estimado de Y_{t-1} se construye el estadístico⁶ $t = \frac{\hat{\beta} - \beta}{S_{\hat{\beta}}}$ que, pese a su denominación, no sigue una distribución t de Student, ya que bajo H_0 la serie no es estacionaria⁷.

Para contemplar la posible presencia de correlaciones de orden superior a la unidad existen dos alternativas: la paramétrica que da lugar a la versión ampliada de este contraste (Dickey-Fuller aumentado o ADF) y la no paramétrica propuesta por Phillips y Perron (1988).

El test ADF se obtiene al efectuar sobre la especificación de Dickey-Fuller una corrección paramétrica para órdenes superiores de correlación. Asumiendo que la serie Y sigue un proceso AR(p), se añaden a la regresión anterior términos correspondientes a los retardos de la variable diferenciada, llegando así a la especificación:

⁶ Es posible también utilizar la expresión $T(\hat{\beta} - 1)$, cuya distribución ha sido tabulada por Fuller (1976).

⁷ Los valores críticos asociados a esta expresión dependen de la especificación del modelo (presencia de constante y/o tendencia) y han sido tabulados por Fuller (1976) y MacKinnon (1991).

$$\Delta Y_t = C + \alpha t + \beta_1 Y_{t-1} + \sum_j \gamma_j \Delta Y_{t-j} + u_t$$

donde nuevamente se contrasta la hipótesis $H_0: \beta_1=0$ frente a $H_1: \beta_1<0$.

Un resultado relevante obtenido por Fuller es que la distribución asintótica del estadístico t asociado a este contraste no depende del número de diferencias retardadas incluidas en la regresión ADF. Por otro lado, Said y Dickey (1984) demostraron que el test sigue siendo válido incluso cuando las series tengan componentes MA, siempre que en la regresión se hayan añadido suficientes términos aumentados.

Una alternativa no paramétrica que incorpora la presencia de correlaciones seriales es la propuesta por Phillips y Perron (PP, 1988). A diferencia del test ADF, dichos autores proponen corregir la correlación serial sobre el estadístico t asociado al coeficiente de la regresión AR.

La distribución asintótica coincide con la del test ADF y, al igual que en aquél, es necesario decidir si la regresión incluye o no constante y tendencia lineal.

Una crítica común a los contrastes ADF y PP fue puesta de manifiesto por Molinas (1986), Schwert (1987, 1989) y Agiakloglou y Newbold (1992), quienes, mediante análisis de simulación basados en modelos ARIMA(0,1,1), probaron que estos contrastes no resultan apropiados a menos que el coeficiente MA esté próximo a cero. En concreto, si la serie presenta características MA con coeficiente positivo y elevado, estos autores detectan grandes distorsiones en el tamaño del test que conducen a un alto porcentaje de rechazos.

Por otro lado, en diversos trabajos se muestra que los tests tipo ADF presentan baja potencia frente alternativas autorregresivas con raíces cercanas a la unidad (DeJong y otros (1989)) o bien integradas de orden fraccional (Diebold y Rudebusch (1991)).

2.2 Contrastes de estacionariedad

Las aplicaciones empíricas de los contrastes de raíz unitaria anteriormente expuestos conducen a menudo a la conclusión de que las magnitudes económicas analizadas presentan una raíz unitaria. No obstante, es necesario tener presente que, debido al propio enunciado de la hipótesis nula de estos contrastes, solamente se llegará a la conclusión de que la serie es estacionaria cuando exista una evidencia muy fuerte para ello.

La necesidad de llegar a conclusiones fiables sobre el carácter estacionario o integrado de una serie motivó la construcción de contrastes en los que la hipótesis de partida sea la

estacionariedad. De este modo, Kwiatkowski y otros (KPSS, 1992) y Leybourne y McCabe (LMc, 1994), plantean un test cuya hipótesis nula es estacionariedad frente a la alternativa de raíz unitaria⁸. Estos contrastes -que pueden ser aplicados conjuntamente con el test ADF- proporcionan mejores resultados en series que presentan características MA, resultando más robustos en distribuciones con errores no normales que los contrastes de raíz unitaria (Silvapulle (1993)) y potentes frente a alternativas de integración fraccional (Lee y Schmidt (1996)).

El test KPSS contrasta la estacionariedad en torno a nivel o en torno a una tendencia lineal, frente a la alternativa de raíz unitaria, y se deriva como un caso especial del modelo de Nabeya y Tanaka (1988) para el análisis de regresión con coeficientes variables⁹.

El modelo que plantean Nabeya y Tanaka viene dado por la expresión:

$$y_t = x_t\beta_t + z_t'\gamma + \varepsilon_t$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + u_t$$

donde:

- (i) x_t es un escalar, y z_t tiene dimensión $p \times 1$ y es no estocástica
- (ii) ε_t y u_t son independientes e i.i.d., con $E(\varepsilon_t) = E(u_t) = 0$, $E(\varepsilon_t^2) = \sigma_\varepsilon^2 > 0$ y $E(u_t^2) = \sigma_u^2 \geq 0$
- (iii) β_t adopta valor inicial β_0 , que puede ser conocido o desconocido; γ es un vector $p \times 1$ de constantes desconocidas.

Sobre este modelo se contrasta la hipótesis nula $\sigma_u^2 = 0$ (coeficientes de regresión constantes). Si ε_t es estacionario, el modelo KPSS se corresponde con:

$x_t=1$, $z_t=t \forall t$ para estudiar estacionariedad en torno a tendencia

$x_t=1$, $p=0$ para estudiar estacionariedad en torno a nivel.

Sustituyendo β_t por μ_t llegamos al modelo:

$$y_t = \mu_t + \gamma t + \varepsilon_t$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + u_t$$

contrastando sobre él:

$$H_0 : \sigma_u^2 = 0$$

$$H_1 : \sigma_u^2 > 0$$

Este modelo se corresponde con un ARIMA(0,1,1) cuyo coeficiente MA se relaciona con σ_u^2 a través del ratio señal ruido:

⁸ Otros tests de naturaleza similar son los de Saikkonen y Luukkonen (1990) y Tanaka (1990).

⁹ Otros trabajos relacionados en el ámbito del análisis de modelos de regresión con coeficientes de regresión cambiantes son los artículos de Garbade (1977), LaMotte y McWhorter (1978), Nyblom y Mäkeläinen (1983) y

$$q = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_\varepsilon^2} \quad \theta = \frac{q + 2 - \sqrt{q^2 + 4q}}{2}$$

El contraste planteado se basa en el estadístico de los multiplicadores de Lagrange¹⁰:

$$\hat{\eta}_\tau = T^{-2} \sum S_t^2 / s^2(l)$$

$$s^2(l) = T^{-1} \sum_{t=1}^T e_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^l \omega(s,l) \sum_{t=s+1}^T e_t e_{t-s} \quad \omega(s,l) = 1 - \frac{s}{l+1} \quad S_t = \sum_{i=1}^t e_i$$

$$\hat{\eta}_\mu = T^{-2} \sum S_t^2 / s^2(l)$$

donde e_t son los residuos de la regresión de y_t sobre constante ($e_t = y_t - \bar{y}$; con $\hat{\eta}_\mu$ para contrastar estacionariedad en torno a nivel), o bien sobre constante y tendencia ($\hat{\eta}_\tau$ estacionariedad en torno a tendencia) y l es el parámetro de truncamiento.

Leybourne y McCabe (1994) proponen un planteamiento alternativo para tratar la autocorrelación, realizando una corrección paramétrica similar a la del test ADF¹¹.

3. Efectos de los cambios estructurales

La distinción entre procesos $I(1)$ e $I(0)$ que presentan rupturas fue planteada por Perron (1989; 1990). Este autor observa cómo, al analizar series estacionarias en torno a una tendencia (Perron (1989)) y un nivel que presenta cambios (Perron (1990)), a medida que la magnitud de éstos aumenta, el estimador del parámetro autorregresivo se aproxima a la unidad, llevándonos a no rechazar la hipótesis de raíz unitaria. La solución propuesta por Perron consistió en extender el contraste de Dickey y Fuller (ADF) introduciendo variables ficticias para recoger el efecto del cambio, considerando el punto de ruptura conocido a priori.

Por otro lado, Balke y Fomby (1991) también observan que el test ADF no es capaz de distinguir aquellos procesos con shocks pequeños y frecuentes, con varianza pequeña, compatible con la

Leybourne y McCabe (1989), quienes contrastan coeficientes de regresión constantes frente a coeficientes que siguen paseos aleatorios.

¹⁰ Nabeya y Tanaka derivan inicialmente la distribución del test para el caso de errores i.i.d., pero –dado que se trata de hipótesis demasiado restrictivas- se relaja este supuesto permitiendo dependencia en el tiempo y asumiendo que los errores satisfacen las condiciones de regularidad de Phillips y Perron (1988) o de Phillips y Solo (1989) que permiten considerar procesos ARMA.

¹¹ El modelo planteado por estos autores es del tipo: $\Phi(L)y_t = \mu_t + \beta_t + \varepsilon_t$ con $\mu_0 = \mu$, y donde $\Phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p$ es un polinomio autorregresivo de orden p para el operador de retardos L con raíces fuera del círculo unidad.

Leybourne y McCabe (1994) justifican que si σ_u^2 está próximo a cero, θ se aproximará a 1, y los tests de raíz unitaria tenderán a favorecer la hipótesis de estacionariedad.

existencia de raíces unitarias, de otros con shocks grandes y poco frecuentes, con varianza elevada, equivalentes a tendencias que presentan cambios. De ahí que Balke y Fomby examinen los modelos nivel-aleatorio y pendiente-aleatoria que engloban tendencias deterministas, tendencias segmentadas y modelos con raíz unitaria, permitiendo la distinción entre shocks frecuentes e infrecuentes. Estos autores sugieren la posibilidad de determinar dónde se han producido los shocks mediante la aplicación de análisis recursivos a las series según la propuesta de Brown, Durbin y Evans (1975), si bien ésta presenta problemas para identificar cambios al principio y final de la serie y la naturaleza de los mismos. Además, dado que no está claro su comportamiento ante múltiples cambios, su estrategia consiste en identificar outliers utilizando el procedimiento de Tsay (1988) para luego aplicar el test ADF sobre un modelo intervenido, permitiendo así la inclusión de múltiples rupturas.

Posteriormente Christiano (1992) observaría la existencia de sesgos en los valores críticos de los contrastes que llevan a rechazar la hipótesis de raíz unitaria si el punto de ruptura se elige a priori, considerando que éste ha de ser otro parámetro a determinar endógenamente en el modelo. Dentro de esta línea se encuadran los trabajos de Perron y Vogelsang (1992a), Zivot y Andrews (1992) y Banerjee, Lumsdaine y Stock (1992)¹² para el caso de una ruptura y, más recientemente, el trabajo de Lumsdaine y Papell (1997) que incorpora la posibilidad de dos rupturas. Bradley y Jansen (1995) también extienden la crítica sobre la elección del punto de ruptura a la propuesta de shocks poco frecuentes de Balke y Fomby, proponiendo un procedimiento alternativo para el cálculo de los valores críticos.

En todas las referencias anteriormente citadas se analiza el comportamiento del contraste de raíz unitaria ADF ante cambios estructurales. En este trabajo, sin embargo, examinaremos el comportamiento del test KPSS ante cambios estructurales y más concretamente, nos centraremos en analizar el efecto de un cambio de nivel sobre una serie estacionaria en torno a un nivel, si bien se podría extender a los casos de series que presentan tendencia.

Nuestro estudio comienza generando series de tamaño 100 con cambio en momentos aleatorios¹³ de la muestra y $\sigma_u^2 = 0$.

El PGD de partida es:

¹² Estas propuestas se basan en contrastes recursivos, *rolling* y secuenciales, con las limitaciones puestas de manifiesto por Balke y Fomby.

¹³ También hemos llevado a cabo un análisis para momentos fijos de cambio, en concreto para $\lambda=0.5$, equivalente a rupturas en la mitad del período muestral. Este valor fijo del parámetro corrobora de modo aún más fuerte los resultados que presentamos para el caso de cambios en momentos aleatorios de la muestra.

$$y_t = \mu_t + \gamma z_t + \varepsilon_t$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + u_t$$

$$z_t = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq T_0 \\ 1 & \text{si } t > T_0 \end{cases}$$

donde T_0 representa el momento en el que se produce el cambio y γ es la magnitud del mismo, para la cual consideramos valores 0, 0.25, 0.5, 1, 1.5, 2 y 3.

Este PGD se corresponde con una serie estacionaria en torno a un nivel constante ($\gamma=0$) y estacionaria en torno a nivel con cambios ($\gamma \neq 0$)¹⁴.

Para cada valor de γ generamos 5000 series a las que aplicamos el test KPSS. La media y la desviación típica de los estadísticos para cada PGD aparecen junto con otras medidas en la tabla adjunta:

γ	Media	Desviación típica	Mínimo	Máximo	Asimetría	Curtosis ¹⁵
0	0.164	0.146	0.015	1.226	2.606	13.081
0.25	0.239	0.221	0.021	1.406	2.087	8.173
-0.25	0.247	0.223	0.018	1.416	1.811	6.674
0.5	0.427	0.365	0.028	2.636	1.486	5.877
-0.5	0.437	0.375	0.025	2.108	1.353	4.697
1	1.058	0.748	0.013	3.457	0.599	2.526
-1	1.046	0.751	3.650	0.024	0.579	2.672
1.5	1.813	1.155	4.792	0.023	0.063	1.888
-1.5	1.861	1.183	5.826	0.035	0.180	2.096
2	2.524	1.508	5.880	0.033	-0.077	1.819
-2	2.494	1.469	5.681	0.041	-0.087	1.880
3	3.414	1.944	6.864	0.037	-0.199	1.744
-3	3.422	1.960	6.752	0.032	-0.201	1.725

Tabla 1

Observamos que en promedio el estadístico es sensible a la magnitud del salto, pero no a su sentido, por lo cual en el resto del estudio hemos omitido los cambios de magnitud negativa. Por lo que se refiere al efecto de la magnitud de la ruptura, a medida que ésta aumenta el valor medio del estadístico también se ve incrementado, lo que nos lleva a un aumento en el porcentaje de rechazos. Otro aspecto de la distribución que creemos merece la pena reseñar y que guarda conexión con el comportamiento antes mencionado es el hecho de que el coeficiente de asimetría va disminuyendo a medida que aumenta la ruptura, pasando de una distribución asimétrica a la derecha a otra asimétrica a la izquierda.

¹⁴ Analizamos el caso más restrictivo, $\varepsilon_t \sim \text{i.i.d.}N(0, \sigma_\varepsilon^2)$, por lo que $l=0$. Observando los resultados de Kwiatkowski y otros (1992), en presencia de errores autocorrelacionados el porcentaje de rechazos sería aún mayor.

¹⁵ El valor de referencia de la medida de curtosis para distribución Normal es 3.

Este comportamiento se ve corroborado al comparar los valores del estadístico con los valores críticos. En la figura 1 aparece representada la función de distribución empírica del estadístico para este PGD. Teniendo en cuenta que la línea vertical representa el valor crítico del estadístico al 5%, (0.463), se observa que el porcentaje de series cuyos estadísticos superan este umbral, o sea, el porcentaje de rechazos o las distorsiones en el tamaño del test, aumentan con γ . Estos resultados son coincidentes con el Teorema 1 de Lee y otros (1997), quienes demuestran que en caso de cambio estructural el estadístico KPSS diverge y tiende a rechazar la hipótesis de estacionariedad, favoreciendo la hipótesis de raíz unitaria¹⁶.

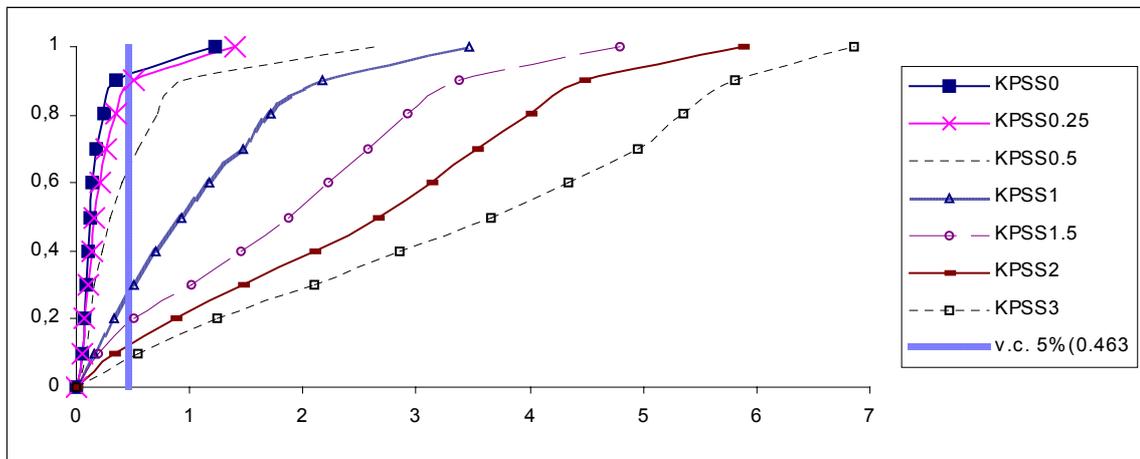


Figura 1: **Función de distribución empírica del test KPSS**

Estos resultados se pueden explicar a partir del hecho de que, como indica Harvey (1989), en el modelo que nos ocupa, paseo aleatorio más ruido (también llamado nivel local) un cambio repentino en el nivel hará aumentar la estimación de la varianza de la perturbación de este término (σ_u^2) que es la que contrastamos con el test, de ahí la confusión entre ambos tipos de procesos. A su vez, este hecho redundará en una varianza del error de predicción más elevada, y mayor grado de incertidumbre sobre los valores futuros de la serie:

$$ECM(\tilde{y}_{T+h}) = (p_T + hq + 1)\sigma_\varepsilon^2 \quad q = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_\varepsilon^2}, \text{ ratio señal-ruido}$$

¹⁶ En este sentido, Montañés y Reyes (1998) concluyen para el contraste ADF que en series estacionarias con ruptura en la media, asintóticamente los estadísticos de contraste funcionan correctamente, divergiendo hacia la región de rechazo de la hipótesis nula de raíz unitaria a favor de la estacionariedad. No obstante, si el tamaño es reducido, al aumentar la magnitud de la ruptura, los estadísticos de contraste llevan incorrectamente hacia la región de aceptación.

donde h indica el horizonte de predicción.¹⁷

Si el proceso fuese estacionario en torno a un nivel, la varianza del término de nivel sería cero, por lo que $q=0$, obteniendo un error cuadrático medio de predicción que no depende de h . Sin embargo, tanto en un paseo aleatorio como en series estacionarias con cambios bruscos en nivel no recogidos en el modelo, q será distinto de cero, aumentando el error cuadrático medio con el horizonte de predicción.

Por otro lado, también observamos el comportamiento del contraste KPSS en muestras finitas, para series con ruptura en el nivel que presentan raíz unitaria, $\sigma_u^2 > 0$ ¹⁸. Más concretamente, simulamos 5000 repeticiones con muestras de tamaño 100 y cambios en momentos aleatorios, observándose el porcentaje de rechazos de la hipótesis de estacionariedad para diferentes valores de q y distintas magnitudes de ruptura tal y como recoge la tabla 2:

Magnitud/q	0.0001	0.001	0.01	0.1	1	100
0	6.3	16.8	58.7	92.7	98.6	99.2
1	70.94	71.46	74.7	93	98.62	99.28
2	86.9	88.47	89.52	94.65	98.8	99.34
3	91.2	91.59	94.12	96.23	98.8	99.4

Tabla 2

Para este tamaño muestral se puede observar que la distribución se ve afectada por la magnitud de la ruptura cuando q adopta valores reducidos, atenuándose esta circunstancia en series con valores más elevados de q .

Como se comentó previamente, el hecho de que el cambio repentino en el nivel se haga notar en una estimación mayor de la varianza de la perturbación de este término, σ_u^2 , y por lo tanto en un aumento en el ratio señal-ruido, nos llevará hacia un mayor porcentaje de rechazos.

Este resultado también puede ser explicado a partir de Tanaka (1990), donde se analiza el comportamiento asintótico del test para el contraste de raíz unitaria en modelos de medias móviles planteando $H_0: \theta=1$ frente a alternativas locales $\theta = 1 - \frac{c}{T}$ (donde T es el tamaño

¹⁷ El valor de p_T se obtiene a partir de la ecuación de actualización del filtro de Kalman: $p_t = p_{t/t-1} - \frac{p_{t/t-1}^2}{p_{t/t-1} + \sigma_e^2}$ obteniendo $p_{t/t-1}$ a través de la ecuación de predicción.

¹⁸ En este tipo de situaciones, Lee y otros (1997) demuestran que asintóticamente la distribución del estadístico KPSS no se ve afectada por la ruptura. Por otro lado, Amsler y Lee (1995) demuestran que ignorar la existencia de cambios bajo la hipótesis de raíz unitaria tampoco afectará a la distribución asintótica del test ADF.

muestral y c el valor fijado); si bien, Tanaka indica que la distribución límite puede ser utilizada como un buen aproximador de la potencia en muestras finitas para igual valor de c .

En el modelo que nos ocupa, podemos obtener θ a partir de la relación con q anteriormente expuesta. Al aumentar el valor del ratio señal-ruido θ disminuirá y, teniendo en cuenta que $c=T(1-\theta)$, para T fijo aumentará el valor de c , que - según demostró Tanaka- guarda una relación directa con la potencia.

A partir de esta expresión también se observa que al aumentar el tamaño muestral la potencia se ve incrementada, siendo ahora dos factores (T y la disminución en θ) los que contribuyen al aumento. Este hecho se puede comprobar a partir de los resultados de simulación para muestras de tamaño 500, que aparecen en la tabla 3. El efecto de la ruptura sobre la potencia se deja sentir sólo para valores muy reducidos del ratio señal-ruido, rasgo que puede ser explicado teniendo en cuenta que los valores reducidos serán los más afectados por el efecto de la ruptura sobre el ratio, mientras que para valores superiores la potencia es ya tan elevada que no deja margen para la mejora.

Magnitud/q	0.0001	0.001	0.01	0.1	1	100
0	30.7	78.8	99	100	100	100
1	91.8	93.88	99.1	100	100	100
2	95.38	97.92	99.62	100	100	100
3	96.58	98.68	99.89	100	100	100

Tabla 3

Los rasgos expuestos permiten concluir que los contrastes de estacionariedad no resultan adecuados para series con cambios en nivel, al producir grandes distorsiones en el tamaño del test que llevan a un sobrerrechazo de la hipótesis de estacionariedad.

Por lo que respecta a la potencia, ésta se ve "artificialmente" incrementada en muestras finitas debido a la especificación errónea, observándose por lo tanto un alto porcentaje de rechazos sea o no cierta la hipótesis nula. Con todo esto, hemos de coincidir con la conclusión de Lee y otros (1997) de que se han de considerar los cambios estructurales para evitar distorsiones en el tamaño en los tests de estacionariedad, y para incrementar la potencia en los tests de raíces unitarias (al menos en muestras reducidas).

4. Contraste KPSS Modificado (KPSSM)

Una vez que hemos puesto de manifiesto la inadecuación del contraste KPSS para series que presentan rupturas, en este apartado proponemos una modificación del test similar a la introducida por Perron (1990) en el contraste ADF. Dicha propuesta nos permitirá contrastar la hipótesis de estacionariedad en torno a un nivel que cambia frente a la alternativa de raíz unitaria, y podría ser aplicada de modo complementario al test de Perron (1989). Se espera además un comportamiento similar al del test KPSS, es decir, que conduzca a mejores resultados en series con características MA y coeficientes alejados de cero.

4.1 Derivación del contraste KPSSM

Planteamos el modelo modificado, KPSSM:

$$\begin{aligned}y_t &= \mu_t + \gamma z_t + \varepsilon_t \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + u_t \\ z_t &= \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq T_0 \\ 1 & \text{si } t > T_0 \end{cases}\end{aligned}$$

donde suponemos que T_0 , momento del tiempo en el que se produce la ruptura, es conocido a priori¹⁹.

Sobre este modelo contrastamos:

$H_0 : \sigma_u^2 = 0$, estacionariedad en torno a un nivel que presenta una ruptura

$H_1 : \sigma_u^2 > 0$, raíz unitaria

El estadístico utilizado para el contraste se corresponde con el de KPSS, pero para el cálculo de los residuos introducimos también la variable escalón definida anteriormente, obteniendo e_t a partir de la regresión de y_t sobre constante y la variable escalón²⁰.

Se puede observar el paralelismo de la propuesta con el modelo de Perron (1990) en su versión AO (outlier aditivo)²¹ , que bajo H_0 , se expresa como:

¹⁹ Nuestra propuesta es susceptible de recibir las mismas críticas que la realizada por Perron (1989; 1990), derivadas de la elección a priori del momento de ruptura.

Por otra parte, el modelo se podría haber expresado mediante una variable impulso en la ecuación de transición en vez de una variable escalón en la ecuación de medida. Lee (1996a) incluye una formulación de este tipo en su propuesta de test de estacionariedad que considera endógeno el punto de ruptura. No obstante, nosotros optamos por esta formulación por su mayor similitud al modelo de Nabeya y Tanaka (1988) del que partimos. En realidad, podríamos considerar nuestra propuesta un caso particular de este modelo, basado a su vez en la modificación que Perron realiza del test ADF.

²⁰ Teniendo en cuenta que, bajo la hipótesis nula, el modelo se corresponde con $y_t = \mu + \gamma z_t + \varepsilon_t$

$$y_t = \gamma D(T_0)_t + y_{t-1} + \varepsilon_t$$

siendo $D(T_0)_t=1$ si $t=T_0+1$ y 0 en el resto; $y_1=y(1)$, presentando la serie una media $y(1)$ hasta T_0 , e $y(1)+\gamma$ en el resto.

Bajo H_1 se obtiene:

$$y_t = \mu + \gamma z_t + \varepsilon_t$$

presentando media de μ hasta T_0 , y $\mu+\gamma$ a partir de T_0 .²²

Por su parte, el modelo que proponemos viene dado bajo H_0 por:

$$y_t = \mu + \gamma z_t + \varepsilon_t$$

y bajo H_1 presenta la siguiente forma reducida²³:

$$(1-L)y_t = \gamma D(T_0)_t + (1-\theta L)\xi_t$$

Dentro del modelo caben otras posibilidades. Así, se puede extender al caso de más de una ruptura adoptando la propuesta del modelo de shocks poco frecuentes de Balke y Fomby (1991), identificando los momentos de cambio mediante los residuos auxiliares -Harvey y Koopman (1992)- para luego aplicar el contraste sobre el modelo intervenido²⁴; observar otros tipos de intervenciones...

4.2 Obtención de valores críticos

Una vez introducida la modificación del contraste KPSS nos planteamos la obtención de los valores críticos del test modificado (KPSSM), que cambiarán con respecto a los tabulados por Kwiatkowski y otros (1992) o Nabeya y Tanaka (1988). Este hecho se puede explicar desde el momento que la distribución asintótica del test de Nabeya y Tanaka, como observan Leybourne y McCabe (1989), depende de las variables x_t y z_t (en nuestro caso $x_t=1$ y z_t es la variable escalón, no contemplada por ellos) al tener un proceso con suma parcial ponderada de los residuos de la regresión de y_t sobre z_t .

Los valores críticos han sido obtenidos mediante simulación, con 20000 repeticiones para distintos valores de $\lambda=T_0/T$, que representa la posición relativa del cambio en la muestra (en

²¹ Un outlier se considera aditivo (AO) si la economía reacciona de modo instantáneo ante un shock en el nivel; dicho outlier será innovacional (IO) si la reacción es gradual. Nuestra propuesta se podría extender a los casos A, B y C (cambio en nivel, en pendiente, y cambio en nivel y pendiente) de Perron (1989).

²² Para simplificar, consideramos ε_t i.i.d.($0, \sigma_\varepsilon^2$), si bien en la formulación original Perron parte de procesos ARMA(p,q) y ARMA(p+1,q) respectivamente.

²³ Nuestra propuesta de modificación sobre el modelo de Leybourne y McCabe supone un proceso ARIMA(p,1,1).

²⁴ En este caso, habría que analizar la sensibilidad de los valores críticos ante diferente número de rupturas y ubicación de las mismas.

concreto, consideramos λ desde 0.1 hasta 0.9, con incrementos de 0.1) y diferentes tamaños muestrales ($T=50, 75, 100, 150, 200, 250, 300, 400$ y 500), lo que supone un total de 81 experimentos. La tabla 4 contiene los valores críticos obtenidos para un tamaño de muestra de 100 a los niveles del 10%, 5%, 2.5% y 1%:

T=10	$\lambda=0.1$	$\lambda=0.2$	$\lambda=0.3$	$\lambda=0.4$	$\lambda=0.5$	$\lambda=0.6$	$\lambda=0.7$	$\lambda=0.8$	$\lambda=0.9$
10%	0.2864	0.2333	0.1883	0.1621	0.1532	0.1617	0.1914	0.2353	0.2860
5%	0.3823	0.3016	0.2391	0.2021	0.1880	0.2016	0.2466	0.3041	0.3790
2.5%	0.4743	0.3704	0.2945	0.2429	0.2202	0.2405	0.3041	0.3769	0.4801
1%	0.5876	0.4640	0.3670	0.3040	0.2641	0.2968	0.3832	0.4748	0.5990

Tabla 4

Se observa un comportamiento prácticamente simétrico de los valores críticos en torno a $\lambda=0.5$ que resulta confirmado por los resultados representados en la figura 2. Este aspecto también se hace patente en los tests de Perron (1989; 1990)²⁵

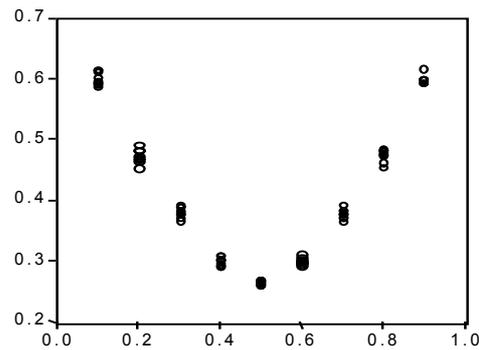


Figura 2: Resumen de valores críticos al 1% en función del parámetro λ

²⁵ Inicialmente Perron (1989) comenta que los valores críticos que obtiene para su test mediante simulación no se ven significativamente influidos por el valor del parámetro λ , si bien sugiere que la distribución límite es simétrica en torno a $\lambda=0.5$. Posteriormente, Park y Sung (1994) demuestran esta circunstancia, comentando que la asimetría observada por Perron es debida a variaciones muestrales.

4.3 Una propuesta de superficie de respuesta

Las superficies de respuesta son ecuaciones que relacionan los valores críticos estimados con variables de control²⁶. Consideramos que ésta puede ser una herramienta muy útil a la hora de aplicar el test propuesto, puesto que -como hemos comprobado- los valores críticos dependen de la posición relativa de la ruptura en la muestra, y la tabulación de valores críticos para cada posible momento de cambio resultaría una tarea demasiado ardua que puede ser evitada mediante la utilización de las superficies de respuesta. En nuestro caso, introducimos como variables de control λ y T ²⁷, lo cual nos permitirá obtener los valores críticos para cualquier valor de las mismas.

La superficie de respuesta propuesta es:

$$p^p(\lambda', T) = \beta_0 + \beta_1 \lambda'^2 + \frac{\beta_2}{T} + \frac{\beta_3}{T^2} \quad \lambda' = \lambda - 0.5$$

donde $p^p(\lambda', T)$ es el cuantil estimado. La ecuación se estimó cuatro veces, una para cada nivel considerado (10%, 5%, 2.5% y 1%), obteniéndose los resultados de la tabla 5, que pueden ser calificados de satisfactorios²⁸:

	β_0	β_1	β_2	β_3	R^2	EER ^(a)	MEDIO $ \varepsilon $ ^(b)	MAX $ \varepsilon $ ^(c)
$P^{0.1}(\lambda)$	0.1529 (0.0004)	0.8385 (0.005)	0	12.2824 (3.9474)	0.9969	0.0028	0.0018	0.0096
$P^{0.05}(\lambda)$	0.1942 (0.0014)	1.1952 (0.008)	-0.9595 (0.3602)	49.6855 (17.313)	0.9951	0.0049	0.0039	0.0107
$P^{0.025}(\lambda)$	0.2329 (0.0022)	1.5629 (0.0117)	-0.9533 (0.5016)	41.8290 (24.859)	0.9934	0.0076	0.0061	0.0142
$P^{0.01}(\lambda)$	0.2840 (0.0025)	2.0529 (0.0184)	-0.4019 (0.2814)	0	0.9881	0.0134	0.0112	0.0235

Nota: error estándar en paréntesis; (a), error estándar de regresión; (b), error absoluto medio de las predicciones de la superficie de respuesta frente a los valores críticos estimados; (c), máximo error absoluto.

Tabla 5

A modo de validación de las superficies generamos 5000 series de tamaño 100 con cambio en el momento 65 ($\lambda' = 0.15$), obteniendo los resultados que aparecen en la siguiente tabla:

²⁶ Antecedentes en este sentido los encontramos, entre otros, en MacKinnon (1994), Cheung y Lai (1993) para el test ADF, Carrión, Sansó y Artís (1997) para el contraste de Perron (1989), y Shepton (1995) para el contraste KPSS.

²⁷ Hemos propuesto inicialmente una superficie de respuesta del tipo: $p^p(\lambda) = \beta_0 + \beta_1(\lambda - \beta_2)^2$, que proporcionaba un buen ajuste tal y como se puede ver en la tabla A.1 del anexo. En este caso dado el limitado número de repeticiones en cada experimento se consideró únicamente como variable de control λ , adoptando valores desde 0.1 a 0.9. Posteriormente se contrastó sobre esta superficie el supuesto de simetría anteriormente comentado ($\beta_2 = 0.5$) obteniéndose en todas ecuaciones niveles críticos muy elevados, que resultan coherentes con la conclusión de Park y Sung (1994) para el test de Perron, confirmando que la mitad de sus valores críticos son redundantes. De ahí que hayamos aprovechado esa simetría para nuestra superficie de respuesta, considerando 40000 repeticiones, que nos permitieron la inclusión de T como variable de control.

	v.c. Simulación	v.c. Superficie ($\lambda'=0.15$)	Diferencia (%)
10%	0.1683	0.1729	2.73%
5%	0.2190	0.2165	1.14%
2.5%	0.2623	0.2627	0.15%
1%	0.3216	0.3262	1.43%

NOTA: en la columna “v.c. simulación” aparecen los valores críticos obtenidos a partir de procedimientos de Monte Carlo; los datos de la columna siguiente se obtuvieron a partir de las superficies de respuesta; en la última columna recogemos las diferencias en términos relativos entre los valores obtenidos en la simulación y mediante nuestra superficie.

Tabla 6

Como puede apreciarse, las diferencias son muy pequeñas, no superando el 3% en términos relativos, lo cual nos confirma los buenos resultados de la superficie.

Otro elemento que creemos interesante destacar es el hecho de que nuestros valores críticos están comprendidos entre los tabulados en el KPSS para series estacionarias en torno a nivel y estacionarias en torno a tendencia. Para $\lambda=0.5$ están más próximos a los valores críticos utilizados para el contraste de estacionariedad en torno a tendencia, mientras que a medida que el porcentaje de muestra afectado por el cambio se aproxima a los extremos, nos acercamos a los valores críticos del contraste para nivel.

Este comportamiento puede ser explicado a partir de la figura 3 en la que aparece la distribución empírica del estadístico propuesto para $\lambda=0.1$ y 0.5 , así como la de η_μ y η_τ . La distribución para $\lambda=0.1$ muestra gran parecido con la de η_μ , diferenciándose bastante con respecto a $\lambda=0.5$ y η_τ .

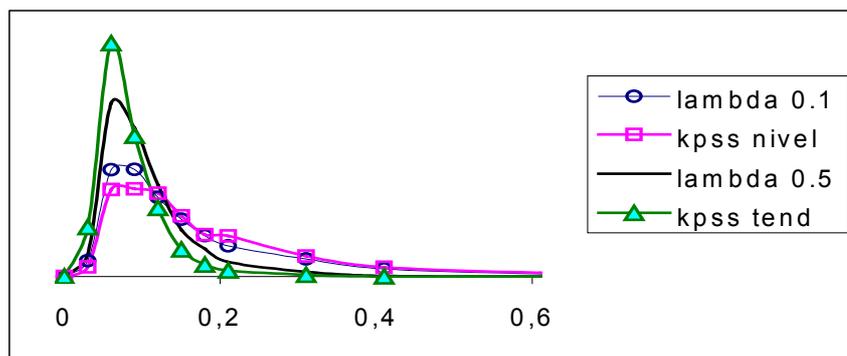


Figura 3: Distribución empírica de KPSSM

Las medidas de la siguiente tabla han sido obtenidas al generar 5000 series de tamaño 100 estacionarias en torno a un nivel constante, a un nivel que presenta cambios afectando a distintas proporciones de muestra, y estacionarias en torno a una tendencia. Los resultados corroboran el comportamiento antes mencionado, así como la asimetría a la derecha de las distribuciones.

²⁸ La estimación de la superficies ha sido llevada a cabo incorporando la corrección de heterocedasticidad de

	MÁXIMO*	MÍNIMO*	MEDIA	DESV TIP	ASIMETRÍA
KPSS nivel	1.45	0.01	0.16	0.12	2.43
λ=0.1	1.15	0.01	0.14	0.12	2.20
λ=0.9	1.06	0.01	0.14	0.12	2.23
λ=0.2	1.07	0.01	0.12	0.09	2.39
λ=0.8	0.88	0.01	0.12	0.09	2.28
λ=0.3	0.81	0.01	0.10	0.07	2.31
λ=0.7	0.85	0.01	0.10	0.07	2.28
λ=0.4	0.66	0.01	0.09	0.06	1.99
λ=0.6	0.58	0.01	0.09	0.06	1.99
λ=0.5	0.39	0.01	0.08	0.05	1.61
KPSS tend	0.35	0.01	0.07	0.04	1.96

*Máximo y mínimo valor que toman los estadísticos en cada experimento.

Tabla 7

Cabe observar el parecido de las distribuciones empíricas con una distribución chi-cuadrado. A este respecto, Harvey (1989) comenta que el estadístico de los multiplicadores de Lagrange seguirá una distribución chi-cuadrado con n grados de libertad²⁹ siempre y cuando se cumplan las condiciones de regularidad necesarias para que el estimador máximo verosímil sea normal asintóticamente. Sin embargo, en un modelo nivel local como el que nos ocupa, dichas condiciones no se cumplen bajo la hipótesis nula.

Otra referencia en este sentido la encontramos en Garbade (1977), quien muestra mediante simulación que, bajo la hipótesis nula, el estadístico para el contraste de estabilidad en los coeficientes de regresión del modelo con coeficientes variables³⁰ no sigue una distribución chi-cuadrado, sino que está más concentrada hacia el origen. Posteriormente, Tanaka (1983) demostraría que el estadístico de los multiplicadores de Lagrange en dicho modelo no tiende a normalidad.

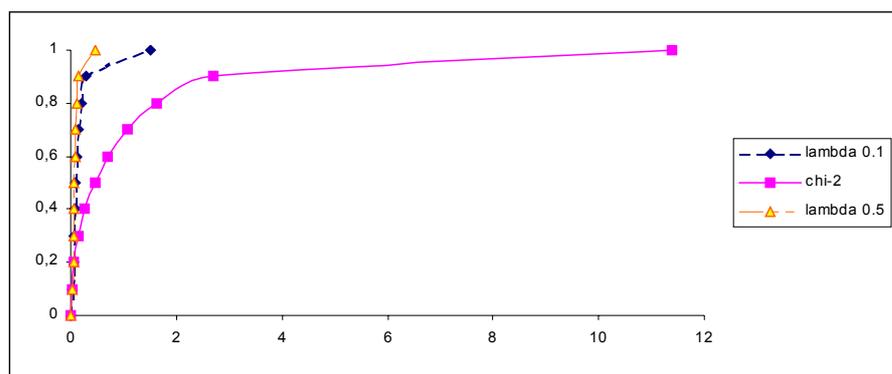


Figura 4: Función de distribución χ^2_1 y KPSSM

Newey-West. La tabla recoge 0 para los coeficientes que no resultaron significativos.

²⁹ Dado que n indica el número de restricciones, en el caso que nos ocupa adoptará valor unitario.

³⁰ Debemos recordar que tanto el contraste de Kwiatkowski y otros (1992) como el que aquí planteado se basan en el modelo de coeficientes de regresión variables de Nabeya y Tanaka (1988).

La figura 4 compara la función de distribución de una chi-cuadrado con un grado de libertad con las funciones de distribución para el caso $\lambda=0.1$ y $\lambda=0.5$, mostrando mayor concentración estas últimas en torno al origen. Esto se traducirá en el hecho de que si utilizásemos los valores de la distribución chi-cuadrado, nos conducirían a un test muy conservador desde el momento en que el porcentaje de rechazos sería demasiado elevado.

5. Análisis del comportamiento del test KPSSM

En este apartado analizamos el comportamiento del test KPSSM tanto bajo la hipótesis de estacionariedad como en series que presentan raíz unitaria, observando las distorsiones que se pueden producir en el tamaño del test ante diversas circunstancias, así como la potencia del mismo. En todo este análisis asumiremos errores i.i.d., considerando $l=0$ (ignoramos las posibles distorsiones que se puedan producir al tener en cuenta distinto número de retardos o en presencia de autocorrelación)³¹ y diferentes magnitudes de ruptura en función del error estándar.

Para nuestro estudio de simulación adoptamos como referencia muestras de tamaño 100, considerando 5000 repeticiones para cada uno de los siguientes casos de estudio:

1. Tamaño y potencia del test ante distintos valores de λ y diferentes magnitudes de ruptura
2. Aplicación del test modificado en series que no presentan rupturas
3. Aplicación del test modificado ante especificaciones erróneas del momento de cambio

5.1. Aplicación del test KPSSM correctamente especificado. Tamaño y potencia

Comenzamos analizando el tamaño empírico del test ante distintos valores de λ y diferentes magnitudes de ruptura, para lo cual llevamos a cabo una comparación de los valores de los estadísticos con los valores críticos tabulados. Los resultados, recogidos en la tabla 8, muestran un comportamiento adecuado del test, ya que se observan en general tamaños correctos para los distintos valores de λ y diferentes magnitudes de ruptura, indicando que incorpora correctamente el efecto de la ruptura.

Magnitud/ λ	0.05	0.2	0.3	0.5	0.7	0.8
1	5.13	4.9	5.1	5	5.3	4.8
2	4.5	5.1	5.28	4.9	4.95	5.4
3	5.1	4.95	4.8	5.1	5.05	5.2

Tabla 8: Tamaño del test modificado; nivel 5%; errores i.i.d.

³¹ Nuestro objetivo fundamental en este trabajo es analizar los rasgos diferenciales del test KPSS cuando se incorpora la ruptura. No obstante, ciertos aspectos como el número de retardos considerados o el tamaño muestral

Por lo que se refiere al análisis de la potencia del test, hemos considerado algunos de los valores habituales del ratio señal-ruido, q . Los resultados, para $\lambda=0.5$ y distintas magnitudes de ruptura aparecen en la tabla adjunta:

Magnitud/ q	0.0001	0.001	0.01	0.1	1	100
1	5.84	9.03	42.54	91.49	99.66	99.92
2	5	8.32	43.88	92.04	99.52	99.94
3	5.48	8.64	41.84	91.88	99.46	99.9

Tabla 9: Potencia del test KPSS modificado; nivel 5%; $\lambda=0.5$; errores i.i.d.

La comparación de los resultados anteriores con los obtenidos por Kwiatkowski y otros (1992) permite concluir que, para el caso de rupturas localizadas en el centro del período muestral ($\lambda=0.5$) la potencia del test KPSSM es algo inferior a la observada en el test KPSS para estacionariedad en torno a un nivel constante, pero superior al de estacionariedad en torno a tendencia en muestras de este mismo tamaño. Este hecho resulta coherente con las características analizadas en el epígrafe anterior para la distribución del test modificado: dicha distribución se encuentra acotada entre las correspondientes a KPSS para estacionariedad en torno a nivel y a tendencia, resultando similar a esta última la del test modificado para $\lambda=0.5$.

Como era de esperar, la potencia va aumentando también con el ratio q , y con el tamaño muestral. Esta última relación –análoga a la observada en el test KPSS- puede apreciarse a partir de los resultados obtenidos para una muestra de tamaño 200:

Magnitud/ q	0.0001	0.001	0.01	0.1	1	100
1	6.07	22.56	80.77	99.76	100	100
2	6.74	22.39	81.21	99.48	100	100
3	6.65	21.4	79.98	99.54	100	100

Tabla 10: Potencia del test KPSS modificado; nivel 5%; $\lambda=0.5$; errores i.i.d.. T=200

Otro aspecto que revelan los resultados anteriores es que la potencia en el test modificado apenas parece verse afectada ante distintas magnitudes de ruptura, quizás como reflejo del hecho de que recoge correctamente el efecto del cambio.³²

Por último, investigamos el efecto sobre la potencia del parámetro λ , para lo cual adoptando T=100 consideramos los valores 0.2, 0.3 y 0.8, con rupturas de distinta magnitud:

analizados por Kwiatkowski y otros (1992) y Leybourne y McCabe (1994), seguirán afectando a los resultados del contraste.

³² Este aspecto contrasta con los análisis realizados mediante simulación sobre el test de Perron (1990) por Sánchez de la Vega (1995), quien observa ligeras disminuciones en la potencia a medida que aumenta la magnitud de ruptura.

Magnitud/q	0.0001	0.001	0.01	0.1	1	100
1	5.96	13.04	49.54	88.47	98.52	99.53
2	5.43	12.92	50.17	88.86	98.52	99.21
3	5.77	12.82	49.9	89.61	98.48	99.36

Potencia del test KPSS modificado; nivel 5%; $\lambda=0.2$; errores i.i.d.

Magnitud/q	0.0001	0.001	0.01	0.1	1	100
1	5.73	11.46	45.96	88.8	98.92	99.62
2	6	10.89	44.64	88.92	99.08	99.66
3	6.37	10.47	46.46	88.96	99.34	99.64

Potencia del test KPSS modificado; nivel 5%; $\lambda=0.3$; errores i.i.d.

Magnitud/q	0.0001	0.001	0.01	0.1	1	100
1	5.35	13.32	48.92	88.3	98.51	99.2
2	5.78	12.68	49.77	88.03	98.08	99.24
3	6.10	13.46	48.03	88.16	98.67	99.16

Potencia del test KPSS modificado; nivel 5%; $\lambda=0.8$; errores i.i.d.

Tabla 11

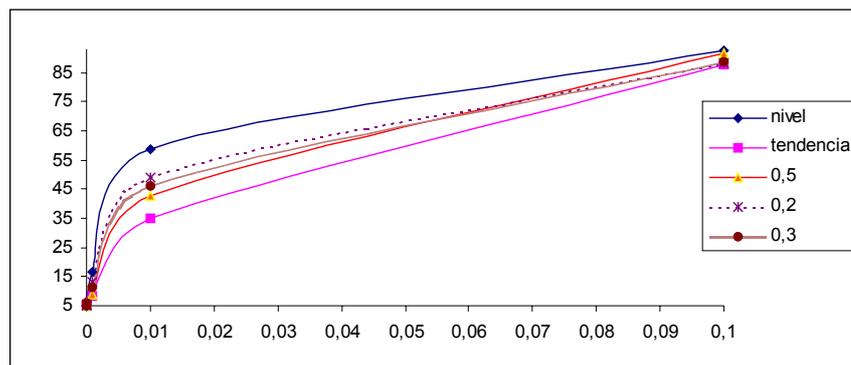


Figura 5: Porcentaje de rechazos de KPSS y KPSSM para distintos valores λ

El gráfico representado en la figura 5 muestra cómo la potencia se ve afectada por los diferentes valores de λ , si bien para el tamaño muestral considerado ($T=100$) el sentido de la dependencia viene influido por el valor del ratio señal-ruido. Así, para valores de q reducidos, como 0.001 o 0.01, se aprecia una potencia mayor para rupturas próximas a los extremos de la muestra que en el centro de la misma. A medida que λ se acerca a los extremos, la potencia se va aproximando a la observada en el test de estacionariedad en torno a un nivel constante como reflejo de la similitud anteriormente comentada entre esta distribución y la del test modificado. En cambio, para valores más elevados del ratio señal-ruido el proceso se invierte, mostrando una potencia ligeramente superior a medida que la ruptura se acerca al centro de la muestra. No obstante, al ir aumentando el tamaño de muestra es de esperar que este último efecto se atenúe hasta desaparecer conduciendo a potencias del 100%, al igual que los tests KPSS de nivel y tendencia que acotan nuestros resultados.

Se observa también para los distintos valores de q un comportamiento prácticamente simétrico de la potencia en torno a $\lambda=0.5$, reflejo de la distribución del test modificado³³.

5.2. Comportamiento del test modificado ante especificaciones erróneas

Resulta interesante analizar las posibles distorsiones en el tamaño y en la potencia del test en el caso de detección errónea del momento de cambio. Hay que recordar que nuestra propuesta se basa en considerar el punto de ruptura como una variable exógena del modelo, determinada por el conocimiento a priori del investigador. No obstante, cabe la posibilidad de que se produzcan errores debidos al investigador o las técnicas utilizadas para la detección del cambio, o bien que el acontecimiento que se supone va a provocar la ruptura muestre sus efectos antes o después en el tiempo³⁴.

Debido a las razones expuestas analizamos separadamente dos posibilidades: la consideración de un cambio que realmente no se produce y la equivocación en la localización muestral de dicho cambio.

5.2.1. Consideración de una ruptura inexistente

Para analizar la primera posibilidad generamos series estacionarias en torno a un nivel constante, aplicando sobre las mismas la versión modificada del test para distintas localizaciones muestrales de la ruptura (denotaremos por λ^* las posiciones relativas de las rupturas supuestas).

Los resultados aparecen en la tabla adjunta, donde no se aprecian grandes distorsiones en el tamaño del test al aplicar la versión modificada sobre series que realmente no presentan rupturas. Este comportamiento contrasta con las distorsiones ya comentadas para el caso de series con rupturas en las que sin embargo se aplica el test KPSS sin modificar.

λ^*	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
	4.4	5.8	5.3	5.1	5	5	4.5	5.5	4.8

Tabla 12: Porcentaje de rechazos con el test modificado; nivel 5%; errores i.i.d.

En cuanto a la potencia del test modificado ante este tipo de especificaciones erróneas, los resultados son los que aparecen en la tabla siguiente:

³³ En el caso del test de Perron, este aspecto es resaltado también por Sánchez de la Vega (1995), quien para muestras de tamaño 100 encuentra simetría en la distribución, disminuyendo la potencia hasta $\lambda=0.5$ para luego aumentar.

³⁴ Una situación de este tipo aparece descrita en Montañés (1997), quien expone el caso de la exportación de manufacturas en España a raíz de la entrada de nuestro país en la Unión Europea en 1986, observándose que la ruptura en esa serie se produjo de modo adelantado en 1985 como consecuencia de una maniobra de los exportadores para seguir beneficiándose del impuesto español, eludiendo el IVA un año más.

λ^*	q	0.0001	0.001	0.01	0.1	1	100
0.1		5.25	14.22	54.74	90.22	98.52	99.21
0.2		5.39	13.39	50.2	88.36	98.06	99.18
0.3		5	11	44.48	88.94	99	99.62
0.4		5.48	9.2	42.86	91.2	99.48	99.8
0.5		5.08	8.72	42.78	91.42	99.46	99.9
0.6		5.66	9.48	42.83	90.82	99.44	99.75
0.7		5.21	11	44.39	88.41	98.54	99.54
0.8		5.58	12.82	49.4	88.72	98.12	99.52
0.9		5.3	14.2	54.86	90.8	98.6	99.38

Tabla 13: Porcentaje de rechazos del test KPSS modificado; nivel 5%; errores i.i.d.

Los resultados de potencia son también análogos a los observados en el caso de especificación correcta de las rupturas. Para muestras de tamaño 100 se sigue observando una cierta simetría en torno a $\lambda^*=0.5$ que depende de q, aumentando la potencia si λ^* se aproxima a los extremos con valores reducidos del ratio señal-ruido, e invirtiéndose el proceso para valores elevados.

Este comportamiento contrasta con el observado en diversos estudios sobre el test de Perron, en los que se puede ver que la potencia es mayor cuando no existe cambio que cuando éste se presenta. En el test KPSSM ni el tamaño ni la potencia se ven alterados por la existencia de cambio y la magnitud del mismo, rasgo que aconsejaría su aplicación ante la mínima sospecha de existencia de cambios en nivel de la serie, evitando así las distorsiones que se producen en el caso de utilizar el test KPSS cuando la serie sufre rupturas en su nivel.

5.2.2. Elección errónea del momento de cambio

En cuanto al segundo aspecto, referente a la ubicación errónea del momento de cambio, generamos series que presentaban rupturas en $T_0=\lambda T$, con $\lambda=0.2, 0.3, 0.5$ y 0.8 . Para cada caso analizamos los efectos de considerar la ruptura erróneamente en otros puntos circundantes, $T_0^*=\lambda^* T$, donde $\lambda^*=\lambda\pm\delta$ ($\delta=0.03, 0.05, 0.1$), junto con casos más extremos como $\delta=-0.2$ o $+0.2$. Los resultados bajo la hipótesis de estacionariedad aparecen en las tablas A.2-A.5 del apéndice, obteniéndose los valores críticos a partir de las superficies de respuestas propuestas.

Se observan distorsiones en el tamaño del test que conducen a un sobrerrechazo de la hipótesis de estacionariedad, y que van aumentando a medida que nos separamos del momento de cambio real y aumenta la magnitud de la ruptura.

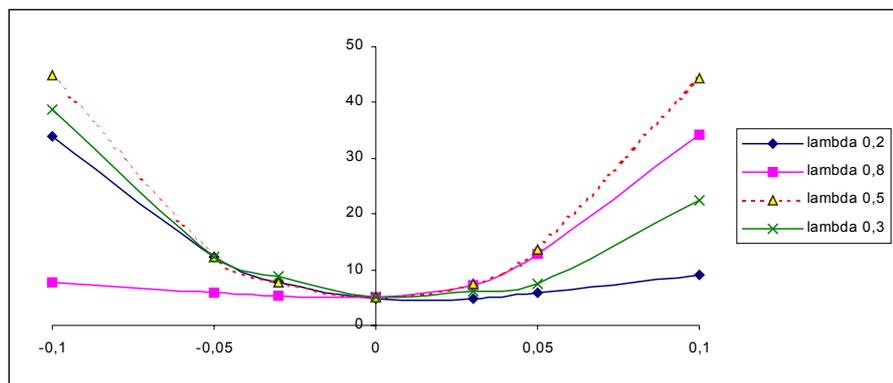


Figura 6: Porcentaje de rechazos ante especificaciones erróneas para distintos λ y δ ; Ruptura=3³⁵

A partir de los resultados de las tablas y de la figura 6 se pueden observar otros aspectos:

-Cuando la ruptura se produce en el centro de la muestra, se observa un comportamiento prácticamente simétrico del test, con distorsiones muy similares ante iguales magnitudes de error en la detección del momento de cambio por exceso y defecto.

-Para valores de λ simétricos respecto a 0.5, como 0.2 y 0.8, se observa que las distorsiones son muy similares ante errores de localización de la ruptura de igual magnitud, pero opuestos en sentido³⁶.

-Se observan menores distorsiones ante iguales errores en especificación de la ruptura (δ) a medida que λ se aproxima a los extremos de la muestra.

Dada la influencia que puede tener este tipo de error sobre las conclusiones finales del test, realizamos otro experimento para analizar el efecto del tamaño de muestra. Para ello, generamos series de tamaño 200 con ruptura en el centro de la distribución, considerando los mismos errores que en los casos anteriores.

Los resultados aparecen en la tabla A.6 del apéndice a partir de la cual se sigue observando el comportamiento prácticamente simétrico, si bien ahora ante los mismos valores de λ^* se aprecian porcentajes de rechazos más altos que para series de tamaño 100. No obstante, conviene tener presente que los valores de λ^* coincidentes con los anteriores se corresponden en este caso con

³⁵ Se han observado comportamientos similares para otras magnitudes de la ruptura.

³⁶ Así para $\lambda=0.2$ se producen más distorsiones si el error es por defecto, siendo éstos similares a los observados para $\lambda=0.8$ ante errores de igual magnitud por exceso.

un mayor número de unidades de error. En cambio, si se contemplan iguales unidades de error para muestras de tamaño 100 y 200, se observan menores distorsiones en éstas últimas³⁷.

Los resultados referentes a la potencia se recogen en las tablas A.7-A10 del apéndice en las que cabe resaltar algunos aspectos:

-El porcentaje de rechazos es superior al observado con cambios bien especificados, aumentando a medida que nos separamos del punto de cambio real y al incrementarse la magnitud de ruptura. Esto se puede explicar a partir del hecho de que los errores en este caso deberán ser mayores, incidiendo por lo tanto en un mayor valor del estadístico y en un incremento del porcentaje de rechazos.

-Para los valores de q más reducidos, el porcentaje de rechazos sufre un incremento mayor a medida que aumenta la separación con el punto de cambio real, observándose en algunos casos situaciones como las que se pueden ver en las tablas o las que aparecen representadas en la figura 7, en donde para rupturas de magnitud 3 se aprecia un mayor porcentaje de rechazos para $q=0.0001$ que para $q=0.001$. Esto se puede explicar por el peso de la ruptura mal especificada sobre los residuos, que se dejará sentir más para valores reducidos del ratio señal-ruido. Para desviaciones pequeñas, la ruptura ha de ser elevada para sentir este efecto, pero a medida que la desviación aumenta, el efecto se deja sentir con rupturas de menos magnitud.

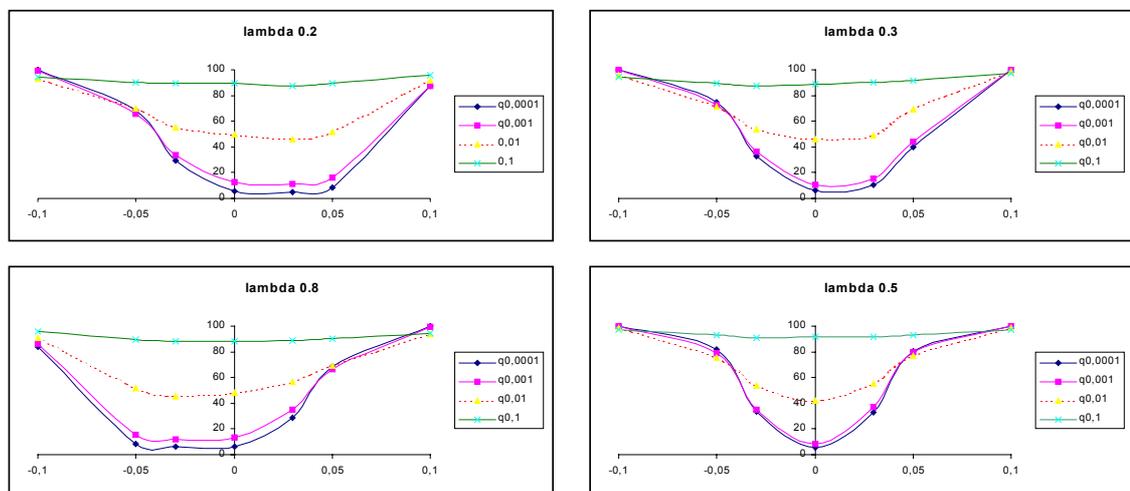


Figura 7; Porcentaje de rechazos para distintas desviaciones (δ) con diferentes ratios señal-ruido. Ruptura=3.

-Como muestra la figura 8, se conserva para los diferentes valores de q el comportamiento señalado en el tamaño del test ante especificaciones erróneas: con $\lambda=0.5$ simetría para $0.5-\delta$ y $0.5+\delta$, comportamiento “opuesto” para valores simétricos en torno a $\lambda=0.5$.

³⁷ Por ejemplo, para una ruptura de magnitud 1 en una serie $T=100$ y $\lambda^*=0.3$ (lo que representa 20 unidades de error) la proporción de rechazos era del 87.62%; en una serie $T=200$ y $\lambda^*=0.4$ (que también representa un error en 20

Con desviaciones (δ) reducidas, el porcentaje de rechazos es mayor si la ruptura se aproxima a los extremos (para errores por defecto en la primera mitad de la muestra, y por exceso en la segunda, según lo apuntado previamente) conservando así el comportamiento observado para la potencia en el caso de rupturas bien especificadas. También como este caso, para valores de q más elevados, el porcentaje de rechazos es ligeramente superior cuando la ruptura se produce en el centro de la muestra.

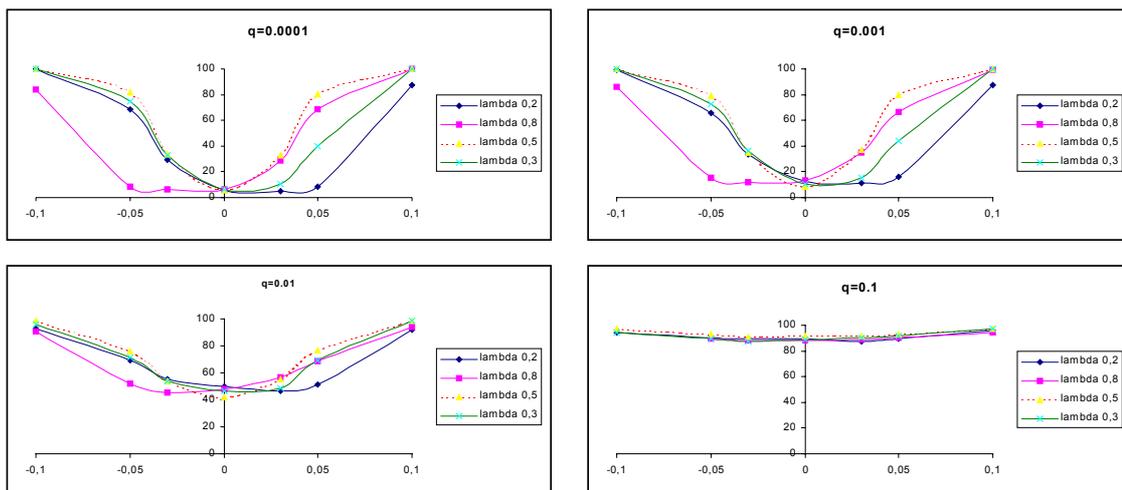


Figura 8: Porcentaje de rechazos ante distintas desviaciones (δ) con diferentes puntos de ruptura. Ruptura= 3

Se puede concluir que en este caso de especificación errónea del momento de cambio, el test nos llevará a un alto porcentaje de rechazos, sea o no falsa la hipótesis de estacionariedad³⁸.

A modo de síntesis, recopilamos en las tablas 14 y 15 las principales conclusiones sobre los análisis de tamaño y potencia del test KPSSM en las casuísticas consideradas:

unidades), el porcentaje pasa a ser del 76.82%

³⁸ Hecq y Urbain (1993) analizan el comportamiento del test de Perron (1990) para outliers innovacionales, también en muestras con 100 observaciones y considerando la ruptura en el centro de la muestra, ante especificaciones erróneas en el punto de ruptura. En este trabajo, se observa que si el error es por defecto, para rupturas de gran magnitud, conlleva una reducción en el porcentaje de rechazos de la hipótesis de raíz unitaria tanto bajo la hipótesis nula como bajo la alternativa; para errores por exceso observaron distorsiones en el tamaño del test que llevan a un sobrerrechazo de la hipótesis nula. Montañés (1997) demuestra también para el caso de outliers innovacionales que ante cambios en nivel el test de Perron (1990) presenta un correcto comportamiento asintótico bajo la hipótesis alternativa, si bien en muestras finitas disminuirá la potencia ante grandes rupturas. Estos resultados son extensibles al caso aditivo.

Situación KPSSM	T	Magnitud	$ \lambda - 0.5 $	$ \delta $
Bien especificado	NO	NO	NO	---
Mal especificado (Ruptura inexistente)	NO	---	NO	---
Mal especificado (Elección errónea del momento de ruptura)	SI, ↓	SI, ↑	SI, ↓	SI, ↑

Tabla 14: Distorsiones en el tamaño del test KPSSM ante distintos factores

Situación KPSSM	q	T	Magnitud	$ \lambda - 0.5 $		$ \delta $
				q bajo	q alto	
Bien especificado	↑	↑	=	↑	↓	
Mal especificado (Ruptura inexistente)	↑	↑	=	↑	↓	
Mal especificado (Elección errónea del momento de ruptura)	↑	↑	↑	↓	↓	↑

[Comportamiento opuesto para valores simétricos respecto a $\lambda=0.5$]

Tabla 15: Análisis de potencia del test KPSSM: respuesta ante distintos factores

6. Aplicación empírica: Producción de antracita en Asturias

Los análisis de simulación presentados anteriormente muestran el buen comportamiento de los contrastes modificados, en el sentido de incorporar cambios estructurales. No obstante, consideramos conveniente complementar este análisis con aplicaciones reales, que permitan apreciar las ventajas de tratar adecuadamente magnitudes económicas que hayan sufrido rupturas en su nivel.

Más concretamente, presentamos aquí una aplicación de la metodología expuesta a la serie de Producción mensual de antracita en Asturias (ANTRA), expresada en Tm y publicada por SADEI.

La elección de esta magnitud se basa en dos tipos de consideraciones:

- ❖ Se trata de una serie de indudable interés para la economía regional, dado el peso de las industrias extractivas en el conjunto del VAB regional (superior al 11% para el año 1997) y el alto rendimiento de la minería de antracita asturiana en relación al conjunto nacional.
- ❖ La serie presenta un comportamiento estable en el período muestral considerado (el comprendido entre los meses de enero de 1989 y mayo de 1998), produciéndose una ruptura clara a inicios del año 1994, ya que en esa época gran parte de las industrias productoras de hulla pasaron a producir antracita exclusivamente.

6.1. Análisis descriptivo

La evolución de la producción regional de antracita aparece recogida en el gráfico adjunto, que permite observar un comportamiento estable en torno a cierto nivel productivo hasta inicios del año 1994, momento en el que se presenta un cambio de nivel, que parece venir acompañado de una mayor dispersión.

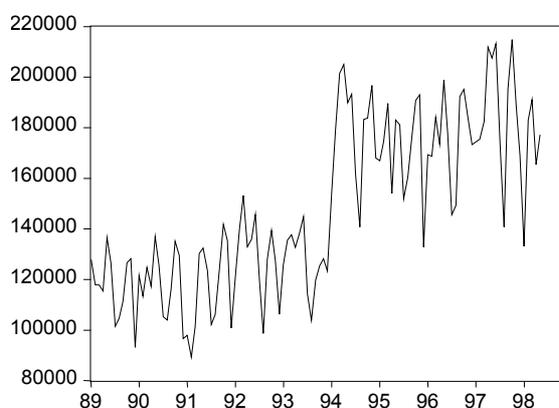


Figura 9: Evolución de la producción regional de antracita (Tm)

Resulta aconsejable comenzar analizando la dispersión de la magnitud, para detectar así la posible necesidad de aplicar transformaciones como las propuestas por Box y Cox (1964). Para ello acudimos a uno de los procedimientos más clásicos, basado en el análisis media-dispersión (cuantificada esta última mediante el rango y/o la desviación estándar).

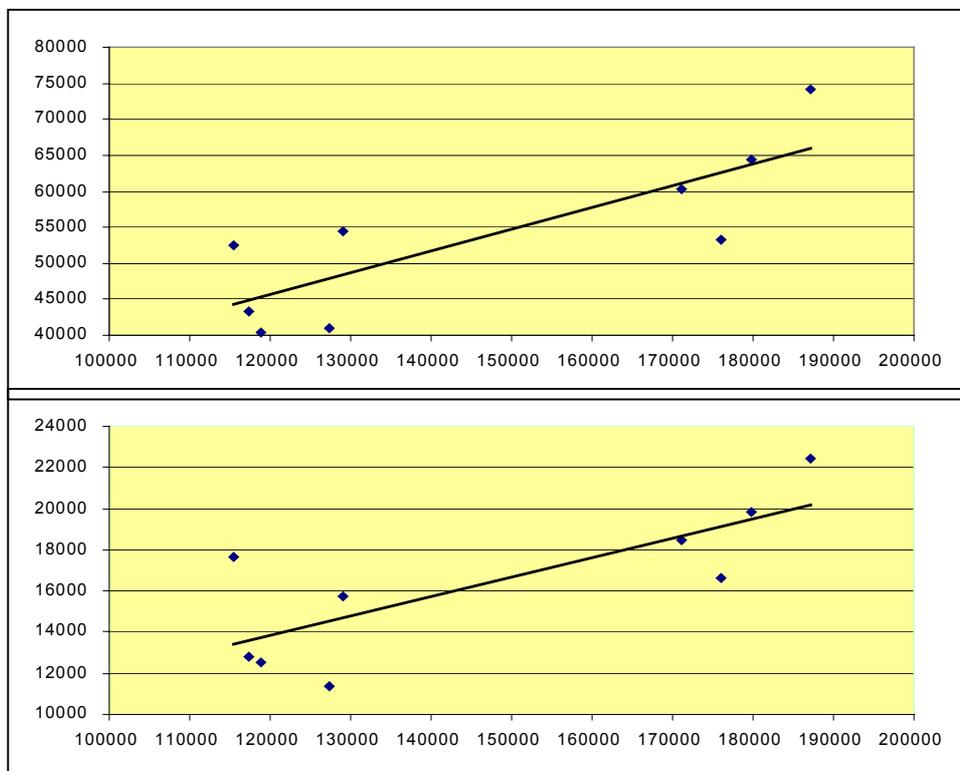


Figura 10: Diagramas Rango-Media (superior) y Desviación estándar-Media (inferior)

Denotando respectivamente por R_{Y_t} , S_{Y_t} , \bar{Y}_t el rango, la desviación típica y la media anual de la producción de hulla, hemos efectuado los correspondientes análisis de regresión cuyos resultados recogemos en la tabla, indicando entre paréntesis la desviación estándar de los coeficientes estimados (primera línea) y la discrepancia t de student (segunda línea) que en ambos casos conducen a resultados significativos para rechazar la nulidad de la pendiente.

Análisis Rango-Media	Análisis Desviación típica-Media
$R_{Y_t} = 9268.18 + 0.3\bar{Y}_t$	$S_{Y_t} = 2673.6 + 0.09\bar{Y}_t$
(11950.6) (0.079)	(4248.12) (0.028)
(0.775) (3.79)*	(0.62) (3.28)*

Tabla 16: Resultados de la estimación Rango-Media y Desviación típica-Media

A la luz de los resultados anteriores, parece conveniente comenzar llevando a cabo sobre la serie ANTRA una transformación logarítmica. Dicho cambio, además de atenuar el problema de la heterocedasticidad, presenta una ventaja adicional, ya que la variable transformada (que denominaremos LANTRA) supera sin problemas los contrastes de normalidad³⁹, adaptándose por tanto mejor a las hipótesis habituales en este tipo de estudios.

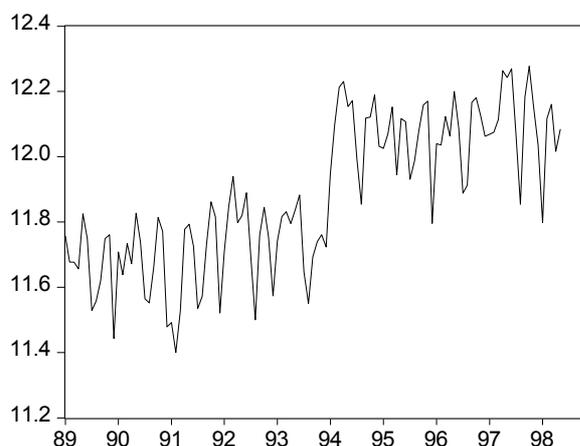


Figura 11: Evolución de la serie transformada LANTRA

Adoptando LANTRA como serie de referencia hemos efectuado sobre la misma un análisis estadístico encaminado a detectar la presencia de componentes de tendencia y estacionalidad⁴⁰. Por lo que respecta a la tendencia, la aplicación de los tests de rachas y rangos al período muestral completa llevaría a concluir que la serie LANTRA presenta tendencia determinista, si bien dicha conclusión cambiaría al considerar dos subperíodos, antes y después del cambio estructural. Por otro lado, el test de Kruskal-Wallis permite concluir que la serie LANTRA presenta estacionalidad, componente que puede también apreciarse en su representación gráfica.

PERÍODO MUESTRAL	RACHAS	RANGOS	KRUSKAL-WALLIS
Global (1989-1998)	p=0.00	p=0.00	p=0.00
Inicial (1989-1993)	p=0.06	p=0.04	p=0.00
Final (1994-1998)	p=0.11	p=0.74	p=0.00

Tabla 17: Niveles críticos asociados a los contrastes de tendencia y estacionalidad

³⁹ Más concretamente, la aplicación del test de normalidad de Jarque y Bera (1980) a la variable original ANTRA proporciona un nivel crítico $p=0.03$, mientras que el mismo contraste aplicado a la variable transformada LANTRA conduce a un nivel crítico $p=0.06$.

⁴⁰ La transformación logarítmica no afecta a los test no paramétricos de rachas, rangos y Kruskal-Wallis, por lo cual los resultados serían idénticos para ANTRA y LANTRA.

La formulación de modelos estructurales, que nos permite analizar los componentes tendencial, estacional, cíclico e irregular de la serie, proporciona una nueva óptica de análisis para nuestros resultados sobre la serie LANTRA. En concreto, el planteamiento de un modelo estructural básico⁴¹ estimado con el programa STAMP 5.0 proporciona los resultados resumidos en la tabla 18.

Componente	Varianzas estimadas de las perturbaciones (q-ratios)		Coefficientes estimados vector estado	Valores t (niveles críticos)
Irregular	0.003289 (1.0000)			
Nivel	0.002523 (0.7673)		12.0000	246.0500 (0.0000)**
Pendiente	0.000000 (0.0000)		0.0024	0.5123 (0.6096)
Estacionalidad	0.000003 (0.0010)	S1	0.0319	1.7284 (0.0870)
		S2	-0.0238	-1.2801 (0.2035)
		S3	0.0695	4.8334 (0.0000)**
		S4	-0.0661	-4.5643 (0.0000)**
		S5	0.0052	0.3870 (0.6996)
		S6	0.0772	5.7153 (0.0000)**
		S7	-0.0037	-0.2799 (0.7801)
		S8	0.0177	1.3459 (0.1814)
		S9	-0.0132	-1.0246 (0.3080)
		S10	0.0014	0.1082 (0.9140)
		S11	0.0094	0.8776 (0.3823)

Tabla 18: Estimación de un modelo estructural para la serie LANTRA

⁴¹ El modelo estructural básico se puede formular como:

$$y_t = \mu_t + \gamma_t + \varepsilon_t$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \eta_t$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \xi_t$$

donde μ_t representa el componente de tendencia y γ_t el componente estacional. Para este último, incluimos la formulación de estacionalidad trigonométrica en vez de variables ficticias porque permite cambios más suaves, representado una formulación más flexible:

$$\gamma_t = \sum_{j=1}^{s/2} \gamma_{jt}$$

$$\gamma_{jt} = \gamma_{jt-1} \cos \lambda_j + \gamma_{jt-1}^* \operatorname{sen} \lambda_j + \omega_{jt}$$

$$\gamma_{jt}^* = -\gamma_{jt-1} \operatorname{sen} \lambda_j + \gamma_{jt-1}^* \cos \lambda_j + \omega_{jt}^*$$

A la luz de estos resultados cabe destacar los siguientes aspectos:

- ❖ Los estadísticos parecen indicar una especificación correcta del modelo, si bien el valor correspondiente al contraste de normalidad resulta algo elevado (7.54), hecho que puede ser explicado por la existencia de rupturas y outliers en la serie no tenidos en cuenta en la formulación del modelo.
- ❖ Resalta el elevado ratio señal ruido correspondiente al componente de nivel (0.7673)
- ❖ La estimación de la varianza correspondiente al componente de pendiente es cero, lo que nos indica que dicho componente es determinista. El contraste de significación de la pendiente en el vector de estado final no nos permite rechazar la hipótesis de nulidad, por lo que optamos por eliminarlo de la modelización⁴².
- ❖ También se puede observar la estacionalidad presente en la serie.

Para completar el análisis anterior, hemos analizado los residuos auxiliares correspondientes a niveles superiores a 3 veces la desviación típica tanto para el componente de nivel como el irregular. Estos resultados nos confirman la existencia de un cambio en nivel en enero de 1994 acorde con el cambio de producción de gran parte de las industrias extractoras de hulla a antracita, así como la existencia de outliers en febrero de 1991 y enero de 1998, debidos a las jornadas de huelga en la minería con motivo de las negociaciones del convenio colectivo y el plan de futuro de la empresa HUNOSA⁴³.

6.2. Análisis de estacionariedad de la serie

Como consecuencia de la diversidad de contrastes de estacionariedad, no coincidentes en cuanto a la hipótesis nula planteada, es posible llegar en ocasiones a conclusiones contradictorias con respecto al carácter estacionario de una serie.

Este tipo de situaciones dificulta el diseño de un proceso secuencial para la aplicación de contrastes de estacionariedad. En nuestro caso concreto, hemos optado por combinar la aplicación de los contrastes de raíces unitarias (ADF y Perron) y los de estacionariedad (KPSS y KPSSM), siguiendo la estrategia de partir del modelo más general.

El estudio persigue analizar el orden de integración de la serie, para lo cual comenzaremos contrastando la existencia de dos raíces unitarias sirviéndonos de los contrastes ADF y KPSS,

⁴² El componente de tendencia quedaría reducido a $\mu_t = \mu_{t-1} + \eta_t$. El modelo así formulado, según hemos comprobado, presenta una especificación correcta.

⁴³ En concreto, durante el mes de enero de 1998 la huelga duró 23 días naturales, prolongándose posteriormente en algunos pozos. Como consecuencia, la caída de la producción de antracita fue de un 23.3% en términos interanuales.

que no consideran la presencia de rupturas en la serie, frente a la alternativa de que la variable es $I(1)$ o $I(0)$. En caso de rechazar la existencia de dos raíces unitarias, el análisis se centrará en el estudio de una raíz unitaria incorporando la posibilidad de que se produzcan rupturas en la serie, comparando los resultados con los observados en los contrastes que no tienen en cuenta la ruptura.

Esta secuencia de contrastes aparece resumida en la figura siguiente, que recoge también las conclusiones obtenidas en las distintas etapas:

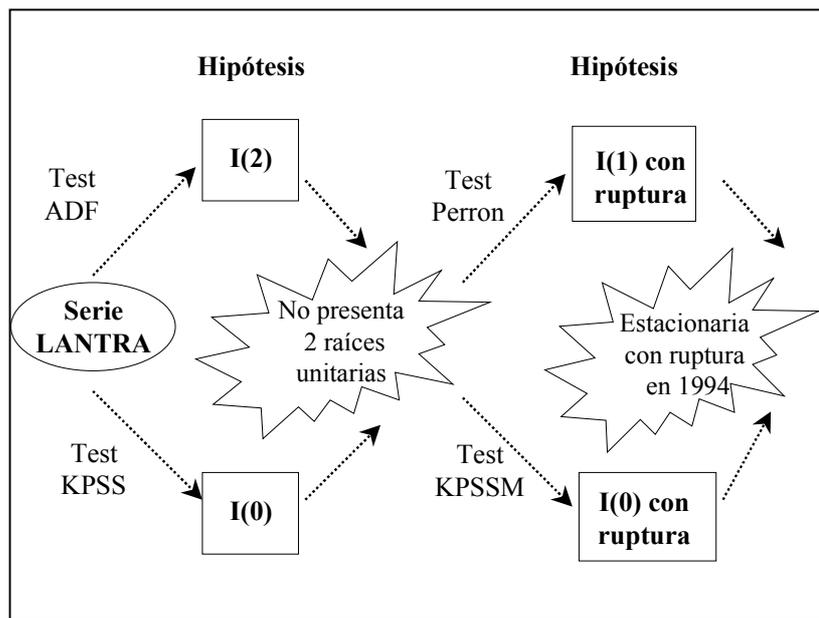


Figura 12: Secuencia de contrastes aplicados y conclusiones

Cabe señalar que a lo largo del análisis, y pese a que tal y como hemos observado la serie presenta componente estacional, no se realizaron ajustes de estacionalidad. Los efectos de dichos ajustes sobre los contrastes de raíz unitaria fueron analizados por Jaeger y Kunst (1990), Ghysels (1990), Franses (1991) y Ghysels y Perron (1993), encontrando que el prefiltrado mediante procesos media móvil disminuye la potencia de estos tests. Este aspecto también fue observado por Ghysels y Perron (1996) en los contrastes de raíz unitaria que incorporan la posibilidad de rupturas y por Olekalns (1994) al examinar otras alternativas, como es la inclusión de variables ficticias. Por otro lado, los estudios realizados por Olekalns (1996) sobre el test KPSS le permiten observar la existencia de distorsiones en el tamaño empírico del contraste, si bien la potencia no se ve afectada en los casos en los que la distorsión producida por el filtro es menor.

En cuanto a la aplicación del test ADF, una primera cuestión que se plantea es la elección del número de retardos a incluir, pues si éste es demasiado bajo se producirán distorsiones en el tamaño del test, mientras que si resulta elevado se resentirá la potencia. En este sentido, Ng y Perron (1993) observan que la utilización de métodos dependientes de los datos conduce a contrastes con mejores propiedades, en lo que a tamaño y potencia se refiere, que si k es fijo y se elige a priori.

Por todo ello, optamos por seguir la propuesta de Holden y Perman (1994) consistente en incluir los términos de la variable retardada necesarios para lograr residuos ruido blanco utilizando el test de los multiplicadores de Lagrange para contrastar la correlación serial y comprobar que el número de retardos seleccionado es el correcto. A su vez, analizamos la significación individual del último retardo incluido⁴⁴.

Siguiendo este criterio, la aplicación del contraste ADF sobre la serie diferenciada e incluyendo 8 retardos nos permite rechazar la hipótesis de $I(2)$ a un nivel de significación del 1%⁴⁵.

Por lo que se refiere a la aplicación del contraste KPSS, los autores también observan que la elección de un valor elevado de la amplitud de la ventana espectral (l), evitará distorsiones en el tamaño del test si existe autocorrelación, si bien es cierto que afectará a la potencia del mismo en muestras de tamaño reducido. En este sentido, suele asumirse el valor $l=8$ como un compromiso entre las importantes distorsiones en el tamaño del test que serían de esperar con $l=4$ y la escasa potencia con $l=12$ ⁴⁶. Pese a ello, y dado el carácter estacional de la serie, hemos optado por incluir valores de l hasta $l_{12}=\text{ent}[12(T/100)^{1/4}]$, observando el efecto de este factor sobre el valor del estadístico. Los resultados del contraste sobre la serie diferenciada aparecen en la tabla 19.

⁴⁴ Perron (1994) considera un procedimiento recursivo basado en analizar el estadístico t del coeficiente asociado con el último retardo en la autorregresión hasta un número máximo fijado previamente ($k_{\text{máx}}$), y un procedimiento basado en criterios de información, que presenta el problema de seleccionar modelos demasiado parsimoniosos en series que presentan características media móvil. La aplicación del procedimiento recursivo presenta por su parte el problema de la elección del número máximo de retardos a incluir. En la serie que nos ocupa, dado que es mensual y presenta estacionalidad, una posibilidad sería fijar $k_{\text{máx}}=12$, que podría resultar elevado.

⁴⁵ El valor del estadístico es -4.45 .

⁴⁶ Andrews (1991) considera un procedimiento de optimización para la elección del parámetro de truncamiento basado en minimizar el error cuadrático medio de la varianza estimada, que conlleva por lo tanto una elección endógena del mismo. En esta misma línea, Andrews y Monahan (1992) sugieren un procedimiento de preblanqueado filtrando los residuos para obtener ruido blanco. Lee (1996b) analiza mediante simulación en series con errores autocorrelacionados el efecto de utilizar estos procedimientos en el test KPSS, junto con la elección de l fijo. Observa que la aplicación de los procedimientos de optimización y preblanqueado presentan menos distorsiones en el tamaño del test que los procedimientos basados en la elección de l fijo, si bien, cuando los errores presentan fuerte correlación, el uso de estos últimos con l_{12} resulta satisfactorio. No obstante, la potencia del test es superior si se utilizan procedimientos de elección fijos.

l	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\hat{\eta}_\mu$	0.012	0.014	0.019	0.031	0.042	0.044	0.049	0.054	0.049	0.056	0.078	0.111	0.084

NOTA: Valor crítico al 10%: 0.349 (Superficie de respuesta de Sephton)

Tabla 19

Comparando con los valores críticos obtenidos a partir de las superficies de respuesta de Sephton, podemos concluir que la hipótesis nula de estacionariedad en torno a un nivel constante no se rechaza al 10% para ninguno de los valores de l.

Se observa que el valor del estadístico aumenta con l, hecho que puede ser explicado por la presencia de autocorrelación negativa en la serie, que provoca disminuciones en $s^2(l)$ al aumentar el valor de l.

Como conclusión de esta primera etapa, los resultados de los contrastes ADF y KPSS muestran que la serie no presenta dos raíces unitarias, rasgo que resulta coherente con la anterior especificación del modelo estructural en la que la estimación de la varianza del componente correspondiente a la pendiente es cero.

Cabría entonces la posibilidad de aplicar el contraste ADF sobre la serie LANTRA. Incluyendo también 8 retardos así como una constante en la especificación obtenemos un valor del estadístico de -1.55 , que nos lleva al no rechazo de la hipótesis de raíz unitaria, si bien dicha conclusión habría variado en caso de haber separado los subperíodos previo y posterior a la ruptura de enero de 1994⁴⁷.

A las mismas conclusiones llegaríamos al aplicar el test KPSS (tabla 20), a partir del cual se rechaza al 1% la hipótesis de estacionariedad en torno a un nivel constante para diferentes valores del parámetro l⁴⁸.

l	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\hat{\eta}_\mu$	7.378	4.119	2.984	2.372	1.965	1.672	1.458	1.294	1.166	1.066	0.985	0.914	0.853

NOTA: Valor crítico al 1%: 0.734 (Superficie de respuesta de Sephton)

Tabla 20

⁴⁷ En este caso la aplicación del test ADF proporciona para el primer subperíodo (1989.01-1993.12) el valor -2.51 , significativo al 10% y para el segundo (1994.01-1998.05) el valor -5.24 , significativo al 1%. Conviene sin embargo tener presente que la reducción del tamaño muestral conlleva, como señala Perron, una disminución de la potencia de este test.

⁴⁸ La alta autocorrelación positiva observada en la serie se traduce en una disminución del valor del estadístico al aumentar l

Estos resultados, que son coherentes con las estimaciones del modelo estructural básico con un alto ratio señal-ruido correspondiente al componente en nivel (0.7673), nos indican la existencia de una raíz unitaria y aconsejan por tanto trabajar con la serie diferenciada⁴⁹. Sin embargo, vamos a estudiar si se producirían cambios en nuestras conclusiones de haber incluido una ruptura en la serie. Para ello comenzamos aplicando el test de Perron (1990) para cambio en el nivel de la serie, que especifica la hipótesis nula de raíz unitaria frente a la alternativa de proceso estacionario sobre un nivel que presenta una ruptura, identificada de modo exógeno. En la serie objeto de estudio se observa una ruptura en enero de 1994, siendo ésta brusca, tal y como nos sugiere el análisis gráfico de la misma, por lo que optamos por una formulación en términos del modelo aditivo.⁵⁰

El procedimiento para el contraste consta de dos pasos. En el primero, se estima y elimina de la serie la parte determinista a partir de la regresión:

$$y_t = \mu + \gamma DU_t + \tilde{y}_t$$

Por lo que se refiere al segundo paso, existen dos aproximaciones: la primera basada en la extensión del procedimiento de Dickey y Fuller (1979) y Said y Dickey (1984), y la segunda parte de la propuesta de Phillips (1987) y Phillips y Perron (1988).

Para la primera aproximación, contrastamos la hipótesis nula $H_0: \alpha=1$ en la regresión:

$$\tilde{y}_t = \alpha \tilde{y}_{t-1} + \sum_{j=0}^k d_j D(T_0)_{t-j} + \sum_{i=1}^k a_i \Delta \tilde{y}_{t-i} + e_t$$

donde $D(T_0)_t=1$ si $t=T_0+1$ y 0 en el resto⁵¹.

Los resultados aparecen en la tabla 21. Optamos por considerar $k=8$ porque el octavo retardo de las primeras diferencias resultó significativo, siguiendo el criterio de Perron (1990), observándose también la no existencia de autocorrelación en los residuos para este valor.

T	$\tilde{\mu}$	$t_{\tilde{\mu}}$	$\tilde{\gamma}$	$t_{\tilde{\gamma}}$	k	$\tilde{\alpha}$	$t_{\tilde{\alpha}}$
113	11.7	744.5	0.38	16.5	8	0.28	-3.29

NOTA: Valores críticos $\lambda=0.5$: -3.08 (10%) -3.38 (5%). Tabla 4, Perron (1990)

Tabla 21

⁴⁹ Si obviamos la parte estacional, tendríamos un modelo nivel local con σ_{η}^2 distinto de cero, cuya forma reducida se corresponde con un modelo IMA(1,1).

⁵⁰ El modelo innovacional considera una transición gradual, según la dinámica estocástica de la serie.

⁵¹ Se incluyen las variables $D(T_0)_t$ según la corrección de Perron y Vogelsang (1992b) para evitar los problemas asociados a la distribución asintótica de los estadísticos en el modelo aditivo.

A partir de los resultados, y al compararlos con los valores críticos de Perron (1990), se rechaza la hipótesis de raíz unitaria al 10%, pero no al 5% pese a que el bajo coeficiente autorregresivo nos podría sugerir la no existencia de raíz unitaria. No obstante, conviene recordar que el estadístico es sensible a la elección de k, que en este caso es elevado, lo cual conlleva una disminución en potencia.

La segunda aproximación parte de la regresión:

$$\tilde{y}_t = \alpha \tilde{y}_{t-1} + dD(T_0)_t + e_t$$

a partir de la cual obtenemos $\hat{\alpha}$ y $t_{\hat{\alpha}}$ de los estadísticos:

$$Z(\hat{\alpha}) = T(\hat{\alpha} - 1) - T^2(\hat{\sigma}^2 - \hat{\sigma}_e^2)/(2S_*^2)$$

$$Z(t_{\hat{\alpha}}) = (\hat{\sigma}_e / \hat{\sigma})t_{\hat{\alpha}} - T(\hat{\sigma}^2 - \hat{\sigma}_e^2)/(2\hat{\sigma}S_*)$$

donde $\hat{\sigma}^2$ y $\hat{\sigma}_e^2$ se hallan a partir de los residuos de la regresión anterior como:

$$\hat{\sigma}_e^2 = T^{-1} \sum_1^T \hat{e}_t^2$$

$$\hat{\sigma}^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{e}_t^2 + 2T^{-1} \sum_{\tau=1}^l \omega(\tau, l) \sum_{t=\tau+1}^T \hat{e}_t \hat{e}_{t-\tau} \quad \omega(\tau, l) = 1 - [\tau/(l+1)]$$

y S_*^2 es la suma de los residuos al cuadrado de la regresión de y_{t-1} sobre una constante y DU_t .

Los resultados de este contraste se recogen en la tabla 22 para distintos valores de l, a partir de los cuales podemos rechazar al 1% la hipótesis de raíz unitaria para los diferentes valores del parámetro de truncamiento.

l	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$Z(\hat{\alpha})$	-78.1	-83.6	-76.2	-66.6	-62.8	-64.0	-65.8	-67.7	-70.3	-69.8	-67.6	-66.8	-69.6
$Z(t_{\hat{\alpha}})$	-7.7	-7.4	-7.9	-8.8	-9.3	-9.1	-8.9	-8.7	-8.4	-8.4	-8.7	-8.8	-8.5

NOTA: valores críticos $\lambda=0.5$: -25.38 (1%) para $Z(\hat{\alpha})$, Tabla 3; -4.04 (1%) para $Z(t_{\hat{\alpha}})$ Tabla 4. Perron (1990)

Tabla 22

A la luz de estos resultados, observamos que al incluir la ruptura en la serie pasamos a rechazar la hipótesis de raíz unitaria.

Por otro lado, la aplicación del test KPSSM sobre la serie, considerando el punto de ruptura en enero de 1994 nos proporciona los resultados que aparecen en la tabla 23. Al ser comparados con los valores críticos proporcionados por las superficies de respuesta propuestas nos permiten no rechazar la hipótesis de estacionariedad en torno a un nivel constante que presenta una ruptura al nivel del 5% para todos y cada uno de los valores de amplitud de la ventana espectral, e incluso al 10% para valores de l más elevados.

l	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
KPSSM	0.181	0.140	0.147	0.167	0.177	0.169	0.158	0.147	0.140	0.144	0.145	0.138	0.131

NOTA: valores críticos del contraste obtenidos a partir de las superficies de respuesta propuestas considerando $\lambda=0.54$ y $T=113$: 0.155, 0.191, 0.230, 0.284 para los niveles del 10, 5, 2.5 y 1% respectivamente.

Tabla 23

Estos resultados nos llevan a concluir que la serie presenta fluctuaciones estacionarias en torno a un nivel en el que se observa una ruptura, o sea, que la serie es estacionaria excepto por un cambio en la media, teniendo sólo este shock efectos permanentes, a diferencia de las series que presentan raíces unitarias, en las que cualquier shock tendrá efectos permanentes.

6.3 Propuestas de modelos univariantes

Teniendo en cuenta las conclusiones de los apartados anteriores, presentamos aquí algunas propuestas de modelización univariante para la serie de producción regional de antracita, utilizando tanto modelos estructurales como ARIMA.

a) Modelos estructurales

La modelización de la serie a partir de un modelo estructural, incluyendo la ruptura del año 1994 y los outliers anteriormente detectados mediante los residuos auxiliares (febrero 1991 y enero 1998) arroja los siguientes resultados:

Componente			Modelo 1	Modelo 2
Nivel	Coefficiente vector estado. [q-ratio]		12.077 (0.0000)** [0.0405]	9.1097 (0.0000)** ---
Estacionalidad	Coefficiente vector estado. [q-ratio]	S1 S2 S3 S4 S5 S6 S7 S8 S9 S10 S11	0.0236 (0.0164)* -0.0233 (0.0194)* 0.0664 (0.0000)** -0.0573 (0.0000)** 0.0110 (0.2252) 0.0784 (0.0000)** 0.0017 (0.8481) 0.0062 (0.4914) -0.0205 (0.0252)* 0.0103 (0.2595) 0.0140 (0.0302)* [0.0000]	0.0669 (0.1295) 0.0113 (.8070) 0.0674 (0.1268) 0.03489 (0.4515) -0.0289 (0.6336) -0.1226 (0.0065)** 0.0485 (0.3239) 0.1293 (0.0338)* 0.1032 (0.1044) -0.2184 (0.0006)** -0.1579 (0.0106)* ---
Autorregresión	Coefficientes	AR(1) AR(3) AR(12)	--- --- ---	0.2582 (0.0080)** 0.1191 (0.0935) -0.1307 (0.0354)
Irregular	Coefficientes [q-ratio]	1991.2 1998.1	-0.2733 (0.0004)** -0.2652 (0.0006)** [1.0000]	-0.2721 (0.0008)** -0.2748 (0.0026)** [1.0000]
Ruptura	Coefficiente	1994.1	0.3383 (0.0006)**	0.2471 (0.0000)**

Tabla 24: Estimación de modelo estructural incorporando ruptura y outliers

Bajo la formulación del modelo 1 presentamos una especificación que incluye un nivel estocástico junto con una formulación trigonométrica de la estacionalidad. Los resultados de la estimación validan la especificación del modelo propuesto, en el que podemos destacar algunos aspectos:

- ❖ La estimación del hiperparámetro correspondiente al componente estacional es cero, indicándonos que dicho componente permanece fijo, no cambia en el tiempo.

❖ Resulta interesante observar cómo la inclusión de las rupturas hace disminuir el ratio señal-ruido correspondiente al nivel, haciendo que pase del 0.7673 anterior (recogido en la tabla 18) a 0.0405, lo cual resulta coherente con el no rechazo de la hipótesis de estacionariedad⁵². Partiendo de este último resultado, analizamos otra formulación alternativa (Modelo 2) que parte de un nivel fijo junto con las variables estacionales y componentes autorregresivos. Los resultados de estimación también validan la especificación de este modelo alternativo. Los indicadores de bondad de ambos modelos, que aparecen en la siguiente tabla, ofrecen unos resultados muy similares y satisfactorios en ambos casos.

Medidas de bondad	Modelo 1	Modelo 2
Varianza del error de predicción	0.0048	0.0047
Error estándar	0.0695	0.0688
Coefficiente de determinación	0.9044	0.9034
Errores de predicción		
Dentro de la muestra	1.3805	1.2400
Test de Chow	(0.2021)	(0.2813)
Fuera de la muestra	8.7368	7.5728
	(0.1200)	(0.1814)

Tabla 25

La tabla incluye también indicadores de la capacidad predictiva, referida tanto a la muestra considerada como fuera de la misma, para horizontes de predicción de un mes hasta octubre de 1998. Como puede apreciarse, los resultados pueden ser calificados en todos los casos de satisfactorios⁵³.

b) Modelos ARIMA

Por último, recogemos varias propuestas de modelización ARIMA, que incluyen en todos los casos estacionalidad y variables de intervención.

⁵² Si se incluyera únicamente la ruptura en el nivel, el ratio sería 0.065, lo que supone también un valor muy reducido.

⁵³ En el caso de predicciones en el periodo muestral, los elevados niveles críticos obtenidos para el test de Chow indican que los errores de predicción resultan consistentes con el modelo. Por otro lado, el test CUSUM nos muestra también predicciones dentro de las cotas.

Para las predicciones fuera del periodo muestral se observan también unos resultados aceptables, si bien es cierto que se hacen patentes las peores predicciones para octubre de 1998. Ello se explica fácilmente si tenemos en cuenta que durante dicho mes la producción de antracita registró una caída interanual superior al 26%, debido a las jornadas de luto en la minería asturiana tras los accidentes acaecidos en varios pozos.

	MODELO 1	MODELO 2	MODELO 3	MODELO 4
Error estándar de la regresión	$S_e = 0.076$	$S_e = 0.073$	$Se=0.073$	$Se=0.061$
Coefficiente de determinación ajustado	$\bar{R}^2 = 0.774$	$\bar{R}^2 = 0.745$	$\bar{R}^2 = 0.895$	$\bar{R}^2 = 0.926$

Tabla 27

Como puede apreciarse todas las propuestas presentan indicadores de bondad aceptables, si bien cabe destacar las diferencias entre dos bloques de modelos. El primero, integrado por los modelos 1 y 2 se basaría en la identificación de la variable LANTRA transformada por diferenciación (estacional y regular, respectivamente) mientras el segundo bloque, correspondiente a los modelos 3 y 4, identifica la serie LANTRA sin diferenciar.

Como hemos señalado anteriormente, esta segunda estrategia sería la adecuada si optásemos por la aplicación de los contrastes de raíces unitarias y estacionariedad modificados para incorporar la ruptura, y los resultados de la estimación muestral corroboran esta adecuación (se producen reducciones considerables en el error estándar y aumentos en los coeficientes de determinación ajustados).

Asimismo, en el segundo modelo propuesto se estima para el término MA(1) un coeficiente cercano en valor absoluto a la unidad, resultado que podría estar detectando problemas de sobrediferenciación.

Por lo que se refiere a la óptica predictiva, teniendo en cuenta que disponemos de información registrada para la variable hasta octubre de 1998, hemos llevado a cabo predicciones *ex post* para el recorrido 1998.06-1998.10, considerando en cada caso horizontes de predicción de un mes.

Las medidas habituales de capacidad predictiva, resumidas en la tabla 28, permiten efectuar un nuevo análisis comparativo de los modelos, que valida nuestros comentarios anteriores.

	MODELO 1	MODELO 2	MODELO 3	MODELO 4
Error absoluto porcentual medio	EAPM = 9.08	EAPM = 18.19	EAPM = 9.11	EAPM = 5.33
Coefficiente de Theil y componentes	U = 0.049 Sesgo : 75% Varianza : 0% Co varianza : 25%	U = 0.085 Sesgo : 92% Varianza : 0% Co varianza : 8%	U = 0.049 Sesgo : 74% Varianza : 0% Co varianza : 26%	U = 0.027 Sesgo : 42% Varianza : 8% Co varianza : 49%

Tabla 28

Tal y como cabía esperar, el modelo 2 (el que ofrecía más claras sospechas de sobrediferenciación) conlleva los mayores errores relativos de predicción y el mayor coeficiente de desigualdad de Theil. En el extremo opuesto se encuentra el modelo 4, para el cual tanto el error relativo como el índice de Theil son considerablemente inferiores (representarían menos de un tercio de los asociados al modelo 2), mientras los modelos 1 y 3 se encuentran en una situación intermedia.

Cabe destacar como rasgo común a todas las opciones la presencia de un sesgo predictivo (que, como ya hemos señalado anteriormente, era esperable teniendo en cuenta la caída de la producción de antracita en el mes de octubre). Sin embargo, el impacto de dicho sesgo se hace sentir con mayor intensidad en los modelos basados en variables diferenciadas mientras queda atenuado en los modelos planteados sobre la variable sin diferenciar (y más especialmente en el modelo 4, gracias en gran medida a la introducción del término de medias móviles estacionales).

BIBLIOGRAFÍA:

- Agiakloglou, C. y Newbold, P. (1992): "Empirical Evidence on Dickey-Fuller Type Tests", *Journal of Time Series Analysis*, 6, pp 471-483.
- Amsler, C. y Lee, J. (1995): "An LM Test for a Unit Root in the Presence of a Structural Change", *Econometric Theory*, 11, pp 359-368.
- Andrews, D.W.K. (1991): "Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation", *Econometrica*, 59, pp 817-858.
- Andrews, D.W.K., Monahan, J.C. (1992): "An Improved Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation", *Econometrica*, 60, pp 953-966.
- Balke, N.S. y Fomby, T.B. (1991): "Shifting Trends, Segmented Trends, and Infrequent Permanent Shocks", *Journal of Monetary Economics*, 28, pp 61-85.
- Banerjee, A., Lumsdaine, R.L. y Stock, J.H. (1992): "Recursive and Sequential Tests of the Unit-Root and Trend-Break Hypotheses: Theory and International Evidence". *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 3, pp. 271-287.
- Bradley, M.D. y Jansen, D.W. (1995): "Unit Roots and Infrequent Large Shocks: New International Evidence on Output Growth". *Journal of Money, Credit and Banking*, 27, 3, pp 876-893.
- Box, G.E.P. y Cox, D.R. (1964): "An Analysis of Transformations". *Journal of the Royal Statistical Society B*, 26, pp 211-243
- Brown, R. L., Durbin, J. y Evans, J.M. (1975): "Techniques for testing the Constancy of Regression Relationships Over Time (With Discussion)", *Journal of the Royal Statistical Society B*, 37, pp 149-192.
- Carrión, J.L., Sansó, A. y Artís, M. (1998): "Tendencias y cambios estructurales en la economía española. O hasta qué punto es débil la presencia de raíces unitarias", I *Encuentro de Economía Aplicada*, Barcelona.
- Carrión, J.L., Sansó, A. y Artís, M., (1997): "Response Surfaces for the Dickey-Fuller Unit Root test with Structural Breaks". *Documento de Trabajo Universitat de Barcelona*.
- Cheung Y.-W., Lai, K.S. (1995): "Lag Order and Critical values of the Augmented Dickey-Fuller Test", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol 13, 3, pp. 277-280.
- Christiano, J.L. (1992): "Searching for a Break in GNP". *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 3, pp. 237-250.
- Dickey, D. A. y Fuller, W. (1979): "Distribution of the Estimators for Autorregressive Time Series with a Unit Root", *Journal of the American Statistical Association*, 74, pp. 427-431.
- Diebold, F. X. y Rudebusch, G.D. (1991): "On the Power of Dickey-Fuller Tests Against Fractional Alternatives", *Economic Letters*, 35, pp 155-160.
- Durlauf, S. y Phillips, P.C.B. (1988): Trends versus Random Walks in the Time Series Analysis", *Econometrica*, 56, pp.1333-1354.
- Engle, R.F. y Granger, C.W.J. (1987): "Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing", *Econometrica*, 55.
- Franses, P.H. (1991): "Moving Average Filters and Unit Roots", *Economics Letters*, 37, pp 399-403.
- Fuller, W.A. (1976): "Introduction to Statistical Time Series", Wiley, New York.
- Garbade, K (1977): "Two Methods for Examining the Stability of Regression Coefficients", *Journal of the American Statistical Association*, 72, 357, pp 54-63.
- Ghysels, E. (1990): "Unit Root Tests and the Statistical Pitfalls of Seasonal Adjustment: the Case of US Postwar Gross National Product", *Journal of Business and Economic Statistics*, 8, pp. 145-152.
- Ghysels, E y Perron, P. (1993): "The Effect of Seasonal Adjustment Filters on Tests for a Unit Root", *Journal of Econometrics*, 55, pp 57-98.

- Ghysels, E. y Perron, P. (1996): "The Effect of Linear Filters on Dynamic Time Series with Structural Change", *Journal of Econometrics*, 70, pp 69-97.
- Hall, R.E. (1978): "Stochastic Implications of the Life Cycle-Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence", *Journal of Political Economy*, 86, pp 971-987.
- Harvey, A.C. (1989): "Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter", Cambridge University Press.
- Harvey, A.C., Koopman, S.J. (1992): "Diagnostic Checking of Unobserved-Components Time Series Models", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol 10, 4, pp. 377-389.
- Hecq, A. y Urbain, J.P. (1993): "Misspecification Tests, Unit Roots and Level Shifts", *Economic Letters*, 43, pp 129-135.
- Holden, D. y Perman, R. (1994): "Unit Roots and Cointegration for the Economist", en B. Bhaskara Rao (Ed.), *Cointegration for the Applied Economist*, (pp 113-146). Great Britain: The MacMillan Press Ltd.
- Jaeger, A. y Kunst, R. M. (1990): "Seasonal Adjustment and Measuring Persistence in Output", *Journal of Applied Econometrics*, 5, pp 47-58
- Jarque, C.M. y Bera, A.K. (1980): "Efficient tests for Normality, Homocedasticity and Serial independence of Regression Residuals", *Economic Letters*, 6, pp 255-259.
- Kwiatkowski, D., Phillips, P.C.B., Schmidt, P., y Shin, Y.(1992): "Testing the Null Hypothesis of Stationary against the Alternative of a Unit Root. How Sure are we that Economic Time Series have a Unit Root?", *Journal of Econometrics*, 54, pp. 159-178.
- LaMotte, L. R. y McWhorter, A. (1978): "An Exact Test for the Presence of Random Walk Coefficients in a Linear Regression Model", *Journal of the American Statistical Association*, 73, pp 545-549.
- Lee, D. y Schmidt, P. (1996): "On the Power of The KPSS test of Stationarity Against Fractionally-integrated Alternatives", *Journal of Econometrics*, 73, pp 285-302.
- Lee, J. (1996a): "Minimum Statistics Testing for Stationarity in the Presence of a Structural Change", Working Paper 97-W03. Departament of Economics, Vanderbilt University.
- Lee, J. (1996b): "On the Power of Stationary Tests Using Optimal Bandwidth Estimates", *Economics letters*, 51, pp 131-137.
- Lee, J., Huang, C.J. y Shin, Y. (1997): "On Stationary Tests in the Presence of Structural Breaks", *Economic Letters*, 55, pp 165-172.
- Leybourne, S.J. y McCabe, B.P.M. (1994): "A Consistent Test for a Unit Root", *Journal of Business and Economics Statistics*, 1994, 12, pp. 157-166.
- Leybourne, S.J. y McCabe, B.P.M.(1989): "On the Distribution of some Test Statistics for Coefficient Constancy", *Biometrika*, 76, pp 169-177.
- Lumsdaine, R.L. y Papell, D.H. (1997): "Multiple Trend Breaks and the Unit Root Hypothesis", *The Review of Economics and Statistics*, 79, pp 212-218.
- MacKinnon, J. G.(1991): "Critical Values for Cointegration Tests", en R.F. Engle y C.W.J. Granger (eds.), *Long-Run Economic Relationships*, Oxford, Oxford University Press, pp 267-276.
- MacKinnon, J. G.(1994): "Approximate Asymptotic Distribution Functions for Unit-Root and Cointegration Tests", *Journal of Business and Economic Statistics*, 12, 2, pp. 167-176.
- Molinas, C. (1986): "A Note on Spurious Regression with Integrated Moving Average Errors", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 48, 3, pp 279-282.
- Montañés, A. (1997): "Level Shifts, Unit Roots and Misspecification of the Breaking Data", *Economics Letters*, 54, pp 7-13.
- Montañés, A. y Reyes, M. (1998): "Effect of a Shift in the Trend Function on Dickey-Fuller Unit Root Tests", *Econometric Theory*, 14, pp 355-363. (Próxima publicación).

- Nabeya, S., Tanaka, K. (1988): "Asymptotic Theory of a Test for the Constancy of Regression Coefficients against the Random Walk Alternative", *The Annals of Statistics*, 16, 1, pp. 218-235.
- Ng, S. y Perron, P. (1993): "Unit Root Tests in Autoregressive-Moving Average Models with Data Dependent Methods for the Truncation Lag", mimeo, Universidad de Montreal.
- Nunes, L.C., Kuan, C. M. Y Newbold, P. (1995): "Spurious Break", *Econometric Theory*, 11, pp. 736-749.
- Nyblom, J. y Mäkeläinen, T. (1983): "Comparisons of Tests for the Presence of Random Walk Coefficients in a Simple Linear Model", *Journal of the American Statistical Association*, 78, pp. 856-864.
- Olekalns, N. (1994): "Testing for Unit Roots in Seasonally Adjusted Data", *Economics Letters*, 45, pp. 273-279.
- Olekalns, N. (1996): "Does Seasonal Adjustment Distort Tests of Stationarity? Some Small-sample Evidence", *Applied Financial Economics*, 6, pp. 531-534.
- Park, J.Y., Sung, J. (1994): "Testing for Unit Roots in Models with Structural Change", *Econometric Theory*, 10, pp. 917-936.
- Perron, P. (1989): "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis". *Econometrica*, 57, pp. 1361-1401.
- Perron, P. (1990): "Testing for a Unit Root in a Time Series with a Changing Mean", *Journal of Business and Economic Statistics*, 8, 2, pp. 153-162.
- Perron, P. (1994): "Trend, unit root and structural Change in Macroeconomic Time Series", en B. Bhaskara Rao (Ed.), *Cointegration for the Applied Economist*, (pp. 113-146). Great Britain: The MacMillan Press Ltd.
- Perron, P. y Vogelsang, T.J. (1992a): "Nonstationarity and Level Shifts With an Application to Purchasing Power Parity". *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 3, pp. 301-320.
- Perron, P. y Vogelsang, T.J. (1992b): "Testing for a Unit Root in a Time Series With a Changing Mean: Corrections and Extensions". *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 4, pp. 467-471.
- Phillips, P.C.B. y Perron, P. (1988): "Testing for a Unit Root in Time Series Regression", *Biometrika*, 75, pp. 335-346.
- Phillips, P.C.B. y Solo, V. (1989): "Asymptotics for Linear Processes", Discussion Paper 932 (Cowles Foundation, Yale University, New Haven, CT).
- SADEI (varios años): *Coyuntura Regional de Asturias*.
- Said, S. y Dickey, D. (1984): "Testing for Unit Roots in Autorregressive-Moving Average Models of Unknown Order", *Biometrika*, 71, pp. 599-607.
- Saikkonen, P. Y Luukkonen, R. (1990): "Testing for a Moving Average Unit Root in Autoregressive Integrated Moving Average Models", *Journal of the American Statistical Association*, 88, pp. 596-601.
- Sánchez de la Vega, M.M., (1995): "Potencia de los Contrastes de Raíz Unitaria en Series AR(1) con Cambio Estructural", *Revista de Economía Aplicada*, 7, III, pp. 63-95.
- Schwert, G. W. (1987): "Effects of Model Specification on Tests for Unit Roots In Macroeconomic Data", *Journal of Monetary Economics*, 20 pp. 73-103.
- Schwert, G. W. (1989): "Tests for Unit Roots: a Monte Carlo Investigation", *Journal of Business and Economic Statistics*, 7, pp. 147-159.
- Sephton, P.S. (1995): "Response Surface Estimates of the KPSS Stationary Test". *Economic Letters*, 47, pp. 255-261.
- Silvapulle, P. (1993): "Some Robust Properties of Unit Root Tests", La Trobe University Discussion Paper 8/93.

- Tanaka, K. (1983): "Non-Normality of the Lagrange Multiplier Statistic for Testing the Constancy of Regression Coefficients", *Econometrica*, 51, 5, pp 1577-1582.
- Tanaka, K. (1990): "Testing for a Moving Average Unit Root", *Econometric Theory*, 6, pp 433-444.
- Tsay, R.S. (1988): "Outliers, Level Shifts and Variance Changes in Time Series", *Journal of Forecasting*, 7, pp1-20.
- Zivot, E. y Andrews, D.W.(1992): "Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis", *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, pp. 251-270.

ANEXOS

	β_0	β_1	β_2	R^2	EER ^(a)	MEDIO $ \varepsilon $ ^(b)	MAX $ \varepsilon $ ^(c)
$P^{0.1}(\lambda)$	0.1542 (0.0006)	0.8368 (0.0069)	0.5000 (0.0009)	0.9946	0.0036	0.0025	0.0100
$P^{0.05}(\lambda)$	0.1922 (0.0007)	1.1862 (0.0095)	0.5005 (0.0011)	0.9934	0.0057	0.0046	0.0140
$P^{0.025}(\lambda)$	0.2315 (0.0014)	1.5468 (0.0159)	0.5009 (0.0011)	0.9916	0.0083	0.0070	0.0176
$P^{0.01}(\lambda)$	0.2848 (0.0023)	2.0204 (0.0262)	0.5003 (0.0014)	0.9870	0.0138	0.0117	0.0281

Tabla A.1: error estándar en paréntesis; todos los regresores resultaron significativos al 1%; (a), error estándar de regresión; (b), error absoluto medio de las predicciones de la superficie de respuesta frente a los valores críticos estimados; (c), máximo error absoluto.

λ^* Magnitud	0.1	0.15	0.17	0.23	0.25	0.3	0.4
1	33.9	12.26	7.85	4.73	6.29	9.16	45.03
2	90.65	37.14	15.18	5.41	5.46	33.68	99.2
3	99.67	69.71	28.61	4.26	7.64	85.27	100

Tabla A.2: Rechazos (%) para KPSSM; especificación errónea del momento de ruptura; $\lambda = 0.2$; nivel 5%; errores iid

λ^* Magnitud	0.1	0.2	0.25	0.27	0.33	0.35	0.4	0.5
1	83.5	38.86	12.42	8.91	6.02	6.68	22.38	62.94
2	100	93.92	39.72	17.25	6.5	15.02	84.74	100
3	100	100	75.42	33.82	9.22	33.64	99.82	100

Tabla A.3: Rechazos (%) para KPSSM; especificación errónea del momento de ruptura; $\lambda = 0.3$; nivel 5%; errores iid

λ^* Magnitud	0.3	0.4	0.45	0.47	0.53	0.55	0.6	0.7
1	87.62	44.98	12.36	7.8	7.58	13.64	44.34	85.56
2	100	96.44	43.02	15.8	16.54	43.9	96.5	100
3	100	100	78.5	32.2	32.82	80.94	100	100

Tabla A.4: Rechazos (%) para KPSSM; especificación errónea del momento de ruptura; $\lambda = 0.5$; nivel 5%; errores iid

λ^* Magnitud	0.6	0.7	0.75	0.77	0.83	0.85	0.9
1	44.03	7.83	5.91	5.24	7.26	12.8	34.15
2	99.37	30.8	5.47	4.95	15.82	37.1	92.32
3	100	84.68	7.66	4.72	28.74	69.94	99.94

Tabla A.5: Rechazos (%) para KPSSM; especificación errónea del momento de ruptura; $\lambda = 0.8$; nivel 5%; errores iid

λ^* Magnitud	0.3	0.4	0.45	0.47	0.53	0.55	0.6	0.7
1	99.38	76.82	23.72	10.58	10.67	24.65	79.21	99.45
2	100	99.98	80.48	37.24	34.64	83.04	100	100
3	100	100	99.5	70	71.71	99.52	100	100

Tabla A.6: Rechazos (%) para KPSSM; especificación errónea del momento de ruptura; $\lambda = 0.5$; nivel 5%; errores iid T=200

λ^*	Magnitud	q=0.0001	q=0.001	q=0.01	q=0.1	q=1	q=100
0.3	1	86.5	82.55	73.9	91.04	98.94	99.57
	2	100	99.94	97.34	94.58	99.2	99.6
	3	100	100	99.94	97.32	99.29	99.74
0.4	1	44.56	46.25	59.12	91.06	99.3	99.78
	2	96.4	94.96	86.82	94.82	99.5	99.72
	3	100	100	98.76	97.21	99.46	99.94
0.45	1	15.08	18.5	46.08	91.73	99.57	99.95
	2	43.9	46.91	59.96	91.95	99.32	99.87
	3	81.94	78.92	75.8	92.9	99.5	99.81
0.47	1	7.36	12.09	42.92	90.95	99.54	99.81
	2	17.06	19.77	47.66	91.22	99.54	99.84
	3	33.4	34.65	53.9	91	99.41	99.73
0.53	1	7.31	11.83	43.52	90.73	99.25	99.95
	2	16.77	21.86	48.47	91.25	99.3	99.88
	3	33.11	36.94	55.29	91.73	99.4	99.9
0.55	1	13.54	17.77	46.36	91.45	99.5	99.87
	2	44.52	45.75	60.08	91.88	99.63	99.89
	3	80.18	79.7	76.58	93.34	99.63	99.84
0.6	1	44.46	45.43	58.06	91.46	99.43	99.93
	2	96.47	95.48	85.89	94.47	99.57	99.88
	3	100	99.91	98.69	97.14	99.6	99.88
0.7	1	85.1	80.84	72.66	89.96	98.92	99.75
	2	99.98	100	97.3	94.26	98.96	99.88
	3	100	100	100	97.36	99.6	99.8

Tabla A.7: Rechazos (%) para KPSSM; especificación err3nea del momento de ruptura; $\lambda = 0.5$; nivel 5%; errores iid

λ^*	Magnitud	q=0.0001	q=0.001	q=0.01	q=0.1	q=1	q=100
0.1	1	35.04	40.15	62.68	90.4	98.5	99.26
	2	90.21	86.09	79.38	92.86	98.6	99.35
	3	99.9	99.36	92.86	94.1	98.4	99.17
0.15	1	12.47	21.28	53.09	89.82	98.42	99.26
	2	37.07	39.34	60.83	89.88	98.6	99.21
	3	68.26	65.71	69.62	90.16	98.4	99.17
0.17	1	8.46	16.38	52.32	89.34	98.4	99.58
	2	17.32	23.77	53.86	89.8	98.7	99.4
	3	29.04	33.39	55.58	89.45	98.3	99.05
0.23	1	5.98	12.7	48.36	89.08	98.5	99.42
	2	5.84	11.84	48.22	87.35	98.6	99.42
	3	5	11.21	46.34	87.2	98.65	99.47
0.25	1	6.42	12.61	48.96	88.41	98.7	99.56
	2	7.28	13.09	48.2	89.71	99.1	99.44
	3	8.26	15.78	51.62	89.28	98.7	99.65
0.3	1	8.86	16.62	48.76	89.62	99.08	99.61
	2	34.82	42.83	69.72	93.22	99.1	99.65
	3	87.64	87.32	91.75	95.63	99.15	99.63
0.4	1	44.96	48.44	69	92.14	99.2	99.75
	2	98.98	98.8	96.88	95.65	99.5	99.86
	3	100	100	99.96	98.5	99.51	99.81

Tabla A.8: porcentaje de rechazos del test KPSS modificado; $\lambda = 0.2$; nivel 5%; errores iid

λ^*	Magnitud	q=0.0001	q=0.001	q=0.01	q=0.1	q=1	q=100
0.1	1	82.20	77.09	73.72	91.63	98.59	99.24
	2	100	99.94	96.4	94.5	98.76	99.22
	3	100	100	99.96	97.06	99.22	99.25
0.2	1	39.14	41.24	60.01	89.78	98.62	99.25
	2	94.43	89.77	81.73	90.84	98.37	99.29
	3	99.94	99.77	95.79	94.32	98.66	99.25
0.25	1	13.3	20.32	50.32	88.87	98.87	99.2
	2	43.26	44.08	58.09	89.2	98.3	99.21
	3	74.97	72.66	71.15	89.53	98.94	99.16
0.27	1	8.74	14.42	47.27	88.97	99.26	99.45
	2	15.69	22.51	51.23	88.18	98.9	99.4
	3	33.18	36.16	53.75	87.65	98.66	99.35
0.33	1	6.02	10.95	44.05	89.65	99.19	99.52
	2	7.26	11.42	46.37	89.27	98.9	99.53
	3	10.58	15.12	48.8	90.08	99.05	99.56
0.35	1	8.05	11.99	47.41	90.01	99.19	99.62
	2	15.97	22.46	54.55	91.55	99.01	99.65
	3	39.53	44.34	69.29	91.68	99.26	99.72
0.4	1	23.26	28.79	57.68	92.01	99.05	99.68
	2	84.51	85.72	85.82	94.57	99.22	99.73
	3	99.84	99.77	98.61	97.01	99.19	99.75
0.5	1	76.42	74.94	74.76	92.65	99.43	99.80
	2	99.98	99.91	98.42	95.89	99.65	99.82
	3	100	100	100	98.28	99.65	99.84

Tabla A.9: porcentaje de rechazos del test KPSS modificado; $\lambda=0.3$; nivel 5%; errores iid

λ^*	Magnitud	q=0.0001	q=0.001	q=0.01	q=0.1	q=1	q=100
0.6	1	45.5	49.62	68.68	92.28	99.15	99.7
	2	99.31	98.61	96.4	95.96	99.42	99.75
	3	100	100	99.98	98.4	99.42	99.79
0.7	1	8.48	15.44	49.25	88.7	99.02	99.54
	2	31.58	39.04	77.88	92.66	99.05	99.55
	3	84.1	85.88	90.75	95.94	99.02	99.59
0.75	1	5.98	11.82	46.24	88.32	98.66	99.48
	2	7.14	14.16	50.51	89	99.08	99.45
	3	8.24	15.46	52.08	89.6	98.93	99.56
0.77	1	5.74	11.89	47.94	88	98.41	99.39
	2	5.78	11.84	47.04	87.9	98.56	99.38
	3	6	11.69	45.34	88.02	98.63	99.42
0.83	1	8.4	16.03	50.32	89.73	98.35	99.54
	2	15.96	21.5	54.51	89.14	98.63	99.53
	3	28.94	35.13	56.57	88.75	98.23	99.48
0.85	1	13.5	20.64	52.56	89.24	98.38	99.26
	2	37.48	40.81	62.02	90.43	98.56	99.24
	3	68.54	66.67	68.92	90.3	98.29	99.20
0.9	1	35.04	40.53	63.83	90.31	98.47	99.25
	2	91.64	86.35	80.97	93.06	98.59	99.32
	3	99.9	99.41	93.79	94.47	98.47	99.29

Tabla A.10: porcentaje de rechazos del test KPSS modificado; $\lambda=0.8$; nivel 5%; errores iid